УДК 536.2 DOI: 10.18698/0236-3941-2019-2-60-70

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ПРОЗРАЧНОМ ДЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ТВЕРДОМ ТЕЛЕ С ПОГЛОЩАЮЩИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ В СИСТЕМЕ

А.В. Аттетков fn2@bmstu.ru
И.К. Волков fn2@bmstu.ru
К.А. Гайдаенко kseniyagaydaenko@gmail.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрена задача определения температурного поля прозрачного для излучения изотропного твердого тела с поглощающим сферическим включением при наличии фазовых превращений в системе. Идентифицированы достаточные условия, выполнение которых обеспечивает возможность реализации автомодельного процесса теплопереноса в анализируемой системе. Качественно исследованы физические свойства изучаемого автомодельного процесса и установлены его специфические особенности. Теоретически обоснована возможность реализации режима термостатирования подвижной границы зоны фазовых превращений в анализируемом процессе теплопереноса

Ключевые слова

Изотропное твердое тело, лазерное излучение, поглощающее сферическое включение, фазовые превращения, температурное поле, автомодельное решение

Поступила 09.11.2018
© Автор(ы), 2019

Введение. В теоретических исследованиях по проблеме лазерного инициирования взрывного разложения гетерогенных энергетических материалов специфическое положение занимает математическая модель процесса теплопереноса в прозрачном для излучения изотропном твердом теле, содержащем поглощающее сферическое включение (далее — сферический очаг разогрева) [1–6]. Отмеченная специфика заключается в относительной простоте исходной математической модели и трудностях, возникающих при нахождении аналитического решения соответствующей задачи нестационарной теплопроводности. В работах [1–3] проанализирован упрощенный аналог рассматриваемой модели, базирующейся на стандартном предположении об идеальности теплового контакта в системе и гипотезе о «предельно большой теплопроводности очага разогрева».

Существует и другая трактовка анализируемой модели, основанная на гипотезе о возможности приравнивания среднеинтегральной температуры поглощающего сферического включения температуре границы изучаемой системы, т. е. реализации идеи «сосредоточенная емкость» [7]. Такой подход позволит дать математическую интерпретацию и теоретически обосновать условие применимости реализуемой модели [8].

Особое место в исследованиях занимают автомодельные процессы теплопереноса. По сложившейся терминологии (см. например, [9–11]) «автомодельный» буквально означает «себе подобный». Как правило, используя это понятие, предполагают, что изучаемый физический процесс является гомохронным (однородным по времени) и можно проводить поиск его состояния равновесия, которое не должно зависеть от времени.

В работах [12–14] теоретически обоснована возможность существования автомодельных процессов теплопереноса в изотропном твердом теле со сферическим очагом разогрева — шаровой полостью, заполненной высокотемпературным газом, при наличии (или отсутствии) термически тонкого покрытия на ее неподвижной или движущейся границе.

Цель проведенных исследований — определение достаточных условий, выполнение которых обеспечивает возможность существования автомодельного процесса теплопереноса в прозрачном для излучения твердом теле с поглощающим сферическим включением при наличии фазовых превращений в системе.

Исходная математическая модель и ее преобразование. В качестве объекта исследований рассматривается изотропное пространство (фаза s) с инертным включением (фаза h) сферической формы радиуса r_0. На объект исследований воздействует поток излучения с плотностью q, для которого он абсолютно прозрачен, но может поглощаться сферическим включением. В результате разогрева включения его среднеинтегральная температура достигает значения $T_* = T_f^\circ$, что приводит к возникновению зоны фазовых превращений (фаза f) с интенсивностью $Q_f\, j\,(t)$, распространяющей внутрь изотропного пространства со скоростью $\dot{r}_f(t)$ движения ее границы $r = r_f(t)$.

