

**УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА  
ОТКАЧКИ ГАЗА МОЛЕКУЛЯРНЫМ ВАКУУМНЫМ НАСОСОМ**

К.Е. Демихов  
А.А. Очков

ked@bmstu.ru  
aochkov@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

**Аннотация**

Впервые разработана универсальная математическая модель, описывающая рабочий процесс откачки газа молекулярным вакуумным насосом в широком диапазоне изменения откачных параметров при различных режимах течения газа, которая позволяет рассчитать параметры каналов как дисковых, так и цилиндрических молекулярных вакуумных насосов. Адекватность разработанной математической модели проверена сопоставлением с экспериментальными данными, максимальная погрешность расчета не превысила 20 %

**Ключевые слова**

*Математическая модель, вакуумный насос, молекулярный вакуумный насос, оптимизация, быстрота действия, проточная часть*

Поступила в редакцию 23.05.2017  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Разработанные до настоящего времени математические модели процесса откачки газа высоковакуумными механическими насосами (ВМН) не позволяли с достаточной точностью рассчитывать откачные характеристики и параметры разных типов молекулярных вакуумных насосов (МВН) [1–7]. Предлагаемая универсальная математическая модель процесса откачки газа впервые позволяет описать процесс откачки газа как дисковым, так и цилиндрическим МВН при разных режимах течения газа.

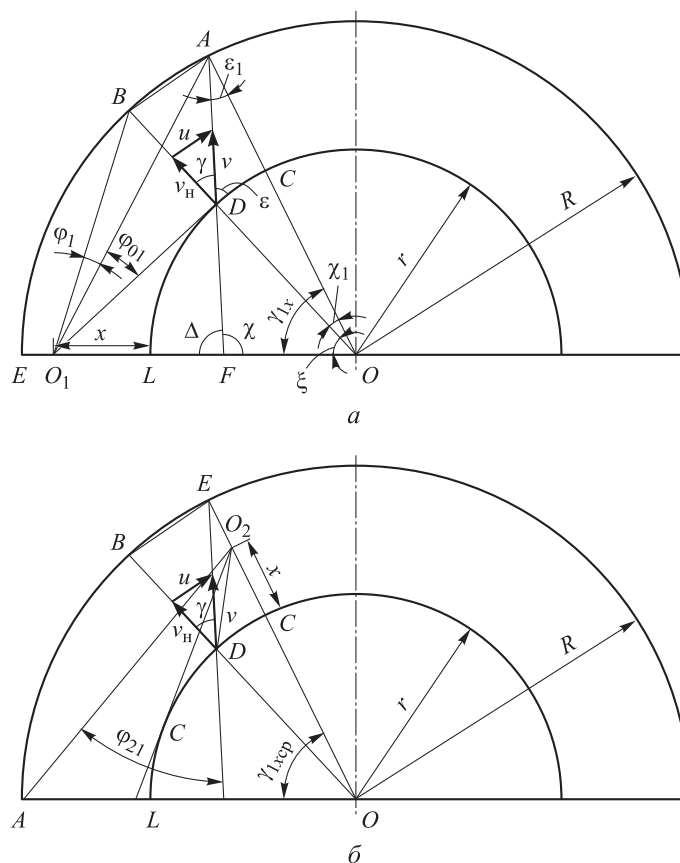
При создании математической модели двухмерной схемы канала (рис. 1) принимались следующие допущения:

- режим течения газа — молекулярный;
- тепловые скорости молекул выбираются в соответствии с законом распределения скоростей Максвелла — Больцмана;
- при переходе через ступень считается, что молекула прошла через нее в определенном направлении, если она после не более чем двух соударений со стенками не вернется через рассматриваемый участок входа;
- при взаимодействии с поверхностью молекулы отражаются по нормали.

При этом рассматривается традиционная схема МВН с постоянной высотой канала.

С учетом принятых допущений можно заключить, что из общего числа молекул, попавших в канал через произвольный участок на стороне всасывания, в направлении откачки пройдут молекулы откачиваемого газа, не испытавшие соударений со стенками, ограничивающими объем канала; взаимодействующие

с поверхностью ротора, принадлежащей рассматриваемому участку, и, наконец, испытавшие в пределах рассматриваемого участка соударения с частью стенки ротора, отразившись от которой, молекулы после единственного повторного отражения на роторе пройдут через выходное сечение данного участка AC (рис. 1, а).



