

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В КАНАЛАХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ ТЕЧЕНИЯ МЕТОДОМ РЕШЕТОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ БОЛЬЦМАНА (LBM)**А.В. Бурмистров**

burm@kstu.ru

С.И. Саликеев

salikeev_s@mail.ru

А.А. Райков

ors@hitv.ru

**ФГБОУ ВО «КНИТУ», г. Казань, Республика Татарстан,
Российская Федерация****Аннотация**

Бесконтактные вакуумные насосы работают в широком диапазоне давлений. Поэтому расчет перетеканий через щелевые каналы связан с необходимостью учета закономерностей трех режимов течения газа: вязкостного, переходного и молекулярного. Большинство каналов бесконтактных насосов образовано криволинейными стенками, представляющими собой щели переменного в направлении перетекания газа сечения, которые имеют в некотором месте минимальный зазор. Рассмотрены основные методики расчета перетеканий в каналах переменного сечения: метод Монте-Карло для молекулярного режима, численное решение уравнений Навье — Стокса для вязкостного режима и метод LBM для широкого диапазона давлений. Приведены результаты моделирования течения газа методом LBM в пакете COMSOL Multiphysics. Рассмотрено влияние режима течения газа на профиль скорости в канале. По результатам моделирования рассчитана проводимость каналов различной геометрии при разных давлениях на входе и выходе из канала. Приведены графики проводимости в зависимости от числа Кнудсена для метода угловых коэффициентов, модели решеточных уравнений Больцмана и экспериментальных данных. Показано, что для щелевых каналов переменного сечения модель LBM дает хорошую сходимость с экспериментом при любых режимах течения газа

Ключевые слова

Канал переменного сечения, течение газа, проводимость, массовый расход, вязкостный режим, молекулярный режим, переходный режим, уравнения гидрогазодинамики

Поступила 11.03.2019

© Автор(ы), 2019

Введение. Безмасляная среда в настоящее время является неотъемлемой составляющей подавляющего большинства вакуумно-технологических процессов. Наиболее перспективным способом получения безмасляного вакуума повсеместно стало использование бесконтактных вакуумных насосов. Разработка и совершенствование последних невозможно без создания обоснованных методов расчета, позволяющих с достаточной точностью выявить влияние конструктивных параметров и эксплуатационных факторов на откачные и энергетические характеристики. В основе таких методов расчета должны лежать аналитические выражения для нахождения перетеканий через каналы между рабочими элементами, которые, в свою очередь, могут быть получены путем обобщения результатов моделирования течения газа различными методами.

Все бесконтактные вакуумные насосы, а именно двухроторный вакуумный насос типа Рутс, спиральный, кулачково-зубчатый и винтовой работают в широком диапазоне давлений, начиная откачку с атмосферы и доводя давление до предельного остаточного на уровне 1 Па (0,1 МПа ... 1 Па). Поэтому расчет перетеканий через щелевые каналы связан с необходимостью учета закономерностей всех трех режимов течения газа: вязкостного, переходного и молекулярного.

Материалы и методы решения задач. Большинство каналов бесконтактных насосов образовано криволинейными стенками различной геометрии. Общим для них является то, что они представляют собой щели переменного в направлении перетекания газа сечения, которые имеют в некотором месте минимальный зазор (рис. 1). Для расчета проводимости