При сделанных предположениях и с учетом ранее полученных результатов [8] математическую модель процесса формирования температурного поля в изучаемой системе можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}}=\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho^2\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\rho},\quad \rho>\nu(\mathrm{Fo}),\quad \mathrm{Fo}>0;$$
$$\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}}=\frac{\chi}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho^2\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\rho},\quad 1<\rho<\nu(\mathrm{Fo}),\ \mathrm{Fo}>0;$$
$$\theta(\rho,0)=0;$$
$$\Lambda^{-1}\left.\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\rho}\right|_{\rho=1}=-Q(\mathrm{Fo})+\varepsilon_h\left.\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}}\right|_{\rho=1};\tag{1}$$
$$\theta(\rho,\nu(\mathrm{Fo})-0)=\theta(\rho,\nu(\mathrm{Fo})+0);$$
$$-\Lambda^{-1}\left.\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\rho}\right|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})-0}+\left.\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\rho}\right|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})+0}=J(\mathrm{Fo});$$
$$\theta(\rho,\mathrm{Fo})\big|_{\mathrm{Fo}\geq\cdots 0}\in L^2_{r^2}\left[1,+\infty\right),$$

где последнее условие означает, что при каждом фиксированном значении $\mathrm{Fo}\geq 0$ функция $\theta(\rho,\mathrm{Fo})$ интегрируема с квадратом и весом ρ^2 по радиальному переменному $\rho\in\left[1,+\infty\right)$.

Наличие поглощающего включения в реализуемой математической модели фактически учитывается краевым условием при $\rho=1$, явно содержащим производную безразмерной температуры по переменному Fo [8].

В математической модели (1) использованы следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\mathrm{Fo}=\frac{a_s t}{r_0^2};\quad \rho=\frac{r}{r_0};\quad \nu=\frac{r_f}{r_0};\quad \theta=\frac{T-T_0}{T_*-T_0};\quad \chi=\frac{a_f}{a_s};\quad \Lambda=\frac{\lambda_s}{\lambda_f};$$
$$\varepsilon_h=\frac{c_h\gamma_h}{3c_s\gamma_s};\quad Q=\frac{qr_0}{\lambda_s(T_*-T_0)};\quad J=\frac{Q_f jr_0}{\lambda_s(T_*-T_0)},$$

где t — время; r — радиус; T — температура; a — температуропроводность; λ — теплопроводность; c — удельная массовая теплоемкость; γ — плотность; $j(t)=\gamma_s\dot{r}_f(t)$ — массовая скорость фазовых превращений, отнесенная к единице поверхности, и $j(0)=0$; индекс ноль относится к начальным значениям величин.

Для достижения основной цели исследований введем в рассмотрение среднеинтегральную температуру зоны фазовых превращений

$$\left\langle\theta(\mathrm{Fo})\right\rangle=\frac{3}{\nu^3(\mathrm{Fo})-1}\int\limits_1^{\nu(\mathrm{Fo})}\theta(\rho,\mathrm{Fo})\rho^2 d\rho\tag{2}$$

и реализуем идею «сосредоточенная емкость» [7], т. е. будем предполагать, что рассматриваемая среднеинтегральная температура равна температурам ее границ:

$$\theta(1+0,\ \mathrm{Fo}) = \left\langle \theta(\mathrm{Fo}) \right\rangle = \theta(\nu(\mathrm{Fo})-0,\ \mathrm{Fo}) = \theta(\nu(\mathrm{Fo})+0,\ \mathrm{Fo}),\ \ \mathrm{Fo} \geq 0. \qquad (3)$$

Согласно равенствам (2), (3) и известной теореме о дифференцировании по параметру интеграла с пределами интегрирования, зависящими от параметра [15], справедливо равенство

$$\frac{d\left\langle \theta(\mathrm{Fo}) \right\rangle}{d\,\mathrm{Fo}} = -\frac{3\nu^2(\mathrm{Fo})\,\dot{\nu}(\mathrm{Fo})}{\nu^3(\mathrm{Fo})-1}\left\langle \theta(\mathrm{Fo}) \right\rangle + \frac{3}{\nu^3(\mathrm{Fo})-1}\int\limits_1^{\nu(\mathrm{Fo})} \frac{\partial\theta(\rho,\ \mathrm{Fo})}{\partial\,\mathrm{Fo}}\rho^2 d\rho, \qquad (4)$$

где $\dot{\nu}\,(\mathrm{Fo})$ — скорость движения границы зоны фазовых превращений.