**Рис. 1.** Расчетная схема переноса молекул газа каналом цилиндрического МВН в направлении откачки (а) и со стороны нагнетания (б)

Таким образом, с учетом принятых допущений получим, что часть молекул, из общего числа прошедших через некоторое сечение канала  $EL$  (см. рис. 1, а) в окрестности произвольной точки  $O_1$ , не вернется через него после взаимодействия со стенками, ограничивающими канал. Это те молекулы, направление движения которых заключено в пределах угла  $\varphi_{12} = \varphi_1 + \varphi_{01}$ .

Тогда вероятность того, что молекулы пройдут через данную ступень в направлении откачки, определяется следующей зависимостью:

$$K_{12} = \frac{\varphi_{12}}{\pi};$$

здесь  $\varphi_{12} = \varphi_1 + \varphi_{01}$ ,  $\varphi_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{DB}{O_1D}\right)$  и  $\varphi_{01} = \arcsin\left(\frac{OD}{OO_1}\right)$ ;  $DB = R - r$ ,  $O_1D = \sqrt{OO_1^2 - OD^2}$ , где  $OO_1 = x + r$ ,  $OD = r$ , тогда  $O_1D = \sqrt{x^2 + 2xr}$ , окончательно получим  $\varphi_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{R - r}{\sqrt{x^2 + 2xr}}\right)$ .

Угловая протяженность участка ротора, с которым могут непосредственно взаимодействовать (с учетом принятых допущений) молекулы газа, вошедшие в канал в окрестности точки  $O_1$  сечения  $EL$ , характеризуется углом  $\gamma_{1x}$ . Его значение определяется исходя из геометрических соотношений канала МВН следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \gamma &= \operatorname{arctg}\left(\frac{u}{v_H}\right); \quad \omega = \frac{\pi}{2} - \gamma; \quad \Delta = \pi - \omega - \varphi_{01}; \quad \chi = \pi - \Delta; \quad DF = O_1D \frac{\sin(\varphi_{01})}{\sin(\Delta)}; \\ O_1D &= \sqrt{(x+r)^2 - r^2}; \quad \xi = \arcsin\left(\frac{DF}{OD} \sin(\chi)\right); \quad OD = r; \quad \varepsilon = \frac{\pi}{2} - \gamma; \\ \varepsilon_1 &= \arcsin\left(\frac{OD}{AO} \sin\left(\varepsilon + \frac{\pi}{2}\right)\right); \quad AO = R; \quad \chi_1 = \pi - \left(\varepsilon + \frac{\pi}{2}\right) - \varepsilon_1; \quad \gamma_{1x} = \chi_1 + \xi. \end{aligned}$$

Расчетная схема процесса перехода молекул откачиваемого газа через ступень насоса в направлении, противоположном откачке, приведена на рис. 1, б. Положение сечения  $EL$  то же, сечение  $AC$  характеризуется углом  $\gamma_{1xcp}$ .

Принятые допущения позволяют заключить, что из числа молекул, попавших во внутренний объем ступени со стороны нагнетания в окрестности точки  $O_2$  сечения  $AC$  (см. рис. 1, б), перейдут на сторону всасывания (отрезок  $EL$ ) те молекулы, которые не испытывают столкновений с поверхностями, ограничивающими объем данной ступени, или соударяются с частью ротора ( $DF$ ), и не вернутся после не более чем двух соударений обратно на сторону нагнетания. К ним можно отнести молекулы, направление движения которых заключено в пределах угла  $\varphi_{21}$ , который характеризует прохождение молекул со стороны нагнетания ступени МВН на сторону всасывания в зависимости от геометрии насоса и от составляющей  $u/v_H$  (отношение окружной скорости ротора к тепловой скорости движения молекул газа).

