

## РАДИАЛЬНЫЙ ГИДРОСТАТИЧЕСКИЙ КОМПЕНСАТОР ДЕФОРМАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ СТАНКА

В.А. Коднянко

kowlad@rambler.ru

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Российская Федерация

---

### Аннотация

Рассмотрена конструкция радиального гидростатического компенсатора деформации технологической системы станка, а также изложены математическая модель и методика расчета его статических характеристик. Показано, что конструкция способна обеспечить стабильное значение отрицательной податливости в областях малых и умеренных значений нагрузок. Установлено, что вид характеристик в значительной мере зависит от коэффициента настройки гидравлического сопротивления входного дросселя, для которого существует оптимальное с точки зрения стабильности нагрузочных характеристик значение. Приведен пример расчета параметров компенсатора и выявлено, что компенсатор способен обеспечивать свои функции для станка с реальными характеристиками

### Ключевые слова

*Гидростатический компенсатор деформации, податливость, отрицательная податливость, нулевая податливость, нагрузочные характеристики*

Поступила 27.03.2019

Принята 15.04.2019

© Авторы, 2020

---

**Введение.** В процессе металлообработки в результате действия нагрузок происходит деформация технологической системы (ТС) станка. Деформация приводит к смещению составных частей ТС, вследствие чего станок частично или полностью теряет способность обеспечивать точность обработки.

Одним из способов устранения отмеченного недостатка является применение в технологических станочных системах устройств, способных автоматически компенсировать деформации станков.

Деформации элементов обычной ТС характеризуются ее положительной податливостью. Для обеспечения нулевой податливости (абсолютной жесткости) автоматической ТС необходимо, чтобы включенный в эту систему автоматический компенсатор деформации имел отрицательную податливость, равную по абсолютной величине податливости обычной ТС.



Смазочный материал под постоянным давлением  $p_s$  поступает в компенсатор через щелевые дроссели 6, затем попадает в полости 7 под давлением  $p_c < p_s$  и далее, преодолев гидравлическое сопротивление зазора 8 толщиной  $h$ , образованного поверхностями втулок 2 и 5, через каналы 9 поступает на слив.

Для исключения окружных перетоков смазочного материала, отрицательно влияющих на несущую способность компенсатора, зазор 8 и полости 7 с помощью узких продольных уплотнений (на рис. 1 не показаны) разделены на достаточное число  $n$  одинаковых по размерам секций.

Действующая на втулку 2 сила  $f$  деформирует кольца 3, вызывая радиальное смещение втулки. В результате гидравлическое сопротивление и профиль зазора 8 изменяются на величину эксцентриситета  $e_1 > 0$ , что влечет за собой изменение давления  $p_c$  в полостях 7 и зазоре 8. Вследствие чего образуется противонаправленная по отношению к силе  $f$  гидростатическая сила  $f_c$ , которая, действуя на втулку 2 и обе поверхности втулки 5, смещает их на величину эксцентриситета  $e_2 < 0$ , обеспечивая несущую способность компенсатора и уменьшение эксцентриситета  $e_3 = e_1 + e_2$  втулки 2 и корпуса 1. Сила  $f_c$  уравнивается силой сопротивления упругой деформации пружины 4. С увеличением податливости  $k_s$  пружины при определенных ее значениях податливость  $k = de_3 / df$  компенсатора станет отрицательной.

**Математическое моделирование и методика расчетов.** В стационарном режиме функция распределения давления  $p(z, \varphi)$  в слое смазочного материала толщиной  $h(z, \varphi) = h_0 - e_1 \cos(\varphi)$  удовлетворяет краевой задаче для дифференциального уравнения Рейнольдса [6]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left( h^3 \frac{dp}{dz} \right) &= 0; \\ p(l_0, \varphi) &= 0, \quad p(l_1, \varphi) = p_c(\varphi), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z$  и  $\varphi$  — продольная и окружная координаты;  $h$  — толщина смазочного слоя зазора 8 при отсутствии нагрузки на компенсатор.

