

ТЕПЛООБМЕН И ТРЕНИЕ В ТОНКОМ ВОЗДУШНОМ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ПОЛУСФЕРЫ

В.В. Горский^{1,2}

gorskknat@yandex.ru

А.Г. Локтионова²

makonka7@gmail.com

¹ АО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов, Московская обл.,
Российская Федерация

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Качественное решение задачи о расчете конвективного теплообмена может быть получено только в результате численного интегрирования дифференциальных уравнений пограничного слоя, что сопряжено с преодолением целого ряда вычислительных проблем, поэтому важным является разработка относительно простых, но достаточно высокоточных методов расчета. Как первое приближение к решению данной задачи можно рассматривать применение метода эффективной длины, который характеризуется удовлетворительной с точки зрения практики точностью расчета конвективного теплообмена, вследствие чего он получил широкое распространение при проектировании летательных аппаратов. Однако этот метод также характеризуется относительно высокой трудоемкостью, хотя она и значительно ниже, чем при численном интегрировании дифференциальных уравнений пограничного слоя. Наиболее же эффективным подходом к решению задач теплообмена и трения в инженерной практике является использование простых алгебраических формул, полученных на базе аппроксимации результатов строгих численных расчетов или экспериментальных исследований. К сожалению, в литературных источниках отсутствует информация о точности этих формул в различных условиях функционирования изделий. Данная проблема решена на базе систематического численного расчета уравнений пограничного слоя в максимально строгой расчетно-теоретической постановке, а также детального анализа точности полученных алгебраических формул и их литературных аналогов

Ключевые слова

*Конвективный теплообмен,
трение, толщина потери
импульса, пограничный слой*

Поступила 25.06.2019

Принята 12.07.2019

© Авторы, 2020

Введение. Расчетно-теоретические исследования тепломассопереноса и трения, результаты которых приведены далее, получены в широком диапазоне изменения определяющих факторов:

- числа Маха M_∞ в набегающем воздушном потоке;
- давления торможения p_0 этого потока;
- энтальпийного фактора R_h , под которым понимается отношение энтальпии воздуха при температуре стенки к энтальпии торможения газового потока;
- массовой скорости G_w вдува воздуха в пограничный слой, измененной в долях коэффициента теплообмена на непроницаемой стенке.

Под термином стенка здесь и далее понимается поверхность тела, обтекаемая набегающим на него потоком газа.

Исследования выполнены для многокомпонентной воздушной смеси, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, расчет диффузионного тепломассопереноса проводился в рамках уравнений Стефана — Максвелла [1]. При этом объем проведенных исследований ограничен рассмотрением обтекания полусферы, т. е. геометрической формы наиболее высоконагруженных элементов конструкции летательных аппаратов.

В процессе проведения расчетных исследований принимали, что:

- химический состав газовой смеси ограничен набором химических веществ

$$\text{O, O}_2, \text{N, N}_2, \text{NO, Ar}, \quad (1)$$

которые образованы из химических элементов O, N, Ar;

- в нормальных условиях воздух характеризуется следующими мольными концентрациями веществ из списка (1) [2]:

$$\kappa_{\text{O}} = 0, \quad \kappa_{\text{O}_2} = 0,2095, \quad \kappa_{\text{N}} = 0, \quad \kappa_{\text{N}_2} = 0,7808,$$

$$\kappa_{\text{NO}} = 0, \quad \kappa_{\text{Ar}} = 0,0097;$$

- используются результаты численного решения уравнений Эйлера;
- решение уравнений пограничного слоя и переносных свойств газовой смеси проводится по методикам, описанным в работах [3, 4];
- стенка является абсолютной каталитической.

Значения определяющих параметров, при которых решали уравнения пограничного слоя, указаны в табл. 1 (T_w — температура стенки; Re — число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам газа в набегающем потоке и радиусу сферы).

Значения определяющих параметров

M_∞	p_0 , МПа	R_h	G_w	$Re \cdot 10^{-6}$	$T_{w,0}$, К
25	[0,001; 10]	[0,012; 0,1]	[0; 1,5]	[0,00055; 5,05]	[300; 2140]
20		[0,017; 0,2]		[0,00067; 6,34]	[290; 3050]
15		[0,028; 0,3]		[0,00086; 7,68]	[90; 2730]
10		[0,056; 0,4]		[0,00120; 9,45]	[260; 3000]
8	[0,001; 1]	[0,083; 0,4]		[0,00140; 16,2]	[300; 2140]
6		[0,135; 0,4]		[0,00180; 21,5]	[240; 820]
4		[0,270; 0,4]		[0,00250; 26,6]	[220; 840]

Результаты расчетных исследований. Далее обобщены результаты, полученные при систематическом численном интегрировании дифференциальных уравнений пограничного слоя, в целях построения стройной системы простых алгебраических формул с высокой точностью аппроксимации.