Тогда вероятность того, что молекулы пройдут через данную ступень со стороны нагнетания на сторону всасывания, определяется зависимостью

$$K_{21} = \frac{\varphi_{21}}{\pi}.$$

При расчете по разработанной модели угол  $\varphi_{21}$  определяется следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \angle EO_2O < \angle FO_2O, \quad \varphi_{21} &= 0; \\ \angle EO_2O > \angle FO_2O, \quad \varphi_{21} &= \angle EO_2O - \angle DO_2O; \end{aligned}$$

$$EO_2 = \sqrt{EO^2 + O_2O^2 - 2EO \cdot O_2O \cdot \cos \gamma_{1\text{хсп}}};$$

$$EO = R, \quad O_2O = r + x;$$

$$\angle EO_2O = \arcsin\left(\frac{EO}{EO_2} \sin \gamma_{1\text{хсп}}\right);$$

$$\angle ADO = \pi - \gamma;$$

$$\angle DAO = \arcsin\left(\frac{DO}{AO} \sin(\angle ADO)\right);$$

$$DO = r, \quad AO = R;$$

$$\angle DOA = \pi - \angle ADO - \angle DAO;$$

$$DO_2 = \sqrt{DO^2 + O_2O^2 - 2DO \cdot O_2O \cdot \cos(\angle DOA)};$$

$$DB = \sqrt{2r^2 + 2xr + x^2 - 2r(r+x) \cos(\angle DOA)};$$

$$\angle DO_2O = \arcsin\left(\frac{DO}{DO_2} \sin(\angle DOA)\right).$$

Зная  $K_{12}$  и  $K_{21}$ , можно рассчитать основные характеристики рассматриваемой условной ступени МВН, протяженность которой характеризуется углом  $\gamma_{1x}$ .

К ним относятся:

$$K_{\max} = K_{12} - K_{21}$$

— вероятность перехода молекул через ступень МВН;

$$\tau_{\max} = \frac{K_{12}}{K_{21}}$$

— степень повышения давления ступени МВН.

Быстрота действия цилиндрического МВН рассчитывается по формуле

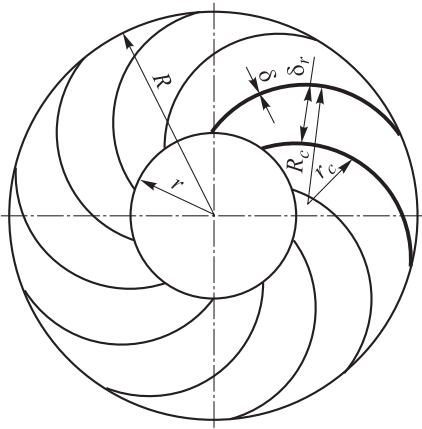
$$S = 0,25v_a K_{\max} R b (1 - \lambda),$$

где  $v_a$  — средняя арифметическая скорость теплового движения молекул;  $b$  — ширина рабочего канала;  $\lambda = r/R$ . Степень повышения давлений цилиндрического МВН будет рассчитываться по формуле

$$\tau = \tau_{\max}^n,$$

где  $n$  — число условных ступеней на всей протяженности рабочего канала МВН.

Разработанная математическая модель позволяет также описать процесс откачки газа дисковыми ступенями МВН при условии, что:



**Рис. 2.** Расчетная схема дискового МВН:

$\Delta r = R_c - r_c$  — ширина канала МВН;  $\delta$  — толщина стенки, ограничивающей канал;  $r, R$  — внутренний и внешний радиусы диска

- спиралевидный канал представлен в виде канала цилиндрического МВН, протяженность которого равна углу закрутки спирали;

- стенки, ограничивающие спиралевидный канал, параллельны в пределах угла закрутки спирали.

Расчетная схема дискового МВН показана на рис. 2.

Таким образом, рабочий канал дисковой ступени представлен в виде канала цилиндрической молекулярной ступени. По результатам анализа конструкций дисковых МВН [8] относительный радиус  $\lambda = r/R$  принимался равным 0,7, а протяженность рабочего канала цилиндрического

МВН выбиралась в пределах угла закрутки спирали дискового МВН.

Быстрота действия одного колеса дисковой ступени рассчитывается по формуле

$$S = K_{\max} \pi n h \frac{R^2 - r^2}{2\varphi},$$

где  $h$  — осевая протяженность рабочего канала;  $n$  — число оборотов;  $\varphi$  — угол закрутки спирали. Степень повышения давления, создаваемая одним диском, будет рассчитываться по формуле

$$\tau_{\max} = \tau^{\varphi/\gamma_{1\text{хсп}}},$$

где  $\tau$  — степень повышения давления одной условной ступени;  $\gamma_{1\text{хсп}}$  — угол, фиксирующий условную ступень.

Для расчета основных параметров откачки МВН, работающего в молекулярно-вязкостном режиме течения газа, авторами разработана программа, моделирующая поведение молекул в рабочем канале в процессе откачки.