При этом в полостях компенсатора формируются гидростатические силы

$$w_h = w(l_{10}, r_0); \quad w_s = w(l_{10}, r_1); \quad w_c = w(l - l_1, r_0), \quad (2)$$

действующие на поверхности втулок 2 и 5 в области зазора 8, поверхность втулки 5 со стороны пружины 4 и поверхность втулки 2 в полостях 7,  $l_{10} = l_1 - l_0$ ;

$$w(l_i, r_k) = \frac{2\pi\alpha r_k}{n} \sum_{j=1}^n \left[ \cos \varphi_j \int_0^{l_i} p(z, \varphi_j) dz \right], \quad (3)$$

где  $\varphi_j = 2\pi j / n$ ,  $\alpha < 1$  — коэффициент.

Формула (3) получена в предположении, что число  $n$  секций достаточно велико, поэтому при определении величин по формулам (2) и (3) можно воспользоваться первой теоремой о среднем [7] и вычислить окружные интегральные проекции гидростатических сил по формуле пренебрежимо малой погрешности.

Расчет статических характеристик компенсатора выполнен в безразмерной форме. За масштабы основных величин приняты: радиус  $r_0$  для линейных размеров;  $p_s$  и  $r_0^2 p_s$  — для давлений и сил;  $h_0$  — для толщины зазора  $\delta$  и эксцентриситетов;  $h_0^3 p_s / \mu$  — для объемных расходов смазочного материала через дроссели  $\delta$  и  $\delta$  ( $\mu$  — вязкость). Далее безразмерные величины обозначены прописными латинскими либо строчными греческими буквами.

Решением безразмерного аналога задачи (1) является функция

$$P(Z, \varphi) = P_c(\varphi) \frac{Z}{L_{10}}. \quad (4)$$

После интегрирования (3) с учетом (4) получены формулы для соответствующих безразмерных гидростатических сил

$$W_h = L_{10} W; \quad W_s = 2R_1 L_{10} W; \quad W_c = 2(L - L_1) W, \quad (5)$$

где

$$W = L_2 \sum_{j=1}^n P_c(\varphi_j) \cos \varphi_j. \quad (6)$$

Функция  $P_c(\varphi)$  может быть найдена из условия равенства расходов смазочного материала на входе и выходе полостей 7. Используя известные формулы [8] для определения его расхода через щелевые дроссели  $\delta$  и  $\delta$  соответствующих секций, после несложных выкладок получаем

$$H^3 P_c = A(1 - P_c). \quad (7)$$

Здесь параметр  $A = L_{10} / \ln(R_4 / R_3)$ ;  $R_3, R_4$  — внутренний и наружный радиусы дросселей  $\delta$ ;  $H(\varphi) = 1 - \varepsilon_1 \cos \varphi$  — функция безразмерной толщины зазора  $\delta$ .

Параметр  $A$  можно определить из уравнения (7) при условии отсутствия нагрузки на компенсатор, когда  $H = 1$  и эксцентриситеты равны нулю, а давление  $P_c$  постоянно и равно некоторому параметру  $\chi \in (0, 1)$ , который удобно использовать при настройке гидравлического сопротивления упомянутых дросселей. С учетом этого  $A = \chi / (1 - \chi)$ , а давление в полостях 7 можно вычислить по формуле

$$P_c(\varphi) = \frac{A}{A + H^3}. \quad (8)$$

При расчетах эксцентриситета  $\varepsilon_3$ , податливости  $K = d\varepsilon_3 / dF$  и нагрузки  $F$  в качестве входных использованы параметры: длины  $L, L_0, L_1, L_2$ , наружный радиус  $R_1$  втулки 5, коэффициент  $\chi$ , коэффициент  $K_s$  радиальной податливости пружины 4. Пренебрегая податливостью уплотнительных колец 3, уравнения связи эксцентриситетов и силового равновесия дисков 2 и 5 можно записать в удобном для вычислений виде:

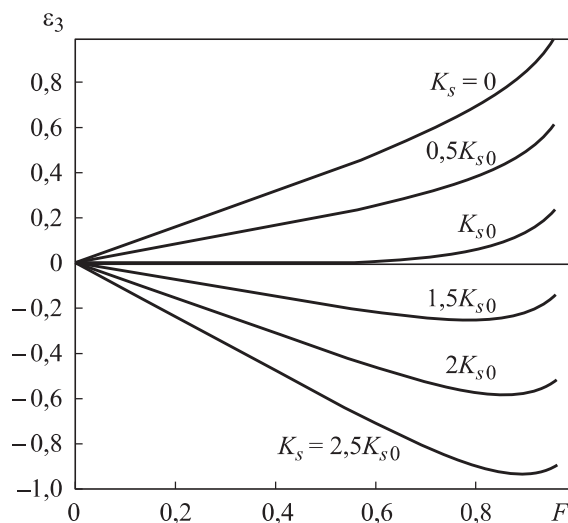
$$\varepsilon_2 = K_s(W_h - W_s); \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2; \quad F = W_h + W_c. \quad (9)$$

Приняв при расчете нагрузочных характеристик компенсатора эксцентриситет  $\varepsilon_1 \in [0, 1]$  в качестве варьируемой величины, можно последовательно вычислить давления в полостях 7 по формуле (8), затем по формулам (6) и (5) найти гидростатические силы и, наконец, по формулам (9) вычислить эксцентриситеты  $\varepsilon_2, \varepsilon_3$  и соответствующую им силу  $F$ .

**Результаты исследования.** На рис. 2–4 в виде графиков приведены результаты расчета характеристик компенсатора для  $n = 16$ ;  $R_1 = 1,1$ ;  $L_0 = 0,01$ ;  $L_1 = 0,15$ ;  $L = 0,4$ ,  $\alpha = 0,9$ .

На рис. 2 показаны нагрузочные зависимости  $\varepsilon_3(F)$  для различных значений коэффициента  $K_s$  податливости пружины 4 (см. рис. 1). Частота дискретизации этих зависимостей определяется параметром  $K_{s0}$ , при котором компенсатор имеет нулевую податливость в окрестности  $F = 0$ .

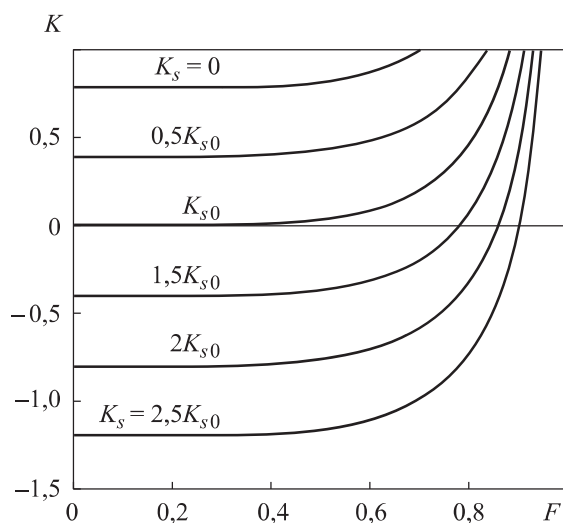
При  $K_s = 0$ , что соответствует абсолютно жесткой пружине 4, компенсатор имеет положительную податливость  $K = K_0$ , при которой подшипник 10 под нагрузкой проседает в компенсаторе, лишь увеличивая податливость ТС. С увеличением  $K_s$  податливость конструкции постепенно уменьшается и при  $K_s = K_{s0}$  компенсатор в диапазоне малых и средних нагрузок достигает нулевой податливости (абсолютной жесткости). При  $K_s > K_{s0}$  компенсатор приобретает отрицательную податливость



**Рис. 2.** Зависимости  $\varepsilon_3(F)$  для различных значений  $K_s$  при  $\chi = 0,37$

$K < 0$  и, следовательно, способность автоматически компенсировать деформации ТС. Так, при  $K_s = 2K_{s0}$  компенсатор имеет отрицательную податливость, которая по абсолютной величине равна положительной податливости конструкции с жесткой пружиной ( $K_s = 0$ ).

Наглядное представление о податливости  $K$  компенсатора дают кривые, приведенные на рис. 3. Видно, что компенсатор имеет практически нулевую неустойчивость  $N_k = dK / dF \approx 0$  величины податливости (меру нелинейности нагрузочной характеристики) в диапазоне малых и умеренных сил  $F \leq 0,42 F_{\max}$ , где  $F_{\max}$  — предельная нагрузка на конструкцию.