При этом объектами проводимого анализа являются следующие характеристики конвективного теплообмена и трения:

- число Стантона St , связанное с удельным тепловым потоком q_w , подводимым к стенке, выражением

$$St(\omega) = q_w(\omega) / [(h_{00} - h_w) \rho_\infty V_\infty], \quad \omega \in [0, \pi/2];$$

- число Стантона St_f , связанное с напряжением трения на стенке Fr_w выражением

$$St_f(\omega) = \begin{cases} Fr_w(\omega) / [u_e(\omega) \rho_\infty V_\infty], & \omega \in (0, \pi/2]; \\ Fr_{w,\omega}(\omega) / [u_{e,\omega}(\omega) \rho_\infty V_\infty], & \omega \rightarrow 0; \end{cases}$$

- интегральный член \mathfrak{S}_f в формуле для расчета толщины потери импульса \mathfrak{S} в пограничном слое, рассчитываемый как

$$\mathfrak{S} = \frac{\sqrt{2\xi}}{r \rho_e u_e} \int_0^{\eta_e} f_\eta (1 - f_\eta) d\eta; \quad \xi(\omega) = \int_0^\omega \rho_e \mu_e u_e \sin^2(\omega') d\omega';$$

$$\mathfrak{S}_f(\omega) = \int_0^{\eta_e} f_\eta(\omega) [1 - f_\eta(\omega)] d\eta, \quad \omega \in [0, \pi/2].$$

Здесь f — безразмерная функция тока; r — удаление поверхности тела от его оси; ξ и η — переменные Лиза — Дородницына [3]; ω — центральный угол полусферы.

Анализ результатов систематического численного интегрирования дифференциальных уравнений пограничного слоя проводится для трех функций:

$$\varphi_1(\omega) = \text{St}(\omega)\sqrt{\text{Re}}; \quad \varphi_2(\omega) = \text{St}_f(\omega)\sqrt{\text{Re}}; \quad \varphi_3(\omega) = \mathfrak{F}_j(\omega).$$

Каждая функция представляет собой трехмерную табличную зависимость $T_j(\omega, k, G_w)$, где k — номер варианта расчета, характеризующегося конкретным набором параметров M_∞ , Re и R_h .

Решение рассматриваемой задачи базируется на использовании алгоритма, инвариантного по отношению к номеру функции, и принципа суперпозиции. При этом проводится оптимальная аппроксимация шести табличных функций, из которых первые три относятся к непроницаемой стенке, для обозначения которой используется индекс im .

Первая функция представляет собой выборку из табличной функции $T_j(\omega, k, G_w)$, соответствующую критической точке непроницаемой поверхности полусферы, т. е. $T_{j,1}(k) = T_j(0, k, 0)$.

Введем в рассмотрение табличную функцию $\Xi_{j,im}$, представляющую собой отношение табличной функции $T_j(\omega, k, 0)$ к выборке из нее, соответствующей критической точке полусферы, т. е.

$$\Xi_{j,im}(\omega, k) = T_j(\omega, k, 0) / T_j(0, k, 0).$$

Тогда вторая табличная функция представляет собой выборку из функции $\Xi_{j,im}$, соответствующую значению центрального угла полусферы, равному $\pi/2$, а в качестве третьей табличной функции выступает функция $\Xi_{j,im}$ в полном объеме, т. е.

$$T_{j,2}(k) = \Xi_{j,im}(\pi/2, k), \quad T_{j,3}(\omega, k) = \Xi_{j,im}(\omega, k), \\ T_{j,im}(\omega, k) = T_{j,1}(k)T_{j,3}(\omega, k).$$

Далее введем в рассмотрение табличную функцию Ξ_j , представляющую собой отношение табличной функции $T_j(\omega, k, G_w)$ к выборке из нее, соответствующей непроницаемой стенке, т. е.

$$\Xi_j(\omega, k, G_w) = T_j(\omega, k, G_w) / T_{j,im}(\omega, k). \quad (2)$$

Эффект, оказываемый вдувом на теплообмен и трение в пограничном слое, принято представлять в виде зависимости их параметров от функ-

ции вдува F_{Blow} , равной произведению коэффициента вдува γ_{Blow} на массовую скорость вдува, выраженную в долях коэффициента теплообмена на непроницаемой стенке, т. е. $F_{Blow} = \gamma_{Blow} G_w$.

При этом под коэффициентом вдува понимают взятую с обратным знаком производную функции $\Xi_j(\omega, k, G_w)$ по скорости вдува при стремлении последней к нулю, а табличные функции $T_{j,4}$ и $T_{j,5}$, содержащие информацию о коэффициенте вдува и функции Ξ_j в критической точке сферы, записываются в виде

$$T_{j,4}(k) = [1 - \Xi_j(0, k, G_{w,2})] / G_{w,2};$$

$$T_{j,5}(k, G_w) = \Xi_j(0, k, F_{Blow}).$$

Здесь $G_{w,2}$ — минимальное ненулевое табличное значение скорости вдува.