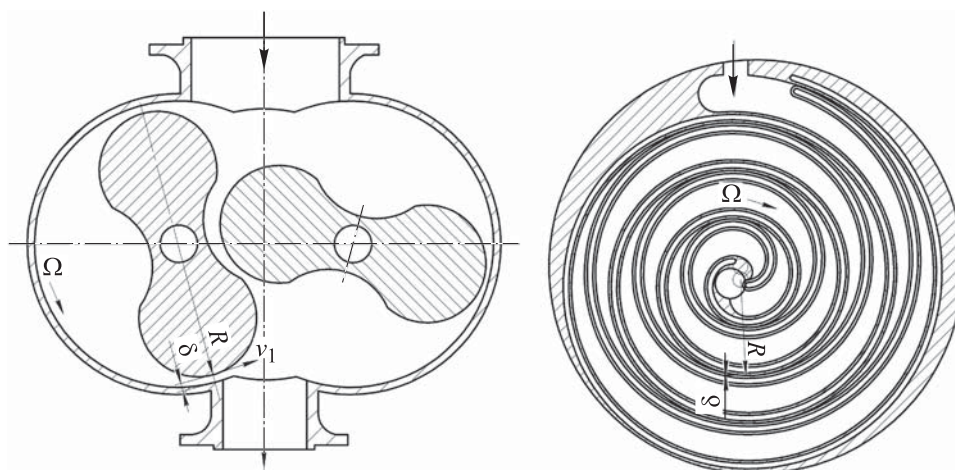


Рис. 1. Типичные профильные каналы бесконтактного вакуумного насоса

таких каналов существуют методики С.Е. Захаренко [1], И.А. Сакуна [2], И.П. Гинзбурга [3] и их модификации [4] для расчета проводимости в вязкостной области в условиях вакуума. Участок, дающий основное сопротивление потоку газа, имеет небольшую протяженность и стенки канала практически с любым профилем (дифференцируемые кривые) на данном участке могут быть аппроксимированы выпуклыми или вогнутыми дугами окружности с радиусами R_1 и R_2 [5] (рис. 2, б, в). Проводимость щелевых каналов бесконтактных насосов можно найти, если имеются выражения для определения проводимости только каналов типа 1 и 2. Более того, в работе [5] предложен универсальный способ нахождения проводимости даже для каналов, имеющих разные кривизны стенок каналов на входе и выходе (рис. 2, а).

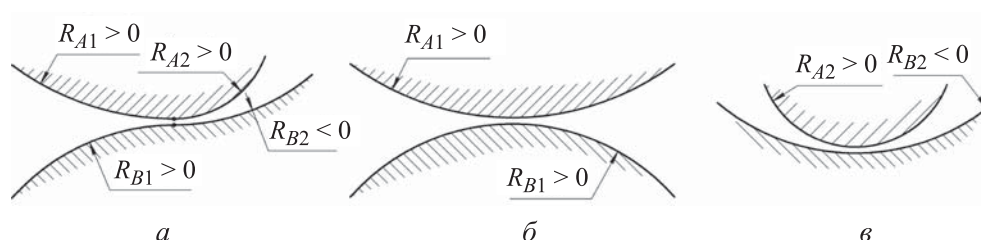


Рис. 2. Канал со стенками разной кривизны на входе и выходе

Формулы проводимости каналов 1, 2 для вязкостного режима течения получены в работах [5, 6] путем обработки результатов решения уравнений Навье — Стокса в пакете Fluent [7]. Строгое применение данного метода возможно лишь в условиях сплошности среды, хотя удастся частично захватить область переходного режима. При этом в пристеночном слое задается условие пристеночного скольжения — скачок скорости и температуры, зависящий от числа Кнудсена.

Для молекулярного режима течения, где отсутствуют столкновения между молекулами газа, наиболее простым, точным и не требующим значительных вычислительных ресурсов является метод угловых коэффициентов. Вместе с тем даже более часто применяется метод пробной частицы (метод Монте-Карло) [8, 9], заключающийся в отслеживании прохождения молекулы газа через канал с учетом столкновения ее со стенками. В работе [10] простые формулы для проводимости каналов 1, 2 получены аппроксимацией данных, рассчитанных именно этим методом.

Наиболее сложным для расчетного определения проводимости остается молекулярно-вязкостный режим. Именно поэтому здесь для расчета проводимости чаще всего используется эмпирическая зависимость [11],

представляющая собой гладкую аппроксимацию между вязкостным и молекулярным режимами:

$$U_{\Pi} = U_{\text{в}} + zU_{\text{м}}, \quad (1)$$

где $U_{\text{м}}$ — проводимость элемента в молекулярном режиме течения; $U_{\text{в}}$ — проводимость элемента в вязкостном режиме при течении без скольжения на стенках; z — эмпирический коэффициент, полученный Кнудсенем в результате обработки экспериментов на длинных цилиндрических трубопроводах.