Умножив левую и правую части второго уравнения в (1) на $3\left\{\nu^3(\mathrm{Fo})-1\right\}^{-1}$ с последующим интегрированием по переменному ρ в пределах от 1 до $\nu(\mathrm{Fo})$ и воспользовавшись равенствами (2)–(4) с учетом краевого условия при $\rho=1$ в (1) получим:

$$\frac{d\left\langle \theta(\mathrm{Fo}) \right\rangle}{d\,\mathrm{Fo}} + \frac{3\nu^2(\mathrm{Fo})\dot{\nu}(\mathrm{Fo})}{\nu^3(\mathrm{Fo})-1}\left\langle \theta\,(\mathrm{Fo}) \right\rangle =$$

$$= \frac{3\chi\Lambda}{\nu^3(\mathrm{Fo})-1}\left\{ \nu^3(\mathrm{Fo})\left.\frac{\partial\theta\,(\rho,\ \mathrm{Fo})}{\partial\rho}\right|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})} - J\,(\mathrm{Fo}) + Q\,(\mathrm{Fo}) - \varepsilon_h \left.\frac{\partial\theta\,(\rho,\ \mathrm{Fo})}{\partial\,\mathrm{Fo}}\right|_{\rho=1} \right\}.$$

Это позволяет с учетом очевидных равенств

$$\left\langle \theta(\mathrm{Fo}) \right\rangle = \theta(\rho,\ \mathrm{Fo})\Big|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})},\ \ \mathrm{Fo} > 0;$$

$$\frac{d\left\langle \theta(\mathrm{Fo}) \right\rangle}{d\,\mathrm{Fo}} = \left.\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\,\mathrm{Fo}}\right|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})},\ \ \mathrm{Fo} > 0$$

трансформировать задачу (1) к смешанной задаче для уравнения в частных производных параболического типа со специфическим краевым условием на подвижной границе:

$$\frac{\partial\theta(\rho,\ \mathrm{Fo})}{\partial\,\mathrm{Fo}} = \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho^2\frac{\partial\theta(\rho,\ \mathrm{Fo})}{\partial\rho},\ \ \rho > \nu(\mathrm{Fo}),\ \mathrm{Fo} > 0; \qquad (5)$$

$$\theta(\rho,\ 0) = 0;$$

$$\nu^2(\mathrm{Fo})\left.\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\rho}\right|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})}=-Q(\mathrm{Fo})+J(\mathrm{Fo})+$$

$$+\varepsilon_f\left\{3\nu^2(\mathrm{Fo})\dot{\nu}(\mathrm{Fo})\,\theta(\rho,\mathrm{Fo})\Big|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})}+\left[\nu^3(\mathrm{Fo})-1\right]\left.\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\,\mathrm{Fo}}\right|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})}\right\}+ \qquad (5)$$

$$+\varepsilon_h\left.\frac{\partial\theta(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\,\mathrm{Fo}}\right|_{\rho=1};$$

$$\theta(\rho,\mathrm{Fo})\Big|_{\mathrm{Fo}\geq 0}\in L^2_{\rho^2}\left[\nu(\mathrm{Fo}),+\infty\right),$$

где $\varepsilon_f=\left(3\chi\Lambda\right)^{-1}$ — определяющий параметр реализуемой математической модели.

Для удобства дальнейших рассуждений введем функцию

$$V(\rho,\mathrm{Fo})=\rho\theta(\rho,\mathrm{Fo}), \qquad (6)$$

воспользовавшись стандартным приемом [16], и трансформируем смешанную задачу (5) к виду:

$$\frac{\partial V(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\,\mathrm{Fo}}=\frac{\partial^2 V(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\rho^2},\ \ \rho>\nu(\mathrm{Fo}),\ \ \mathrm{Fo}>0;$$

$$V(\rho,0)=0;$$

$$\nu(\mathrm{Fo})\left.\frac{\partial V(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\rho}\right|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})}=-Q(\mathrm{Fo})+J(\mathrm{Fo})+$$