**Рис. 3.** Зависимости  $K(F)$  для различных значений  $K_s$  при  $\chi = 0,37$

Данные выводы позволяют записать для упомянутого диапазона простые приближенные зависимости податливости  $K$  компенсатора и эксцентриситета  $\varepsilon_3$  от податливости  $K_s$  пружины 4:

$$K = K_0 \left( 1 - \frac{K_s}{K_{s0}} \right); \quad \varepsilon_3 = K_0 \left( 1 - \frac{K_s}{K_{s0}} \right) F. \quad (10)$$

На этом же основании в области стабильной податливости компенсатора величины  $K_0$  и  $K_{s0}$  могут быть найдены интегрированием (6) в окрестности малых  $\varepsilon_1$ , для которых справедливы приближенные зависимости, вытекающие из формулы Тейлора [7]:

$$P_c(\varphi) = \chi \left[ 1 + 3(1 - \chi) \varepsilon_1 \cos \varphi \right]; \quad W = W_0 \varepsilon_1; \quad W_0 = 3\pi\alpha\chi(1 - \chi). \quad (11)$$

С учетом этого и уравнений (9) податливость компенсатора с жесткой пружиной может быть найдена по формуле

$$K_0 = \frac{1}{L_{20}W_0}, \quad (12)$$

где  $L_{20} = 2L - L_1 - L_0$ .

Для компенсатора с нулевой податливостью ( $K = 0$ ) должно соблюдаться условие  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$ . Приняв во внимание (9) и (11), получаем формулу для вычисления податливости пружины такого компенсатора:

$$K_{s0} = \frac{1}{R_{10}L_{10}W_0}, \quad (13)$$

где  $R_{10} = 2R_1 - 1$ .

На основании (9), (12) и (13) в области стабильной податливости компенсатора ее значение можно вычислить по формуле

$$K(K_s) = \frac{1 - K_s R_{10} L_{10} W_0}{L_{20} W_0}.$$

На рис. 4 показаны графики зависимости податливости  $K$  от силы  $F$  для различных значений коэффициента настройки  $\chi$  при условии, что  $K = -0,4$  при  $F = 0$ . При малых  $\chi$  компенсатор имеет значительный запас отрицательной податливости, однако в рабочем диапазоне изменения силы  $F$  податливость  $K$  отличается существенной нестабильностью. При больших  $\chi$  с ростом  $F$  податливость компенсатора быстро увеличивается, что приводит к значительному сокращению диапазона малой нестабильности. Следовательно, наилучшее с точки зрения минимума критерия  $N_k$  значение коэффициента  $\chi$  находится в некоторой промежуточной области.

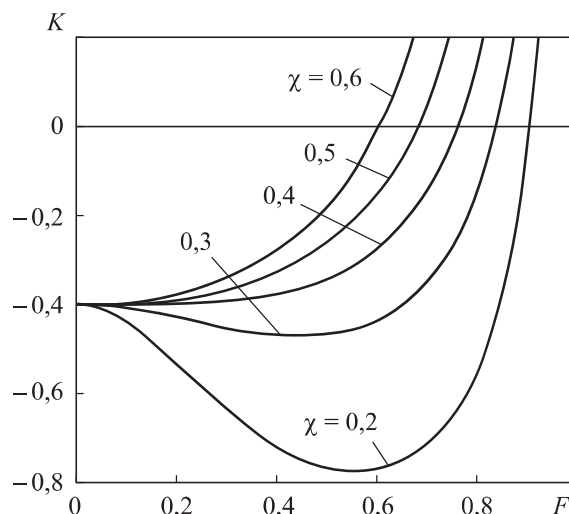


Рис. 4. Зависимости  $K(F)$  для различных значений коэффициента  $\chi$

Если считать приемлемым отклонение характеристики  $K$  от начального значения  $K(0)$  не более 5 %, то для приведенных на рис. 4 значений параметров минимальной нестабильностью  $N_k$  характеризуются кривые  $K(F)$ , соответствующие  $\chi = 0,36$ . В этом случае компенсатор стабильно обеспечивает компенсацию деформации ТС до  $F = 0,48 F_{\max}$ .