В свою очередь, табличная функция $T_{j,6}$ содержит информацию об отличии эффекта вдува паров при различных значениях центрального угла сферы от этого эффекта в ее критической точке, т. е.

$$T_{j,6}(\omega, k, G_w) = \Xi_j(\omega, k, G_w) / \Xi_j(0, k, G_w). \quad (3)$$

Условия обтекания полусферы набегающим газовым потоком полностью определяются значениями числа Маха M_∞ , энтальпийного фактора R_h и числа Рейнольдса Re . Однако, как показал анализ результатов расчетов, при проведении настоящих исследований можно ограничиться учетом влияния, оказываемого на функции φ_j , только первыми двумя определяющими факторами из числа указанных.

С учетом этого допущения формула для расчета функции φ_j записывается в виде

$$\begin{aligned} \varphi_j(\omega, M_\infty, R_h, G_w) &= \\ &= T_{j,1}(M_\infty, R_h) T_{j,3}(\omega, M_\infty, R_h) T_{j,5}(M_\infty, R_h, G_w) \times \\ &\times T_{j,6}(\omega, M_\infty, R_h, G_w). \end{aligned} \quad (4)$$

Предлагаемая методика расчета базируется на замене в формуле (4) табличных функций $T_{j,k}$ формулами $A_{j,k}$:

$$A_{j,k} = \zeta_{1,j} M_\infty^{\zeta_{2,j}} + \zeta_{3,j} M_\infty^{\zeta_{4,j}} (1 + R_h)^{\zeta_{5,j}}, \quad k = 1, 2, 4;$$

$$A_{j,3} = A_{j,2} + (1 - A_{j,2}) [\zeta_{1,j} + (1 - \zeta_{1,j}) \cos(\zeta_{2,j}\omega)]; \quad A_{j,6} = 1 + \zeta_{1,j};$$

$$A_{j,5} = 1 - \zeta_{1,j} (A_{j,4} G_w) + \zeta_{2,j} (A_{j,4} G_w)^2 - \zeta_{3,j} (A_{j,4} G_w)^3.$$

Здесь $\zeta_{j,k}$ — аппроксимационные коэффициенты, оптимальные значения которых, полученные эвристическим методом прямого поиска Хука — Дживса [5] в соответствии с предписанием метода наименьших квадратов [6], приведены в табл. 2. Здесь же указаны относительная максимальная δ_{\max} и среднеквадратическая σ погрешности в процентах, характеризующие использование данных формул.

Таблица 2

**Оптимальные значения аппроксимационных коэффициентов
и погрешностей вычисления**

$A_{j,k}$	$\zeta_{1,j}$	$\zeta_{2,j}$	$\zeta_{3,j}$	$\zeta_{4,j}$	$\zeta_{5,j}$	δ_{\max}	σ
$A_{1,1}$	1,04	0,7255	0,0055	1,219	1,3	5,1	2,1
$A_{1,2}$	0,371	-0,0031	0,312	-0,0005	-0,142	2,8	1,0
$A_{1,3}$	1,06	0,296	0,0363	-	-	13,7	3,3
$A_{1,4}$	0,03	0,029	0,064	-0,16	-0,4	12,1	4,2
$A_{1,5}$	0,5	1,95	-	-	-	17,4	4,1
$A_{1,6}$	0,035	-	-	-	-	30,3	5,3
$A_{2,1}$	0,66	0,7167	0,3870	0,722	1,156	3,3	1,3
$A_{2,2}$	0,298	0,0718	0,412	-0,112	-1,71	3,7	1,6
$A_{2,3}$	1,04	0,219	-0,0481	-	-	20,0	4,2
$A_{2,4}$	0,057	-0,231	0,124	-0,14	1,28	9,1	3,3
$A_{2,5}$	0,493	1,87	-	-	-	13,3	3,5
$A_{2,6}$	0,0856	-	-	-	-	48,4	12,7
$A_{3,1}$	0,60	-0,618	0,1500	0,322	-0,489	5,5	2,7
$A_{3,2}$	-0,162	0,0307	-0,183	0,009	-0,4	5,3	1,7
$A_{3,3}$	1,256	-	-	-	-	5,1	2,5
$A_{3,4}$	1,152	-0,047	-0,235	-0,307	2,226	3,6	1,8
$A_{3,5}$	0,359	0,797	-	-	-	4,9	1,1
$A_{3,6}$	-0,009	-	-	-	-	8,3	1,3

Исследуемые параметры теплообмена и трения, полученные численным интегрированием уравнений пограничного слоя на непроницаемой стенке и в результате применения предложенной аппроксимационной