$$+\left[1+3\varepsilon_f\nu(\mathrm{Fo})\,\dot{\nu}(\mathrm{Fo})\right]V(\rho,\mathrm{Fo})\Big|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})}+ \qquad (7)$$

$$+\varepsilon_f\frac{\nu^3(\mathrm{Fo})-1}{\nu(\mathrm{Fo})}\left.\frac{\partial V(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}}\right|_{\rho=\nu(\mathrm{Fo})}+\varepsilon_h\left.\frac{\partial V(\rho,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}}\right|_{\rho=1};$$

$$V(\rho,\mathrm{Fo})\Big|_{\mathrm{Fo}\geq 0}\in L^2\left[\nu(\mathrm{Fo}),+\infty\right),$$

где последнее условие означает, что при каждом фиксированном значении $\mathrm{Fo}\geq 0$ функция $V(\rho,\mathrm{Fo})$ интегрируема с квадратом по радиальному переменному $\rho\in\left[\nu(\mathrm{Fo}),+\infty\right)$.

Постановка автомодельной задачи и ее решение. Для упрощения дальнейших рассуждений последующий анализ ограничим случаем $\varepsilon_h=0$. Отметим, что используемое предположение качественно не искажает физическую картину процесса теплопереноса, но требует уточнения при идентификации температурного поля объекта исследований [8].

Реализуем в задаче (7) автомодельную подстановку

$$\xi = \frac{\rho - \nu(\mathrm{Fo})}{\sqrt{\mathrm{Fo}}}. \tag{8}$$

Тогда с учетом очевидных равенств

$$\frac{\partial}{\partial\,\mathrm{Fo}} = -\frac{\xi/2 + \dot{\nu}(\mathrm{Fo})\sqrt{\mathrm{Fo}}}{\mathrm{Fo}}\frac{d}{d\xi};\quad \frac{\partial}{\partial\rho} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{Fo}}}\frac{d}{d\xi};\quad \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} = \frac{1}{\mathrm{Fo}}\frac{d^2}{d\xi^2}$$

и введенных обозначений

$$\begin{gathered} U(\xi) = V(\rho,\,\mathrm{Fo}); \\ \gamma(\mathrm{Fo}) = \left\{\nu^2(\mathrm{Fo}) + \varepsilon_f\left[\nu^3(\mathrm{Fo}) - 1\right]\dot{\nu}(\mathrm{Fo})\right\}^{-1}\times \\ \times\left[1 + 3\varepsilon_f\nu(\mathrm{Fo})\,\dot{\nu}(\mathrm{Fo})\right]\nu(\mathrm{Fo})\sqrt{\mathrm{Fo}}; \\ f(\mathrm{Fo}) = \left[Q(\mathrm{Fo}) - J(\mathrm{Fo})\right]\left[1 + 3\varepsilon_f\nu(\mathrm{Fo})\,\dot{\nu}(\mathrm{Fo})\right]^{-1} \end{gathered} \tag{9}$$

смешанная задача (7) эквивалентна краевой задаче

$$\begin{gathered} \frac{d^2U(\xi)}{d\xi^2} + \left[\frac{\xi}{2} + \dot{\nu}(\mathrm{Fo})\sqrt{\mathrm{Fo}}\right]\frac{dU(\xi)}{d\xi} = 0,\quad \xi > 0; \\ \left.\frac{dU(\xi)}{d\xi}\right|_{\xi=0} = \gamma(\mathrm{Fo})\left[\left.U(\xi)\right|_{\xi=0} - f(\mathrm{Fo})\right]; \\ U(\xi) \in L_\xi^2\left[0,\,+\infty\right). \end{gathered} \tag{10}$$

Отметим, что начальное условие при $\mathrm{Fo} = 0$ в задаче (7) в автомодельных переменных (8) будет иметь вид краевого условия задачи (10), заданного при $\xi = +\infty$.