Аналогичный подход в работе [12] предложен для каналов 1, 2, причем коэффициент z записан в виде

$$z = \frac{1 + \delta P_{\text{ср}} \sqrt{M / R_{\text{г}} T} / \eta}{1 + (1,24 + 0,5(1 - \tau)^2) \delta P_{\text{ср}} \sqrt{M / R_{\text{г}} T} / \eta}, \quad (2)$$

где δ — величина зазора; $P_{\text{ср}}$ — среднее давление в канале; M — молекулярная масса газа; $R_{\text{г}}$ — газовая постоянная; T — температура газа; η — динамическая вязкость газа; τ — отношение давлений между входом и выходом.

Коэффициенты в формуле (2) подбирали, исходя из обеспечения наилучшей сходимости с экспериментальными данными, полученными продувкой целевых каналов при различных размерах R_1 , R_2 и δ . Причем авторы работы [12] отмечают, что погрешности выставления зазора и измерения давления и потока в экспериментах приводят к неточностям в замерах проводимости, особенно при малых зазорах. Кроме того, использование различных методов расчета проводимости в зависимости от давления дает разрывы на границах их применимости и также вносит погрешность в значения коэффициентов в формуле (2). Применять ее за пределами геометрических размеров каналов и давлений, использованных в ходе выполнения эксперимента, также необоснованно.

Другим способом нахождения проводимости каналов в переходном режиме является использование численных методов для моделирования течения газа. Метод конечных объемов с численным решением уравнений Навье — Стокса даже с условием скольжения на стенках не дает достаточно точных результатов в переходном режиме. А упомянутый ранее метод Монте-Карло при учете столкновений между молекулами требует огромных вычислительных мощностей, не позволяет получить решение за адекватное время и для переходного режима может использоваться только в околмолекулярной области.

Охватить весь молекулярно-вязкостный режим течения можно с помощью метода решеточных (сеточных) уравнений Больцмана (Lattice Boltzmann Method, LBM), столкновения между молекулами газа в котором учитываются с помощью модели Батнагара — Гросса — Крука [13, 14]. В уравнениях LBM макроскопические поля задаются пакетами с непрерывным распределением, усредненным вдоль направлений, определенных на фиксированной сетке.

Приближенное кинетическое уравнение записывается в виде

$$f_t + (\vec{\xi} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{x}}) f + (\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{\xi}}) f = \frac{f^{(0)} - f}{\tau},$$

где $\vec{\xi}$ — скорость отдельной частицы; \vec{F} — действующая на частицы внешняя сила, отнесенная к единице массы; $\vec{\nabla}$ — оператор Гамильтона; τ — характерное время релаксации функции f к локально-максвелловскому распределению $f^{(0)}$, считается заданной функцией плотности и температуры. Величина совпадает по порядку величины со средним временем свободного пробега молекул в газе.

Данный метод реализован в пакете COMSOL Multiphysics [15]. В работах [16–18] показана хорошая сходимость экспериментальных данных с результатами численного моделирования течения газа в плоской щели, трубопроводах и микроканалах с использованием метода LBM.

Результаты. Рассмотрим применение метода решеточных (сеточных) уравнений Больцмана к расчету течения газа в щелевых каналах 1, 2.

Отметим, что течение газа через радиальный канал бесконтактных вакуумных насосов является двумерной статической задачей. На первом этапе строится геометрия канала и расчетная область разбивается на сетку со сгущением в пристеночном слое (рис. 3). Подбор оптимальной величины сетки проводится методом сеточной сходимости при пробных расчетах.

Для расчета задаются значения давлений на входе и выходе из канала. Полученные в результате решения поля давлений и скоростей приведены на рис. 4. При снижении давлений в 10 раз (см. рис. 4) заметно различие в характере скоростей течения газа. С одной стороны, из-за уменьшения проводимости при снижении давления уменьшается максимальная скорость течения. С другой, — уменьшение концентрации молекул приводит к уменьшению влияния взаимодействия молекул (снижению вязкости), поэтому распределение скоростей со стороны выхода из канала имеет более вытянутый характер.