процедуры, сравниваются с аналогичными данными, соответствующими использованию следующих инженерных методов, широко используемых на практике:

- отраслевой рекомендации по расчету коэффициента теплообмена в критической точке сферы вида [7], согласно которой

$$St = 1,06 \left(V_\infty / 100 \right)^{1,08} \sqrt{\rho_\infty / 9,806 / R_{Sph}} / (\rho_\infty V_\infty); \quad (5)$$

- формулы И.Н. Мурзинова [8] для расчета распределения удельного теплового потока по поверхности полусферы вида

$$St(\omega) / St(0) = 0,55 + 0,45 \cos 2\omega; \quad (6)$$

- метода эффективной длины В.С. Авдеевского [9, 10];
- формулы из работы [11], основанной на использовании аналогии между процессами теплообмена и трения, которая может быть переписана в виде

$$St_f = 1,7 St Pr^{2/3}. \quad (7)$$

В качестве примера на рис. 1 приведено распределение числа Стантона по непроницаемой поверхности полусферы для случая $M_\infty = 6$, $\rho_\infty = 0,344752 \text{ кг/м}^3$, $T_\infty = 216,65 \text{ К}$, $Pr = 0,71$. Здесь ρ_∞ и T_∞ — плотность и температура в набегающем потоке, сплошной линией (см. рис. 1) показаны результаты численного интегрирования уравнений пограничного слоя, а штриховыми — модуль относительной погрешности расчета δ для инженерных методов.

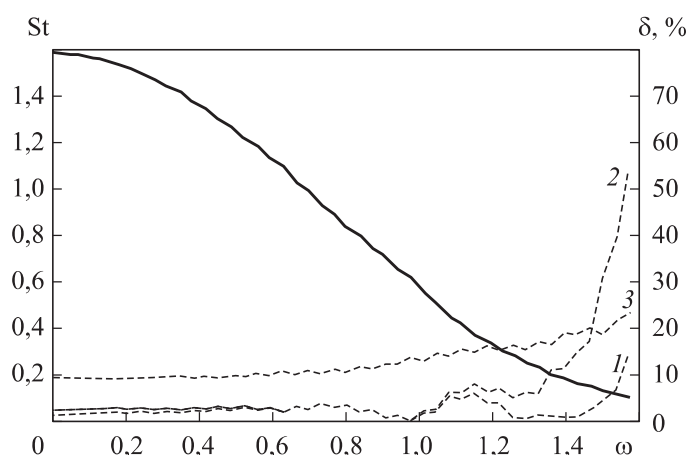


Рис. 1. Пример сопоставления результатов различных приближенных подходов к расчету числа Стантона по теплообмену на непроницаемой стенке

При этом цифры 1 и 3 относятся к использованию данных аппроксимационных формул и метода эффективной длины, а цифра 2 — к использованию совокупности формул (5) и (6).

Наряду с этим в табл. 3 приведена сводная интегральная информация по точности всех перечисленных приближенных методов расчета параметров теплообмена и трения на непроницаемой стенке, соответствующая рассмотренной совокупности условий обтекания полусферы потоком воздуха.

Таблица 3

Интегральная информация о точности приближенных методов расчета параметров теплообмена и трения на непроницаемой стенке

Номер метода расчета	Параметр					
	St		St _f		ϑ	
	δ _{max}	σ	δ _{max}	σ	δ _{max}	σ
1	18,3	4,6	15,2	3,9	8,1	2,9
2	54,2	11,5	43,2	17,2	–	–
3	26,6	14,8	–	–	62,7	21,2

Из анализа приведенной информации для непроницаемой стенки следует:

- методы эффективной длины и предложенный имеют удовлетворительную точность расчета удельного теплового потока на всей поверхности полусферы;
- предложенный метод расчета теплообмена имеет значительные преимущества по сравнению с методом эффективной длины как по простоте реализации, так и по уровню погрешности вычислений;
- метод расчета теплового потока, основанный на использовании совокупности формул (5) и (6), рекомендованный в работе [10] и широко используемый на практике, имеет такой уровень погрешности вычислений, который не позволяет рекомендовать его к применению на всей поверхности полусферы;
- предложенный метод расчета напряжения трения на поверхности полусферы и толщины потери импульса в пограничном слое характеризуется точностью, достаточной для большинства практических приложений;
- методы расчета напряжения трения и толщины потери импульса, основанные соответственно на использовании формул (5)–(7) и метода эффективной длины, имеют уровень погрешности вычислений, который не позволяет рекомендовать их к применению на всей поверхности полусферы.

Как это и принято в литературе, влияние, оказываемое на параметры теплообмена и трения вдувом газа в пограничный слой через стенку, характеризуется табличной функцией $\Xi_j(\omega, k, G_w)$, которая представляет собой отношение значений j -го параметра теплообмена или трения на проницаемой и непроницаемой стенке (см. (2)).