Непосредственный анализ краевой задачи (10) показывает, что подстановка (8) приводит к автомодельному решению при выполнении условий:

$$\dot{\nu}(\mathrm{Fo})\sqrt{\mathrm{Fo}} \equiv \nu_0 - \mathrm{const}; \tag{11}$$

$$f(\mathrm{Fo}) \equiv f_0 - \mathrm{const}; \tag{12}$$

$$\gamma(\mathrm{Fo}) \equiv \gamma_0 - \mathrm{const}, \tag{13}$$

где постоянные ν_0, f_0 могут принимать лишь неотрицательные значения; γ_0 — положительная постоянная.

Условие автомодельности (11) реализуется лишь для следующего закона движения границы зоны фазовых превращений:

$$\nu(\mathrm{Fo}) = 2\nu_0\sqrt{\mathrm{Fo}} + 1, \quad \mathrm{Fo} \ge 0. \tag{14}$$

При выполнении этого условия решение краевой задачи (10) определяется, как [12]:

$$U(\xi) = U(0) + U'(0)\ \exp\left\{\nu_0^2\right\}\sqrt{\pi}\left[\operatorname{erfc}\left\{\nu_0\right\} - \operatorname{erfc}\left\{\frac{\xi}{2} + \nu_0\right\}\right], \ \xi \ge 0;$$
$$U(0) = f_0\,\frac{\gamma_0\sqrt{\pi}\ \exp\left\{\nu_0^2\right\}\ \operatorname{erfc}\left\{\nu_0\right\}}{1 + \gamma_0\sqrt{\pi}\ \exp\left\{\nu_0^2\right\}\ \operatorname{erfc}\left\{\nu_0\right\}}, \tag{15}$$

где штрихом обозначена производная по переменному ξ; $\operatorname{erfc}\{\bullet\}$ — дополнительная функция ошибок Гаусса [16].

Заключение. Приведенные результаты демонстрируют пример автомодельных решений, иллюстрирующих свойства автомодельных процессов теплопереноса в изотропных твердых телах.

Физические свойства изучаемого процесса теплопереноса однозначно определяются условиями автомодельности (12), (13) реализуемого граничного режима. При $f_0 = 0$ $U'(0) = 0$, т. е. реализуется режим тепловой изоляции границы зоны фазовых превращений. При $f_0 > 0$ качественная картина автомодельного процесса теплопереноса зависит от безразмерных параметров ν_0, определенного условием автомодельности (11), и ε_f — симплекса подобия физических свойств фаз f и s. В частности, при $\varepsilon_f = 0$, согласно (9), (14), должно выполняться условие $\gamma_0 < (2\nu_0)^{-1}$, которое можно рассматривать как достаточное условие автомодельности реализуемого граничного режима. При этом, согласно (15), безразмерная температура $U(0) = \mathrm{const}$, т. е. реализуется режим термостатирования границы зоны фазовых превращений, закон движения которой определен равенством (14).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ассовский И.Г. Физика горения и внутренняя баллистика. М., Наука, 2005.

[2] Чернай А.В. О механизме зажигания конденсированных вторичных ВВ лазерным импульсом. *Физика горения и взрыва*, 1996, т. 32, № 1, с. 11–19.

[3] Буркина Р.С., Морозова Е.Ю., Ципилев В.П. Инициирование реакционноспособного вещества потоком излучения при его поглощении оптическими неоднородностями вещества. *Физика горения и взрыва*, 2011, т. 47, № 5, с. 95–105.

[4] Кригер В.Г., Каленский А.В., Звеков А.А. и др. Процессы теплопереноса при лазерном разогреве включений в инертной матрице. *Теплофизика и аэромеханика*, 2013, т. 20, № 3, с. 375–382.

[5] Адуев Б.П., Ананьина М.В., Звеков А.А. и др. Микроочаговая модель лазерного инициирования взрывного разложения энергетических материалов с учетом плавления. *Физика горения и взрыва*, 2014, т. 50, № 6, с. 92–99.

[6] Каленский А.В., Звеков А.А., Никитин А.П. Микроочаговая модель с учетом зависимости коэффициента эффективности поглощения лазерного импульса от температуры. *Химическая физика*, 2017, т. 36, № 4, с. 43–49.