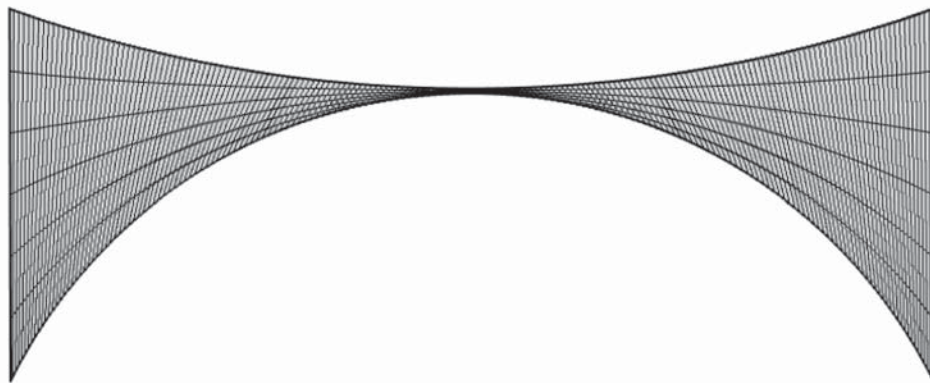


Рис. 3. Расчетная сетка

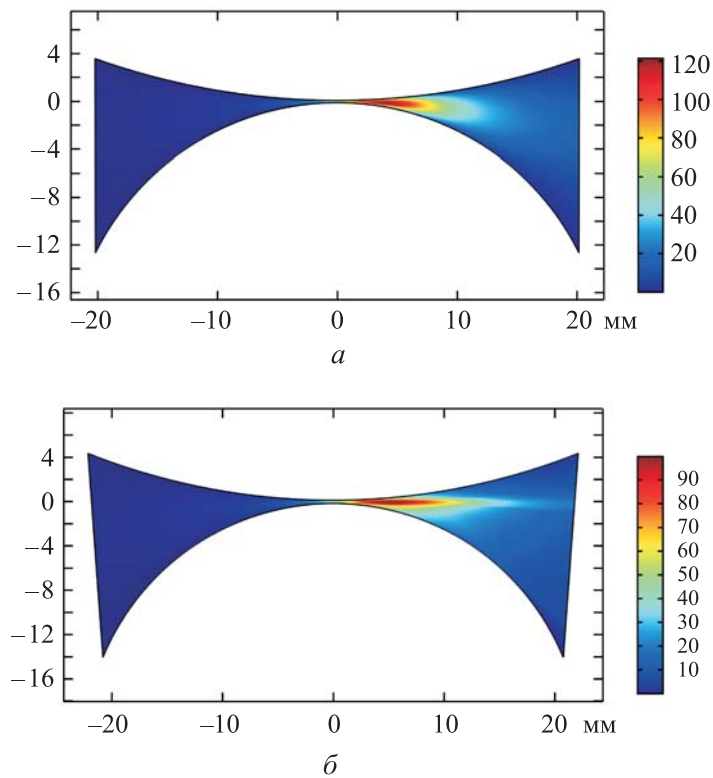


Рис. 4. Распределение скоростей газа в канале:

а — $P_{\text{вх}} = 611,8 \text{ Па}$, $P_{\text{вых}} = 28,2 \text{ Па}$; *б* — $P_{\text{вх}} = 61,18 \text{ Па}$, $P_{\text{вых}} = 2,82 \text{ Па}$

Обсуждение полученных результатов. С использованием полученных массовых расходов газа рассчитаны проводимости каналов. На рис. 5 приведены зависимости проводимости от среднего давления в канале для различных методов расчета в сопоставлении с экспериментальными дан-