**Пример расчета компенсатора.** Рассчитаем характеристики гидростатического компенсатора, обеспечивающего нулевую податливость ТС горизонтально-расточного станка с ЧПУ модели ИС1250 [9], для которого действующая на передний конец шпинделя радиальная нагрузка  $f = 5000$  Н, деформация ТС на вылете шпинделя  $e_d = 80$  мкм, радиально-упорные подшипники имеют наружный диаметр  $d = 280$  мм.

Будем использовать компенсатор, для которого выполнены расчеты и построены графики на рис. 3.

Податливость ТС  $k_d = e_d / f = 0,16$  мкм/кГ =  $1,5 \cdot 10^{-8}$  м/Н.

С учетом значения наружного диаметра подшипников положим  $r_0 = 160$  мм и  $h_0 = 160$  мкм. Тогда безразмерная деформация ТС  $\varepsilon_d = e_d / h_0 = 0,5$ .

Примем  $F = 0,2$ , что соответствует средней нагрузке диапазона стабильной податливости компенсатора. Воспользовавшись формулой масштабирования сил, рассчитаем давление смазочного материала на входе компенсатора  $p_s = f / r_0^2 F = 0,98$  МПа.

Безразмерная податливость ТС  $K_d = \varepsilon_d / F = 2,5$ . Для полной компенсации деформации ТС необходимо соблюдение условия  $K + K_d = 0$ . Следовательно,  $K = -K_d = -2,5$ . Согласно (12) и (13),  $K_0 = 0,79$  и  $K_{s0} = 3$ .



Воспользовавшись формулой (10), найдем  $K_s = K_{s0} (1 - K/K_0) = 12,5$  и  $K_s / K_{s0} = 4,1$ . Податливость пружины  $k_s = K_s h_0 / r_0^2 p_s = 8 \cdot 10^{-8}$  м/Н.

Таким образом, для обеспечения нулевой податливости станка отношение радиальной податливости  $k_s$  пружины компенсатора к податливости  $k_d$  ТС в данном случае должно составлять  $12,5/2,5 = 5$ .

**Заключение.** Исследование статических характеристик радиального гидростатического компенсатора деформаций ТС показало, что конструкция способна обеспечивать стабильное значение отрицательной податливости в области малых и умеренных нагрузок. Вид этих характеристик в значительной мере зависит от коэффициента настройки гидравлического сопротивления входного дросселя, для которого существует оптимальное с точки зрения стабильности нагрузочных характеристик значение. Приведенный пример расчета параметров компенсатора показал, что он способен обеспечивать свои функции для станка с реальными характеристиками.

Важными свойствами компенсатора, которые также влияют на его работоспособность, являются устойчивость и динамическая реакция конструкции на силовое воздействие, которые могут быть оценены по быстродействию и качеству динамики системы на основе расчета и исследования нестационарной модели компенсатора.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шатохин С.Н., Шатохин С.С. Гидростатические подшипники с активно-подвижной опорой. *Надежность технологического оборудования, качество поверхности, трение и износ. Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф.* Хабаровск, ХПИ, 1991, с. 64–65.
- [2] Коднянко В.А. Отрицательная податливость энергосберегающей адаптивной радиальной гидростатической опоры с ограничением выходного потока смазки. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2010, т. 3, № 4, с. 444–453.
- [3] Коднянко В.А. Устойчивость энергосберегающей адаптивной радиальной гидростатической опоры с ограничением выходного потока смазки. *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*, 2011, т. 4, № 6, с. 674–684.
- [4] Шатохин С.Н., Коднянко В.А., Зайцев В.П. Функциональные возможности радиальной активной гидростатической опоры. *Машиноведение*, 1988, № 4, с. 85–91.
- [5] Коднянко В.А., Курзаков А.С. Статические и динамические характеристики осевой гидростатической опоры с мембранным компенсатором перемещения. *Сборка в машиностроении, приборостроении*, 2017, т. 18, № 2, с. 82–87.
- [6] Константиnescу В.Н. Газовая смазка. М., Машиностроение, 1968.
- [7] Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. II. М., Наука, 1969.

[8] Воскресенский В.А., Дьяков В.И., Зиле А.З. Расчет и проектирование опор жидкостного трения. М., Машиностроение, 1983.