Для расчета параметров откачки при нарушении молекулярного режима течения газа принято дополнительное допущение: при соударении молекул между собой их взаимодействие аналогично соударению твердых тел в результате абсолютно упругого центрального удара.

Блок-схема разработанной программы приведена на рис. 3.

С использованием данной программы проведен ряд численных экспериментов, в результате чего получена эмпирическая зависимость вероятности перехода молекул через условную ступень МВН от рабочего давления газа  $p$  для традиционно применяемых геометрических соотношений насоса:

$$K_{\max} = 1,0618 \exp(-0,00618 p).$$

Данная зависимость заложена в разработанную авторами математическую модель процесса откачки газа молекулярным вакуумным насосом (рис. 4).

Таким образом, предложенная математическая модель позволяет описать процессы откачки газа МВН как цилиндрическим, так и дисковым, в молекулярном режиме течения газа и при его нарушении.

Для проверки адекватности разработанной математической модели процесса откачки газа цилиндрическим и дисковым МВН было проведено сравнение полученных расчетных данных с результатами эксперимента [9].

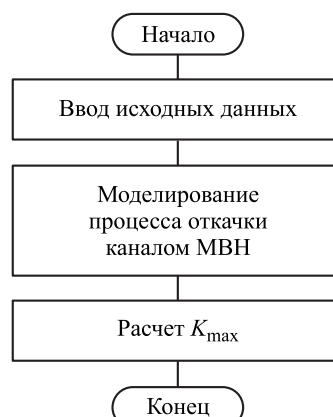


Рис. 3. Блок-схема программы расчета  $K_{max}$  для условной ступени МВН

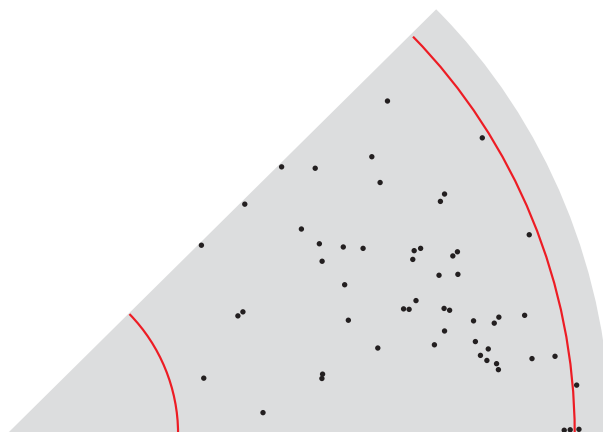


Рис. 4. Скриншот процесса визуализации откачки в программе для расчета  $K_{max}$  в молекулярно-вязкостном режиме течения газа

В работе [9] рассматриваются цилиндрический и дисковый молекулярные вакуумные насосы. Геометрические характеристики рассматриваемых насосов представлены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Размеры ротора дискового МВН

Геометрические параметры	Обозначения	Размеры
Внешний радиус, мм	$R_1$	86
Внутренний радиус, мм	$R_2$	39
Глубина канала (первая ступень), мм	$d_D$	5
Глубина канала (вторая и третья ступени), мм		3

Окончание табл. 1

Геометрические параметры	Обозначения	Размеры
Торцевой зазор между ротором и статором, мм	$\Delta d_D$	0,5
Радиальный зазор между ротором и корпусом, мм	$\Delta R_D$	1
Угол закрутки входа в канал	$A$	$36^\circ$
Угол закрутки стенки канала	$B$	$8^\circ$
Радиус канала, мм	$R_C$	56
Радиус центра канала, мм	$R_3$	32
Длина канала, мм	$L_D$	218
Число заходов	$N_D$	10