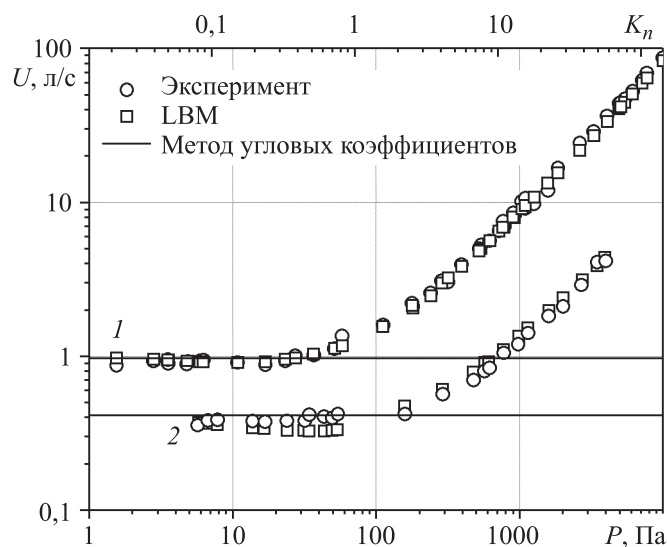


Рис. 5. Зависимость проводимости от среднего давления:
 1 — канал 2, $R_1 = 60$ мм, $R_2 = 30$ мм, $\delta = 0,5$ мм; 2 — канал 1, $R_1 = 60$ мм,
 $R_2 = 22,5$ мм, $\delta = 0,5$ мм

ными [17]. На графике видно, что при давлении менее 6 Па методы угловых коэффициентов и LBM хорошо сходятся между собой и с экспериментом. При дальнейшем росте давления до 150 Па расхождений между экспериментом и методом угловых коэффициентов практически не наблюдается, однако метод LBM показывает заниженные значения. При более высоких давлениях расхождение между экспериментом и методом LBM не превышает 5 %. Модель ламинарного течения газа начинает показывать хорошую сходимость при давлении более 1000 Па.

Заключение. При высоких давлениях использование метода LBM требует значительных вычислительных затрат. Поэтому, несмотря на хорошую сходимость метода LBM во всем диапазоне давлений, его применение будет оптимальным в зоне переходного режима.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Захаренко С.Е. Расход газа через узкие щели при критических скоростях истечения. *Труды ЛПИ*, 1965, № 1, с. 71–74.
- [2] Сакун И.А. Винтовые компрессоры. Л., Машиностроение, 1970.
- [3] Гинзбург И.П. Движение газа в узкой щели. *Вестник Ленинградского университета. Механика*, 1953, № 8, с. 27–50.
- [4] Хисамеев И.Г., Максимов В.А. Двухроторные винтовые и прямозубые компрессоры. Казань, ФЭН, 2000.

- [5] Бурмистров А.В., Шарафиев Л.З., Саликеев С.И. и др. Метод экспресс расчета проводимости щелевых каналов, образованных криволинейными стенками произвольной геометрии. *Мат. XII науч.-техн. конф. «Вакуумная наука и техника»*. М., МИЭМ, 2005, с. 37–41.
- [6] Salikeev S., Burmistrov A., Bronshtein M., et al. Conductance calculation of channels in laminar gas flow regime at an arbitrary pressure difference. *Vacuum*, 2014, vol. 107, pp. 178–183. DOI: 10.1016/j.vacuum.2014.01.016
- [7] Ansys, Inc. License file for Kazan National Research Technology University c/n 657938.
- [8] Bird G.A. *Molecular gas dynamics*. Oxford, Clarendon, 1976.
- [9] Bird G.A. *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows*. Oxford, Clarendon Press, 1994.
- [10] Salikeev S., Burmistrov A., Bronshtein M., et al. Conductance of slot channels formed by cylindrical walls: Monte Carlo calculations and experimental studies in the molecular gas flow regime. *Vakuum in Forschung und Praxis*, 2013, vol. 25, no. 4, pp. 34–38.
- [11] Дэшман С. *Научные основы вакуумной техники*. М., ИИЛ, 1950.
- [12] Burmistrov A., Salikeev S., Bronshtein M., et al. Conductance calculation of slot channels with variable cross section: from molecular to viscous flow regime. *Vakuum in Forschung und Praxis*, 2015, vol. 27, no. 1, pp. 36–40.
- [13] Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M. A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Phys. Rev.*, 1954, vol. 94, no. 3, pp. 511–525. DOI: 10.1103/PhysRev.94.511
- [14] Agarwal R.K. Beyond Navier — Stokes: Burnett equations for flows in the continuum-transition regime. *Phys. Fluids*, 2001, vol. 13, no. 10, pp. 3061–3085. DOI: 10.1063/1.1397256
- [15] COMSOL Multiphysics. License file for Kazan National Research Technology University c/n 9601045.
- [16] Sharipov F. Analytical and numerical calculations of rarefield gas flow. In: *Handbook of vacuum technology*. Berlin, Wiley-VCN, 2008.
- [17] Sturnfield J. Understanding the transition flow region through COMSOL Multiphysics modeling. *Conf. COMSOL*, Boston, 2015.
URL: https://www.comsol.com/paper/download/257821/sturnfield_presentation.pdf
- [18] Бурмистров А.В. Создание и исследование бесконтактных вакуумных насосов. Дис. ... д-ра техн. наук. М., МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006.