При этом основной объем исследований по этому вопросу посвящен удельному тепловому потоку на стенке, для которого функция $\Xi_1(\omega, k, G_w)$ обычно называется функцией блокировки. Далее этот термин используется для всех трех исследуемых параметров теплообмена и трения, хотя значения функции $\Xi_3(\omega, k, G_w)$ не уменьшаются, а увеличиваются с ростом скорости вдува.

Значения функции блокировки, полученные в результате численного решения уравнений пограничного слоя и применения предложенной аппроксимационной процедуры, сравниваются с аналогичными данными, соответствующими использованию следующих инженерных методов, широко применяемых на практике:

- формулы из [10]

$$\Xi_{1, A}(G_w) = 1 - 0,68 G_w + 0,06 G_w^2; \quad (8)$$

- формулы из [12]

$$\Xi_{1, A}(G_w) = \begin{cases} 1 - F_{Blow}, & F_{Blow} \leq 0,4; \\ 1,012 - 1,16 F_{Blow} + 0,325 F_{Blow}^2, & F_{Blow} \in (0,4; 4]; \end{cases} \quad (9)$$

- формулы из [13]

$$\Xi_{1, A}(G_w) = 1 / (1 + F_{Blow} + 3 F_{Blow}^2); \quad (10)$$

• формулы, приведенной в [10], на базе анализа результатов автомодельных решений уравнений пограничного слоя [14–16] вида

$$\Xi_{3, A}(G_w) = 1 + 0,325 G_w + 0,045 G_w^3. \quad (11)$$

При этом результаты расчетов по формулам (8) и (10) получены при значении коэффициента вдува $\gamma_{Blow} = 0,68$, которое используется в формуле (8). В рамках настоящих численных решений уравнений пограничного слоя значение этого коэффициента колебалось в пределах от 0,651 до 0,685.

В качестве примера на рис. 2 сплошной линией изображена функция блокировки $\Xi_1(\omega, k, G_w)$, полученная для критической точки сферы в результате численного решения уравнений пограничного слоя для случая $M_\infty = 25$, $\rho_\infty = 2,07053 \cdot 10^{-5}$, $T_\infty = 200,06$.

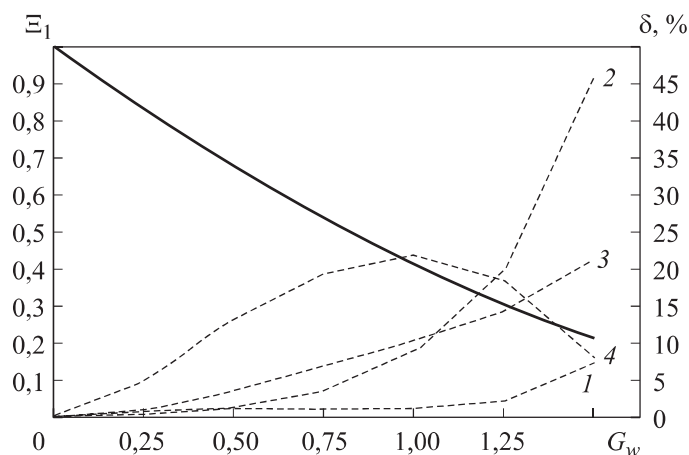


Рис. 2. Пример сопоставления результатов различных приближенных подходов к расчету функции блокировки удельного теплового потока вдувом газа в пограничный слой

В свою очередь, штриховые кривые относятся к относительной погрешности вычисления этой функции с использованием приближенных подходов. При этом цифра 1 соответствует данной аппроксимационной зависимости, а цифры 2–4 — использованию формул (8)–(11).

Наряду с этим в табл. 4 приведена сводная интегральная информация по точности тех же приближенных методов расчета, предназначенных для учета эффекта блокировки параметров теплообмена и трения вдувом газа в пограничный слой, соответствующая рассмотренной совокупности условий обтекания полусферы потоком воздуха.

Таблица 4

Интегральная информация о точности приближенных методов для расчета функции блокировки параметров теплообмена и трения вдувом газа в пограничный слой

Параметр	G_w	1		2		3		4	
		δ_{\max}	σ	δ_{\max}	σ	δ_{\max}	σ	δ_{\max}	σ
St	0,25	0,8	0,0	0,6	0,0	0,8	0,0	4,9	0,7
	0,50	1,2	0,1	1,4	0,1	3,6	0,1	13,4	1,8
	0,75	3,2	0,2	3,7	0,3	7,2	0,3	19,7	2,7