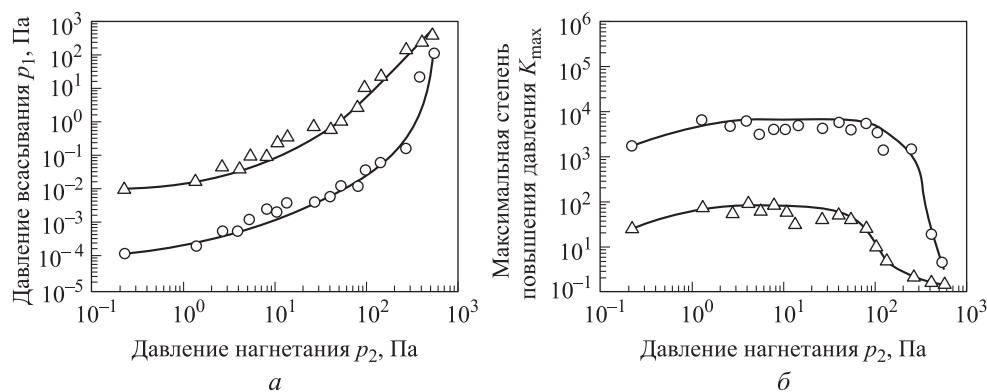
Таблица 2

## Размеры ротора цилиндрического МВН

Геометрические параметры	Обозначения	Размеры
Диаметр ротора, мм	$D_H$	169
Высота ротора, мм	$H$	54,5
Длина канала, мм	$L_H$	465
Глубина канала, мм	$d_H$	5
Радиальный зазор между ротором и корпусом, мм	$\Delta R_H$	1
Угол наклона резьбы	$\alpha$	$15^\circ$
Число заходов	$N_H$	6

Сравнение проводилось при изменении давления нагнетания в диапазоне 0,2...533 Па, число оборотов ротора 24 000 об/мин, рабочий газ — азот. В качестве форвакуумного насоса использовался пластинчато-роторный вакуумный насос.

Графическое сравнение экспериментальных и расчетных с использованием разработанной математической модели результатов приведено на рис. 5.

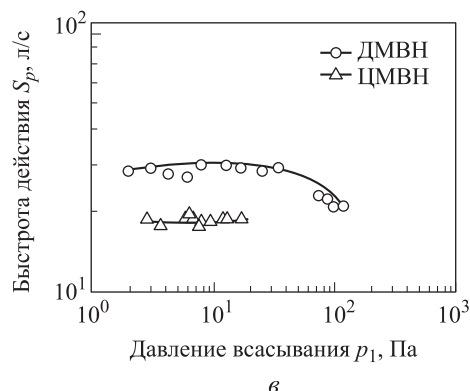


**Рис. 5 (начало).** Сравнение результатов расчета по разработанной математической модели с результатами эксперимента:

*а* — зависимость давления всасывания от давления нагнетания МВН; *б* — зависимость максимальной степени повышения давления МВН от давления нагнетания

**Рис. 5 (окончание).** Сравнение результатов расчета по разработанной математической модели с результатами эксперимента:

$v$  — откачная характеристика МВН



Анализируя данные, полученные при сравнении, можно заключить, что расхождения расчета по разработанной математической модели с экспериментом не превышают 5 % при работе насоса в молекулярном режиме, 20 % — при нарушении молекулярного режима течения газа, что доказывает адекватность разработанной математической модели.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Демихов К.Е., Никулин Н.К. Оптимизация высоковакуумных механических насосов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 255 с.
2. Демихов К.Е., Панфилов Ю.В., Никулин Н.К. и др. Вакуумная техника / под общ. ред. К.Е. Демихова, Ю.В. Панфилова. М.: Машиностроение, 2009. 590 с.
3. Giors S., Campagna L., Emelli E. New spiral molecular drag stage design for high compression ratio, compact turbomolecular-drag pumps // Journal of Vacuum Science and Technology. Part A. 2010. Vol. 28. No. 4. DOI: 10.1116/1.3386591  
URL: <http://avs.scitation.org/doi/full/10.1116/1.3386591>
4. Mauro Audi, Silvio Giors, Romina Gotta. The state of the art in molecular-drag turbo-pump technology. Agilent technologies GmbH, 2011. 26 p.
5. Демихов К.Е., Очков А.А. Математическая модель процесса откачки газа цилиндрическим молекулярным вакуумным насосом в широком диапазоне давлений // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 12. С. 128–136.  
DOI: 10.7463/1214.0748304 URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/748304.html>
6. Демихов К.Е., Очков А.А., Полежаев А. Влияние различных параметров проточной части цилиндрического молекулярного вакуумного насоса на его характеристики // Машины и установки: проектирование, разработка и эксплуатация. 2015. № 3. С. 1–8.  
URL: <http://maplantsjournal.ru/doc/785997.html>
7. Демихов К.Е., Очков А.А. Оценка эффективности влияния основных конструктивных параметров проточной части дискового молекулярного вакуумного насоса на его характеристики в широком диапазоне давлений // Машины и установки: проектирование, разработка и эксплуатация. 2015. № 2. С. 25–34.  
URL: <http://maplantsjournal.ru/doc/781957.html>
8. Agilent Turbo-V pumps. Agilent Technologies GmbH, May 2016. 59 p.