Бурмистров Алексей Васильевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Вакуумная техника электрофизических установок» ФГБОУ ВО «КНИТУ» (Российская Федерация, 420015, Республика Татарстан, г. Казань, ул. К. Маркса, д. 68).

Саликеев Сергей Иванович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вакуумная техника электрофизических установок» ФГБОУ ВО «КНИТУ» (Российская Федерация, 420015, Республика Татарстан, г. Казань, ул. К. Маркса, д. 68).

Райков Алексей Александрович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вакуумная техника электрофизических установок» ФГБОУ ВО «КНИТУ» (Российская Федерация, 420015, Республика Татарстан, г. Казань, ул. К. Маркса, д. 68).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Бурмистров А.В., Саликеев С.И., Райков А.А. Моделирование течения газа в каналах переменного сечения при различных режимах течения методом решеточных уравнений Больцмана (LBM). *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2019, № 6, с. 105–115. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-6-105-115

SIMULATION OF GAS FLOW IN CHANNELS WITH VARIABLE CROSS-SECTION AT DIFFERENT FLOW MODES USING LATTICE BOLTZMANN METHOD (LBM)

A.V. Burmistrov

burm@kstu.ru

S.I. Salikeev

salikeev_s@mail.ru

A.A. Raykov

ors@hitv.ru

**Kazan National Research Technological University, Kazan,
Republic of Tatarstan, Russian Federation**

Abstract

All contact-free vacuum pumps operate in a very wide pressure range. Therefore, the calculation of flows through the slot channels is associated with the need to take into account the laws of all three modes of gas flow: viscous, transitional and molecular. Most of channels of contact-free pumps are formed by curved walls, which are slits of variable cross-section in the direction of gas flow, having a minimum gap in some place. The paper considers the basic methods of calculating flows in channels of variable cross-section: the Monte Carlo method for molecular mode, the numerical solution of Navier — Stokes equations for viscous mode and the Lattice Boltzmann method (LBM) for a wide range of pressures. The results of gas flow simulation calculated in COMSOL Multiphysics with LBM method are presented. The influence of the gas flow mode on the velocity profile in the channel is discussed. Based on the simulation results, the conductivity of channels of different geometries was calculated at various pressures at the inlet and outlet of the channel. The graphs of

Keywords

Channels of variable cross-section, gas flow, conductivity, mass flow rate, viscous mode, molecular mode, transient mode, fluid dynamics equations

conductivity dependence on the Knudsen number for the method of angular coefficients, the model of lattice Boltzmann equations and experimental data are presented. It is shown that for slit channels of variable cross-section, the LBM model agrees well with the experiment under any gas flow modes