Окончание табл. 4

Параметр	G_w	1		2		3		4	
		δ_{\max}	σ	δ_{\max}	σ	δ_{\max}	σ	δ_{\max}	σ
St	1,00	6,4	0,4	9,0	0,9	10,6	0,9	21,9	2,8
	1,25	10,6	0,6	20,6	2,4	15,0	2,4	18,9	2,2
	1,50	13,7	0,9	46,5	6,1	22,4	6,1	17,6	1,1
St_f	0,25	0,7	0,0	–	–	–	–	–	–
	0,50	1,8	0,1	–	–	–	–	–	–
	0,75	4,1	0,2	–	–	–	–	–	–
	1,00	7,7	0,4	–	–	–	–	–	–
	1,25	12,9	1,7	–	–	–	–	–	–
	1,50	20,0	1,3	–	–	–	–	–	–
ϑ	0,25	2,3	0,3	8,4	1,2	–	–	–	–
	0,50	3,3	0,4	16,3	2,3	–	–	–	–
	0,75	3,4	0,4	23,5	3,3	–	–	–	–
	1,00	2,6	0,2	30,0	4,2	–	–	–	–
	1,25	2,2	0,2	35,4	5,0	–	–	–	–
	1,50	5,1	0,5	39,8	5,6	–	–	–	–

В результате анализа приведенной информации о функции блокировки параметров теплообмена и трения для окрестности критической точки полусферы выявлено следующее:

- предложенный метод характеризуется наименьшими погрешностями вычислений по сравнению с аналогичными формулами, а крайне незначительные погрешности вычислений, имеющие при этом место, обеспечивают обоснованность его использования в большинстве практических приложений;
- достаточно малые погрешности вычислений, свойственные остальным формулам из числа рассмотренных, также обеспечивают обоснованность их использования в большинстве практических приложений (за исключением формулы (8) вблизи границы исследованной области изменения скорости вдува газа в пограничный слой);
- впервые получены инженерные формулы для расчета функции блокировки напряжения трения на стенке.

Вопрос о возможном распространении данных о блокировке теплообмена и трения вдувом газа в пограничный слой, полученных для критической точки сферы, для остальной ее поверхности до сих пор практически открыт.

Можно отметить, что в работе [2] выполнено сравнение результатов, полученных при решении отдельных частных задач, относящихся к удельному тепловому потоку, и отмечено удовлетворительное соответствие между ними.

В качестве примера на рис. 3 приведена сводная информация об отношении функций блокировки конвективного теплообмена на поверхности полусферы и в ее критической точке, отмеченная точками, а сплошной линией нанесена оптимальная аппроксимация $A_{1,6}$ этой функции. В свою очередь, крестиками показана относительная погрешность данного аппроксимационного расчета.

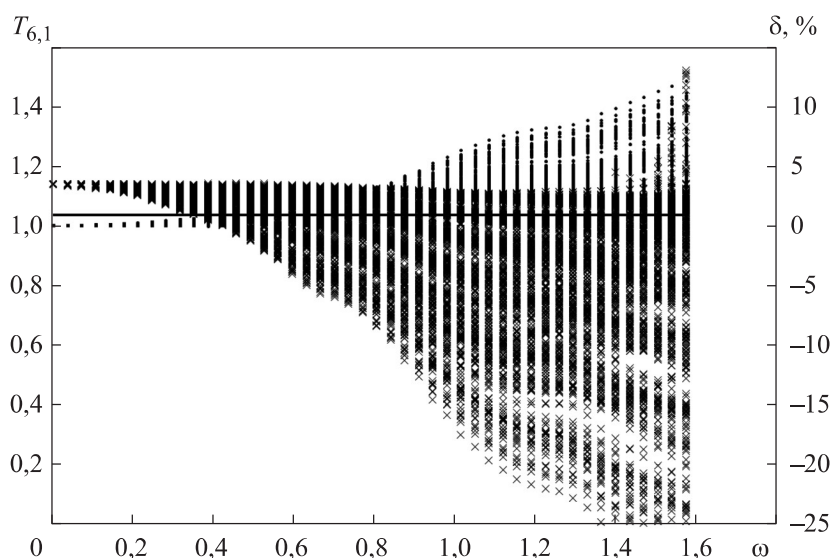


Рис. 3. Сопоставление результатов различных приближенных подходов к расчету отношения функции блокировки удельного теплового потока в ддувом газа к ее значению в критической точке полусферы

Как следует из табл. 2, оптимальные фиксированные значения функций $A_{j,6}$ отличаются от единицы лишь на несколько процентов и характеризуются крайне незначительными величинами среднеквадратической погрешности. Умеренными значениями, не превышающими 30 и 8 %, характеризуются и максимальные относительные погрешности вычисления функции блокировки для числа St и толщины потери импульса в пограничном слое. В то же время для числа Стантона по трению St_f эта погрешность достигает 50 %.

На основании этого можно сделать вывод о том, что проведенные исследования подтверждают обоснованность использования в инженерной

практике функции блокировки параметров теплообмена и трения, установленных для критической точки полусферы на всей ее поверхности.