9. *Myoung-Keon Kwon, Young-Kyu Hwang. An experimental study on the pumping performance of molecular drag pumps // Journal of Mechanical Science and Technology. 2006. Vol. 20. No. 9. P. 1483–1491. DOI: 10.1007/BF02915971*  
URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02915971>

**Демихов Константин Евгеньевич** — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Вакуумная и компрессорная техника» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Очков Андрей Андреевич** — ассистент кафедры «Вакуумная и компрессорная техника» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Демихов К.Е., Очков А.А. Универсальная математическая модель процесса откачки газа молекулярным вакуумным насосом // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2017. № 6. С. 134–143. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-134-143

**UNIVERSAL MATHEMATICAL MODEL OF DE-GASSING PROCESS BY MOLECULAR VACUUM PUMP**

**К.Е. Demikhov**  
**А.А. Ochkov**

ked@bmstu.ru  
aohkov@bmstu.ru

**Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation**

**Abstract**

For the first time, the universal mathematical model describing the working process of de-gassing by a molecular vacuum pump has been developed in a wide range of pumping parameters under different gas flow regimes, which allows calculating the channel parameters of disk and cylindrical molecular vacuum pumps. The adequacy of developed mathematical model is verified by comparison with the experimental data — the maximum calculating error doesn't exceed 20%

**Keywords**

*Mathematical model, vacuum pump, molecular vacuum pump, optimization, pumping speed, flow part*

Received 23.05.2017  
© BMSTU, 2017

**REFERENCES**

- [1] Demikhov K.E., Nikulin N.K. Optimizatsiya vysokovakuumnykh mekhanicheskikh nasosov [High-vacuum mechanical pumps optimization]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2010. 255 p.
- [2] Demikhov K.E., Panfilov Yu.V., Nikulin N.K., et al. Vakuumnaya tekhnika [Vacuum technics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009. 590 p.
- [3] Giors S., Campagna L., Emelli E. New spiral molecular drag stage design for high compression ratio, compact turbomolecular-drag pumps. *Journal of Vacuum Science and Technology. Part A*, 2010, vol. 28, no. 4. DOI: 10.1116/1.3386591  
Available at: <http://avs.scitation.org/doi/full/10.1116/1.3386591>

- [4] Mauro Audi, Silvio Giors, Romina Gotta. The state of the art in molecular-drag turbo-pump technology. Agilent technologies GmbH, 2011. 26 p.
- [5] Demikhov K.E., Ochkov A.A. Mathematical model of pumping gas process by the cylindrical molecular vacuum pump in the wide range of pressures. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2014, no. 12, pp. 128–136 (in Russ.). DOI: 10.7463/1214.0748304 Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/748304.html>
- [6] Demikhov K.E., Ochkov A.A., Polezhaev A. Various parameters of the flowing part of a cylindrical molecular vacuum pump effecting on its characteristics. *Mashiny i ustanovki: proektirovanie, razrabotka i ekspluatatsiya* [Machines and Plants: Design and Exploiting], 2015, no. 3, pp. 1–8 (in Russ.). Available at: <http://maplantsjournal.ru/doc/785997.html>
- [7] Demikhov K.E., Ochkov A.A. Influence effectiveness assessment of the basic design parameters of the drag molecular vacuum pump flow part on its characteristics in a wide range of pressures. *Mashiny i ustanovki: proektirovanie, razrabotka i ekspluatatsiya* [Machines and Plants: Design and Exploiting], 2015, no. 2, pp. 25–34 (in Russ.). Available at: <http://maplantsjournal.ru/doc/781957.html>
- [8] Agilent Turbo-V pumps. Agilent Technologies GmbH, May 2016. 59 p.
- [9] Myoung-Keon Kwon, Young-Kyu Hwang. An experimental study on the pumping performance of molecular drag pumps. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2006, vol. 20, no. 9, pp. 1483–1491. DOI: 10.1007/BF02915971 Available at: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02915971>

**Demikhov K.E.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of Vacuum and Compressor Technology Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Ochkov A.A.** — Assistant of Vacuum and Compressor Technology Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Demikhov K.E., Ochkov A.A. Universal Mathematical Model of De-Gassing Process by Molecular Vacuum Pump. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2017, no. 6, pp. 134–143. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-134-143