[9] Минеев А.С., Блинов О.В. Исследование жесткости шпиндельного узла средствами твердотельного моделирования. *Вестник ИГЭУ*, 2012, № 1, с. 31–34.

**Коднянко Владимир Александрович** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Стандартизация, метрология и управление качеством» Политехнического института Сибирского федерального университета (Российская Федерация, 660074, г. Красноярск, ул. Киренского, д. 26А).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Коднянко В.А. Радиальный гидростатический компенсатор деформации технологической системы станка. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2020, № 1, с. 70–80. DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2020-1-70-80>

## RADIAL HYDROSTATIC COMPENSATOR FOR DEFORMATIONS IN A MACHINE-TOOL TECHNOLOGICAL SYSTEM

V.A. Kodnyanko

kowlad@rambler.ru

Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation

---

### Abstract

The paper considers a design of a radial hydrostatic compensator for deformations in a machine-tool technological system. The paper also presents its mathematical model and a method for computing its static properties. We show that this design is capable of ensuring a stable negative compliance value in the low and moderate load ranges. We established that the form the characteristic curves take is largely dependent on the tuning coefficient for the friction loss in the input throttle, which has an optimum value in terms of load property stability. We provide an example of computing compensator parameters and determine that it is capable of performing its functions in a machine tool with real-world characteristics

### Keywords

*Hydrostatic deformation compensator, compliance, negative compliance, zero compliance, load properties*

Received 27.03.2019

Accepted 15.04.2019

© Author(s), 2020

---

## REFERENCES

[1] Shatokhin S.N., Shatokhin S.S. [Hydrostatic bearings with an actively mobile bearing]. *Nadezhnost' tekhnologicheskogo oborudovaniya, kachestvo poverkhnosti, trenie i iznos. Tez. dokl. Vsesoyuz. nauch.-tekhn. konf.* [Reliability of technological equipment, surface quality, friction and wear. Abs. Russ. Sc. Tech. Conf.]. Khabarovsk, KhPI Publ., 1991, pp. 64–65 (in Russ.).

- [2] Kodnyanko V.A. Otritsatel'naya podatlivost' energosberegayushchey adaptivnoy radial'noy gidrostaticheskoy opory s ogranicheniem vykhodnogo potoka smazki. *Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Tekhnika i tekhnologii* [Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies], 2010, vol. 3, no. 4, pp. 444–453 (in Russ.).
- [3] Kodnyanko V.A. Stability of energy-saving adaptive journal hydrostatic bearing with a restriction of the output lubricant stream. *Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Tekhnika i tekhnologii* [Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies], 2011, vol. 4, no. 6, pp. 674–684 (in Russ.).
- [4] Shatokhin S.N., Kodnyanko V.A., Zaytsev V.P. Functional capabilities of radial active hydrostatic bearing. *Mashinovedenie*, 1988, no. 4, pp. 85–91 (in Russ.).
- [5] Kodnyanko V.A., Kurzakov A.S. Static and dynamic characteristics of a thrust hydrostatic bearing with membrane compensator of movement. *Sborka v mashinostroenii, priborostroenii* [Assembling in Mechanical Engineering and Instrument-Making], 2017, vol. 18, no. 2, pp. 82–87 (in Russ.).
- [6] Constantinescu V.N. *Lubrificatia cu gaze*. Bucuresti, 1963.
- [7] Fikhtengol'ts G.M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya. T. II* [Course of differential and integral calculus]. Moscow, Nauka Publ., 1969.
- [8] Voskresenskiy V.A., D'yakov V.I., Zile A.Z. *Raschet i proektirovanie opor zhidkostnogo treniya* [Calculation and design of fluid friction bearings]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983.
- [9] Mineev A.S., Blinov O.V. The study of spindle unit stiffness by solid modeling. *Vestnik IGEU*, 2012, no. 1, pp. 31–34 (in Russ.).

**Kodnyanko V.A.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Standardisation, Metrology and Quality Control, Polytechnic School, Siberian Federal University (Kirenskogo ul. 26A, Krasnoyarsk, 660074 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Kodnyanko V.A. Radial hydrostatic compensator for deformations in a machine-tool technological system. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2020, no. 1, pp. 70–80 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2020-1-70-80>