[7] Пудовкин М.А., Волков И.К. Краевые задачи математической теории теплопроводности в приложении к расчетам температурных полей в нефтяных пластах при заводнении. Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1978.

[8] Аттетков А.В., Волков И.К., Гайдаенко К.А. Процессы теплопереноса в прозрачном для излучения твердом теле с поглощающим сферическим включением. *Тр. 7-й Росс. нац. конф. по теплообмену*. Т. 3. М., 2018, с. 7–11.

[9] Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Наука, 1966.

[10] Самарский А.А., Галактинов В.А., Курдюмов С.П. и др. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М., Наука, 1987.

[11] Волосевич П.П., Леванов Е.И. Автомодельные решения задач газовой динамики и теплопереноса. М., Изд-во МФТИ, 1997.

[12] Аттетков А.В., Волков И.К. О возможности реализации режима термостатирования границы сферического очага разогрева. *Изв. РАН. Энергетика*, 2016, № 3, с. 141–147.

[13] Аттетков А.В., Волков И.К. Автомодельное решение задачи теплопереноса в твердом теле со сферическим очагом разогрева, обладающим термически тонким покрытием. *Тепловые процессы в технике*, 2016, т. 8, № 7, с. 297–300.

[14] Аттетков А.В., Волков И.К., Гайдаенко К.А. Автомодельное решение задачи теплопереноса в твердом теле со сферическим очагом разогрева, подвижная граница которого обладает пленочным покрытием. *Тепловые процессы в технике*, 2017, т. 9, № 4, с. 178–183.

[15] Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М., Наука, 1965.

[16] Аттетков А.В., Волков И.К. Температурное поле области со сферическим очагом разогрева. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2001, № 1, с. 42–50.

Аттетков Александр Владимирович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Волков Игорь Куприянович — д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры «Математическое моделирование» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Гайдаенко Ксения Александровна — студентка кафедры «Математическое моделирование» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Аттетков А.В., Волков И.К., Гайдаенко К.А. Автомодельные процессы теплопереноса в прозрачном для излучения твердом теле с поглощающим включением при наличии фазовых превращений в системе. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2019, № 2, с. 60–70. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-2-60-70

SELF-SIMILAR HEAT TRANSFER PROCESSES IN A RADIATION-TRANSPARENT SOLID BODY CONTAINING AN ABSORPTIVE INCLUSION WITH THE SYSTEM FEATURING PHASE TRANSITIONS

A.V. Attetkov fn2@bmstu.ru
I.K. Volkov fn2@bmstu.ru
K.A. Gaydaenko kseniyagaydaenko@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The paper considers the problem of determining temperature field parameters in a radiation-transparent isotropic solid body containing an absorptive inclusion, when the system features phase transitions. We identify sufficient conditions, meeting which ensures the possibility of self-similar heat transfer process taking place in the system under consideration. We qualitatively investigated physical properties of the self-similar process under study and determined its specifics. We provide a theoretical validation of implementing a thermostating mode of the moving phase transition boundary in the heat transfer process investigated

Keywords

Isotropic solid, laser radiation, spherical absorptive inclusion, phase transitions, temperature field, self-similar solution

Received 09.11.2018
© Author(s), 2019

REFERENCES

[1] Assovskiy I.G. Fizika goreniya i vnutrennyaya ballistika [Combustion physics and interior ballistics]. Moscow, Nauka Publ., 2005.

[2] Chernay A.V. On the mechanism of ignition of condensed secondary explosives by a laser pulse. *Combust. Explos. Shock Waves*, 1996, vol. 32, no. 1, pp. 8–15. DOI: 10.1007/BF01992185

[3] Burkina R.S., Morozova E.Yu., Tsipilev V.P. Initiation of a reactive material by a radiation beam absorbed by optical heterogeneities of the material. *Combust. Explos. Shock Waves*, 2011, vol. 47, no. 5, pp. 581–590. DOI: 10.1134/S0010508211050121