Received 11.03.2019

© Author(s), 2019

REFERENCES

- [1] Zakharenko S.E. Gas flow rate through narrow slits at critical exhaust velocity. *Trudy LPI*, 1965, no. 1, pp. 71–74 (in Russ.).
- [2] Sakun I.A. *Vintovye kompressory* [Screw compressors]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1970.
- [3] Ginzburg I.P. Gas motion in narrow slit. *Vestnik Leningradskogo universiteta. Mekhanika*, 1953, no. 8, pp. 27–50 (in Russ.).
- [4] Khisameev I.G., Maksimov V.A. *Dvukhrotornye vintovye i pryamozubye kompressory* [Two-rotor screw and straight-toothed compressors]. Kazan, FEN Publ., 2000.
- [5] Burmistrov A.V., Sharafiev L.Z., Salikeev S.I., et al. [A method for the rapid conductivity calculation of slot channels formed by curvilinear walls with arbitrary geometry]. *Mat. XII nauch.-tekh. konf. "Vakuumnaya nauka i tekhnika"* [Proc. XII Sc.-Tech. Conf. Vacuum science and technique]. Moscow, MIEM Publ., 2005, pp. 37–41 (in Russ.).
- [6] Salikeev S., Burmistrov A., Bronshtein M., et al. Conductance calculation of channels in laminar gas flow regime at an arbitrary pressure difference. *Vacuum*, 2014, vol. 107, pp. 178–183. DOI: 10.1016/j.vacuum.2014.01.016
- [7] Ansys, Inc. License file for Kazan National Research Technology University c/n 657938.
- [8] Bird G.A. *Molecular gas dynamics*. Oxford, Clarendon, 1976.
- [9] Bird G.A. *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows*. Oxford, Clarendon Press, 1994.
- [10] Salikeev S., Burmistrov A., Bronshtein M., et al. Conductance of slot channels formed by cylindrical walls: Monte Carlo calculations and experimental studies in the molecular gas flow regime. *Vakuum in Forschung und Praxis*, 2013, vol. 25, no. 4, pp. 34–38.
- [11] Dushman S. *Scientific foundation of vacuum technique*. New York, John Wiley & Sons, 1949.
- [12] Burmistrov A., Salikeev S., Bronshtein M., et al. Conductance calculation of slot channels with variable cross section: from molecular to viscous flow regime. *Vakuum in Forschung und Praxis*, 2015, vol. 27, no. 1, pp. 36–40.
- [13] Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M. A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Phys. Rev.*, 1954, vol. 94, no. 3, pp. 511–525. DOI: 10.1103/PhysRev.94.511
- [14] Agarwal R.K. Beyond Navier — Stokes: Burnett equations for flows in the continuum-transition regime. *Phys. Fluids*, 2001, vol. 13, no. 10, pp. 3061–3085. DOI: 10.1063/1.1397256

[15] COMSOL Multiphysics. License file for Kazan National Research Technology University c/n 9601045.

[16] Sharipov F. Analytical and numerical calculations of rarefield gas flow. In: Handbook of vacuum technology. Berlin, Wiley-VCN, 2008.

[17] Sturnfield J. Understanding the transition flow region through COMSOL Multiphysics modeling. *Conf. COMSOL*, Boston, 2015. Available at: https://www.comsol.com/paper/download/257821/sturnfield_presentation.pdf

[18] Burmistrov A.V. Sozdanie i issledovanie beskontaktnykh vakuumnykh nasosov. Diss. d-ra tekhn. nauk [Development and research of no-touch vacuum pump. Dr. Sc. (Eng.) Diss.]. Moscow, BMSTU Publ., 2006.

Burmistrov A.V. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Vacuum Technology of Electrophysical Plants, Kazan National Research Technological University (K. Marksa ul. 68, Kazan, Republic of Tatarstan, 420015 Russian Federation).

Salikeev S.I. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Vacuum Technology of Electrophysical Plants, Kazan National Research Technological University (K. Marksa ul. 68, Kazan, Republic of Tatarstan, 420015 Russian Federation).

Raykov A.A. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Vacuum Technology of Electrophysical Plants, Kazan National Research Technological University (K. Marksa ul. 68, Kazan, Republic of Tatarstan, 420015 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Burmistrov A.V., Salikeev S.I., Raykov A.A. Simulation of gas flow in channels with variable cross-section at different flow modes using Lattice Boltzmann method (LBM). *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2019, no. 6, pp. 105–115 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3941-2019-6-105-115