Вывод. На базе результатов систематического численного интегрирования дифференциальных уравнений пограничного слоя сформулирована система аппроксимационных формул для расчета теплообмена и трения на полусфере, которая характеризуется:

- наименьшими погрешностями вычисления по сравнению с другими литературными подходами к инженерному решению той же задачи;
- единым подходом к расчету основных параметров теплообмена и трения;
- отсутствием ограничений на использование в практических приложениях для всей поверхности полусферы, что присуще только предложенному методу;
- возможностью учета тех факторов, которые не получили должного освещения в литературе (в первую очередь это касается расчета напряжения трения).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., ИЛ, 1961.
- [2] Предводителей А.С., ред. Таблицы термодинамических функций воздуха. М., Вычислительный центр АН СССР, 1962.
- [3] Горский В.В. Теоретические основы расчета абляционной тепловой защиты. М., Научный мир, 2015.
- [4] Горский В.В., Федоров С.Н. Об одном подходе к расчету вязкости диссоциированных газовых смесей, образованных из кислорода, азота и углерода. *Инженерно-физический журнал*, 2007, т. 80, № 5, с. 97–101.
- [5] Аоки М. Введение в методы оптимизации. Основы и приложения нелинейного программирования. М., Наука, 1977.
- [6] Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М., Физматлит, 1958.
- [7] Землянский Б.А., ред. Руководство для конструкторов. Конвективный теплообмен изделий РКТ. Королёв, ЦНИИмаш, 2010.
- [8] Мурзинов И.Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равномерно диссоциированного воздуха. *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1966, № 2, с. 184–191.
- [9] Авдеевский В.С., Кошкин В.К. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М., Машиностроение, 1975.

- [10] Землянский Б.А., ред. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. М., Физматлит, 2014.
- [11] Пасконов В.М., Полежаев Ю.В. Нестационарное плавление вязкого материала в окрестности точки торможения. В: Численные методы в газовой динамике. М., Изд-во Московского университета, 1963, с. 123–134.
- [12] Нариманов Г.С., Тихонравов М.К. Основы теории полета космических аппаратов. М., Машиностроение, 1972.
- [13] Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М., Энергия, 1976.
- [14] Анфимов Н.А. Тепло- и массообмен в окрестности критической точки при вдуве и отсосе различных газов через поверхность. *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1966, № 1, с. 18–27.
- [15] Devey C.F. Use of local similarity concepts in hypersonic viscous interaction problem. *AIAA J.*, 1963, vol. 1, no. 1, pp. 171–179. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.1464>
- [16] Emmons H.W., Leigh D.C. Tabulation of the Blasius function with blowing and suction. *Aerounaut. Rec-Council. Current Papers*, 1954, no. 157.

Горский Валерий Владимирович — д-р техн. наук, главный научный сотрудник АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143966, Московская обл., г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33); профессор кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Локтионова Анастасия Геннадьевна — студентка аэрокосмического факультета МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Горский В.В., Локтионова А.Г. Теплообмен и трение в тонком воздушном ламинарном пограничном слое над поверхностью полусферы. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2020, № 2, с. 17–33.
DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2020-2-17-33>

HEAT TRANSFER AND FRICTION IN A THIN AIR LAMINAR BOUNDARY LAYER OVER SEMI-SPHERE SURFACE

V.V. Gorsky^{1,2}

gorskknat@yandex.ru

A.G. Loktionova²

makonka7@gmail.com

¹ JSC “MIC “NPO Mashinostroyenia”, Reutov, Moscow Region, Russian Federation

² Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

A qualitative solution to the problem of calculating convective heat transfer can be obtained only by numerically integrating the differential equations of the boundary layer, which is associated with overcoming a number of computational problems. Consequently, it is important to develop relatively simple, but fairly high-precision calculation methods. As a first approximation to solving this problem, we can consider the use of the effective length method. From the practical point of view, this method is characterized by satisfactory accuracy of calculating convective heat transfer, which has led to its widespread use in aeronautical design engineering. However, this method is also characterized by a relatively high complexity, although it is much lower than that in numerical integration of the differential equations of the boundary layer. The most effective approach to solving heat transfer and friction problems in engineering practice is to use simple algebraic formulae obtained on the basis of approximating the results of rigorous numerical calculations, or experimental studies. Unfortunately, there is no information in literary sources about the accuracy of these formulae under various conditions of product functioning. This problem is solved on the basis of a systematic numerical calculation of the equations of the boundary layer in the most rigorous theoretical calculation, as well as a detailed analysis of the accuracy of the obtained algebraic formulae and their literary analogues