[4] Kriger V.G., Kalenskiy A.V., Zvekov A.A., et al. Gas-jet method for deposition of metal nanoparticles into the fluorine-polymer matrix. *Thermophys. Aeromech.*, 2013, vol. 20, no. 3, pp. 375–379. DOI: 10.1134/S0869864313030165

[5] Aduev B.P., Ananina M.V., Zvekov A.A., et al. Micro-hot-spot model for the laser initiation of explosive decomposition of energetic materials with melting taken into account. *Combust. Explos. Shock Waves*, 2014, vol. 50, no. 6, pp. 704–710.
DOI: 10.1134/S0010508214060112

[6] Kalenskiy A.V., Zvekov A.A., Nikitin A.P. Micro-hot-spot model taking into account the temperature dependence of the laser pulse absorption efficiency factor. *Russ. J. Phys. Chem. B*, 2017, vol. 11, no. 2, pp. 282–287. DOI: 10.1134/S199079311702018X

[7] Pudovkin M.A., Volkov I.K. Kraevye zadachi matematicheskoy teorii teploprovodnosti v prilozhenii k raschetam temperaturnykh poley v neftyanykh plastakh pri zavodnenii [Boundary problems of thermal conduction theory applying to temperature field calculation in oil beds under water flood]. Kazan, Izd-vo Kazanskogo un-ta Publ., 1978.

[8] Attetkov A.V., Volkov I.K., Gaydaenko K.A. [Heat transfer processes in radiation-transparent solids with absorbing spherical inclusion]. *Tr. 7 Ross. nats. konf. po teploobmenu. T. 3* [Proc. 7 Russ. conf. on heat exchange. Vol. 3]. Moscow, 2018, pp. 7–11 (in Russ.).

[9] Zeldovich Ya.B., Rayzer Yu.P. Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy [Physics of shock waves and high temperature hydrodynamic phenomena]. Moscow, Nauka Publ., 1966.

[10] Samarskiy A.A., Galaktinov V.A., Kurdyumov S.P., et al. Rezhimy s obostreniem v zadachakh dlya kvazilineynykh parabolicheskikh uravneniy [Blow-up regimes in problems for quasilinear parabolic equations]. Moscow, Nauka Publ., 1987.

[11] Volosevich P.P., Levanov E.I. Avtomodelnye resheniya zadach gazovoy dinamiki i teploperenosa [Self-similar solutions of gas dynamics and heat transport problems]. Moscow, MIPT Publ., 1997.

[12] Attetkov A.V., Volkov I.K. On the possibility of the realization of thermostating mode of a spherical hot-spot boundary. *Izv. RAN. Energetika* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering], 2016, no. 3, pp. 141–147 (in Russ.).

[13] Attetkov A.V., Volkov I.K. Self-similar solution of heat transport problems in a solid with a spherical hot-spot having a thermally thin coating. *Teplovye protsessy v tekhnike* [Thermal Processes in Engineering], 2016, vol. 8, no. 7, pp. 297–300 (in Russ.).

[14] Attetkov A.V., Volkov I.K., Gaydaenko K.A. Self-similar solution of the problem of heat transfer in a solid with spherical hot-spot, which moving boundary has a firm coating. *Teplovye protsessy v tekhnike* [Thermal Processes in Engineering], 2017, vol. 9, no. 4, pp. 178–183 (in Russ.).

[15] Budak B.M., Fomin S.V. Kratnye integraly i ryady [Multiple integrals and rows]. Moscow, Nauka Publ., 1965.

[16] Attetkov A.V., Volkov I.K. Temperature field of domain with spherical source of heating. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2001, no. 1, pp. 42–50 (in Russ.).

Attetkov A.V. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Research Fellow, Assoc. Professor, Department of Applied Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Volkov I.K. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Professor, Department of Mathematical Simulation, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Gaydaenko K.A. — student, Department of Mathematical Modelling, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Attetkov A.V., Volkov I.K., Gaydaenko K.A. Self-similar heat transfer processes in a radiation-transparent solid body containing an absorptive inclusion with the system featuring phase transitions. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2019, no. 2, pp. 60–70 (in Russ.).
DOI: 10.18698/0236-3941-2019-2-60-70