Keywords

Convective heat transfer, friction, momentum thickness, boundary layer

Received 25.06.2019

Accepted 12.07.2019

© Author(s), 2020

REFERENCES

- [1] Hirschfelder J.O., Curtiss Ch.F., Bird R.B. Molecular theory of gases and liquids. New York, Wiley; London, Chapman and Hall, 1954.
- [2] Predvoditelev A.S., ed. Tablitsy termodinamicheskikh funktsiy vozdukha [Tables of dynamical functions of the air]. Moscow, Vychislitel'nyy tsentr AN SSSR Publ., 1962.
- [3] Gorskiy V.V. Teoreticheskie osnovy rascheta ablyatsionnoy teplovoy zashchity [Theoretical fundamentals of ablative heat shield calculation]. Moscow, Nauchnyy mir Publ., 2015.
- [4] Gorskiy V.V., Fedorov S.N. An approach to calculation of the viscosity of dissociated gas mixtures formed from oxygen, nitrogen, and carbon. *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2007, vol. 80, no. 5, pp. 948–953. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10891-007-0126-5>

- [5] Aoki M. Introduction to optimization techniques. Fundamentals and applications of nonlinear programming. Los Angeles, Macmillan Co., 1971.
- [6] Linnik Yu.V. Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoy teorii obrabotki nablyudeniye [Least squares method and fundamentals of mathematical-statistic theory of observation results processing]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1958.
- [7] Zemlyanskiy B.A., ed. Rukovodstvo dlya konstruktorov. Konvektivnyy teploobmen izdeliy RKT [Designer guidebook. Convection heat transfer of rocket-space technique]. Korolev, TsNIIImash Publ., 2010.
- [8] Murzinov I.N. Laminar boundary layer on blunt bodies with account for vorticity of the external flow. *Fluid Dyn.*, 1966, vol. 1, no. 6, pp. 80–83.
DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01022286>
- [9] Avduevskiy V.S., Koshkin V.K. Osnovy teploperedachi v aviatsionnoy i raketno-kosmicheskoy tekhnike [Heat transfer fundamentals in aerotechnics and spacecraft]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975.
- [10] Zemlyanskiy B.A., ed. Konvektivnyy teploobmen letatel'nykh apparatov [Convective heat transfer of the aircraft]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014.
- [11] Paskonov V.M., Polezhaev Yu.V. Nestatsionarnoe plavlenie vyazkogo materiala v okrestnosti tochki tormozheniya. V: Chislennyye metody v gazovoy dinamike [Nonstationary melting of viscous material in stagnation point neighborhood. In: Numerical methods in gas dynamics]. Moscow, Izd-vo Moskovskogo universiteta Publ., 1963, pp. 123–134.
- [12] Narimanov G.S., Tikhonravov M.K. Osnovy teorii poleta kosmicheskikh apparatov [Fundamentals of spacecraft flight theory]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972.
- [13] Polezhaev Yu.V., Yurevich F.B. Teplovaya zashchita [Thermal protection]. Moscow, Energiya Publ., 1976.
- [14] Anfimov N.A. Heat and mass transfer near the stagnation point with injection and suction of various gases through the body surface. *Fluid Dyn.*, 1966, vol. 1, no. 1, pp. 14–20. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01016262>
- [15] Devey C.F. Use of local similarity concepts in hypersonic viscous interaction problem. *AIAA J.*, 1963, vol. 1, no. 1, pp. 171–179.
DOI: <https://doi.org/10.2514/3.1464>
- [16] Emmons H.W., Leigh D.C. Tabulation of the Blasius function with blowing and suction. *Aerounaut. Rec-Council. Current Papers*, 1954, no. 157.


Gorsky V.V. — Dr. Sc. (Eng.), Chief Researcher, JSC “MIC “NPO Mashinostroyeniya” (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143966 Russian Federation); Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Loktionova A.G. — Student, Aerospace Faculty, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Gorsky V.V., Loktionova A.G. Heat transfer and friction in a thin air laminar boundary layer over semi-sphere surface. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2020, no. 2, pp. 17–33 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2020-2-17-33>



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет учебное пособие автора
Ю.Г. Драгунова

«Обеспечение прочности и ресурса реакторных установок с водо-водяными энергетическими реакторами»

Изложены подходы к обоснованию безопасности реакторных установок с водо-водяными энергетическими реакторами, в частности прочности оборудования, с учетом нагрузок и изменений свойств материалов в условиях нормальной эксплуатации и при авариях. Рассмотрены вопросы управления ресурсом критических элементов оборудования реакторных установок с водо-водяными энергетическими реакторами. Пособие адресовано студентам специальности «Ядерные реакторы и материалы», может быть полезно для студентов и аспирантов, обучающихся по направлению подготовки «Ядерная энергетика и технологии», а также специалистов, работающих в области создания оборудования для ядерной индустрии.

По вопросам приобретения обращайтесь:
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1
+7 (499) 263-60-45
press@bmstu.ru
<http://baumanpress.ru>