

МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ С ВИНТОВЫМ ЗУБОМ

М.А. Халтурин

l-air@internet.ru

ФГБОУ ВО Кузбасская ГСХА, г. Кемерово, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрен метод точного проектирования конической передачи с винтовым зубом. Отличительная особенность метода — это возможность угловой коррекции зацепления при небольших передаточных числах (ориентировочно 1–1,9), что повышает износостойкость передачи. Метод предполагает изготовление деталей передачи только на ЧПУ-станке или 3D-принтере, что обеспечит коническим колесам с винтовым зубом высокую степень точности и максимальное соответствие качественных показателей расчетным, в то время как классическое изготовление конических колес с круговым зубом носит приближенный характер, а требуемое качество изготовления достигается дополнительным моделированием пятна контакта и расчетом функции ошибок. Использование винтовой траектории зуба (вместо круговой и др.) позволяет существенно упростить процесс 3D-моделирования. Показано образование сферической эвольвенты с необходимыми расчетными зависимостями, положенными в основу метода. Предлагаемый метод отличается небольшим объемом вычислений по сравнению со стандартным. Для проектирования передачи требуется знать модуль, числа зубьев шестерни и колеса, коэффициенты смещения профилей каждой детали, ширину зацепления и начальный угол спирали. Метод также предусматривает качественную оценку проектируемой передачи по коэффициентам относительного скольжения, удельного давления и перекрытия. Приведена таблица рекомендуемых коэффициентов смещения. Для автоматизации проектирования предложена программа Bevel Gears x64, написанная в рамках исследования пространственных зацепле-

Ключевые слова

Коническая передача, коэффициент смещения, коэффициент относительного скольжения, коэффициент удельного давления, коэффициент перекрытия

Введение. Зубчатые конические передачи широко используются в различных отраслях промышленности в качестве передаточного механизма приводов машин. В наиболее ответственном оборудовании применяют конические передачи с фигурной формой зуба: круговой, винтовой, косой и др. Фигурная форма зуба способствует повышению плавности работы передачи, снижению шума и чувствительности к погрешностям монтажа, а также повышению нагрузочной способности [1]. Наиболее простой формой с точки зрения вычислений является винтовая.

Стандартный метод изготовления деталей конической передачи предполагает выполнение работ на зуборезных станках с помощью зуборезных резцовых головок. Возникающие погрешности устраняются корректировкой параметров станка и инструмента по результатам моделирования пятна контакта [2, 3], а также функции ошибок [4]. Разновидностью стандартного метода являются технологии, предусматривающие наклон фрезы [5], двойные фрезы [6] и альтернативные методы [7]. Отметим, что на процесс изготовления конических колес в данном случае влияет большое число параметров, относящихся к настройке станка. Возникновение погрешностей на таком этапе может существенно снизить точность производимых деталей.

Еще одним перспективным методом изготовления конических колес является использование ЧПУ-станков или 3D-принтеров. В этом случае САМ-системе требуется 3D-модель изготавливаемой детали. В настоящее время известно не так много решений для моделирования конических колес с зубом фигурной формы, в отличие от прямозубых колес. Одним из таких решений является использование приложения «Валы и механические передачи» САПР КОМПАС-3D. Однако указанный метод рассчитан на применение специализированного оборудования, что не позволяет устанавливать произвольные исходные параметры в целях получения желаемого результата.

С помощью российской импортнезависимой системы трехмерного проектирования КОМПАС-3D или других альтернативных САПР можно выполнять косозубые конические передачи путем имитации [8]. Однако такой метод может вызывать трудности у большинства пользователей, в том числе и инженеров.

Процесс производства конических колес с логарифмической винтовой траекторией зуба посредством программирования ЧПУ-станка рассмотрен в [9]. При этом не используется возможность изготовления колес со смещением для получения лучшего результата.

Моделирование конических колес с винтовым зубом в среде MATLAB выполнено в [10]. Рассмотрена возможность изготовления колес со смещением. Однако здесь возникают сложности с экспортированием полученных данных для САМ-системы ЧПУ-станка. Тем не менее разработка математических моделей конических колес является актуальной задачей, поскольку это открывает возможности для получения более качественных характеристик зацепления [11].

Цель настоящей работы — синтез конической передачи с винтовым зубом. Для достижения поставленной цели необходимо:

- вывести математические зависимости для расчета координат точек профилей зубьев;
- оптимизировать зацепление путем снижения значений коэффициентов относительного скольжения и удельного давления;
- разработать 3D-метод моделирования конической передачи с винтовым зубом;
- изготовить физическую модель конической передачи с винтовым зубом.

Материалы и методы решения задач, принятые допущения.

При разработке метода использовалась техническая литература по данной тематике [12–17]. В качестве прикладных средств применены САПР КОМПАС-3D v.20 и программа Bevel Gears x64, написанная в рамках изучения пространственных зацеплений.

В качестве задачи проектирования рассмотрены зубчатые конические передачи. Исходные данные приведены в табл. 1. Передача, выполненная по варианту № 1, не входит в рекомендуемые диапазоны (согласно ГОСТ 19624–74¹), поэтому такой вариант выбран для констатирования возможности изготовления. Передача по варианту № 2 является уменьшенным аналогом редуктора пресс-подборщика, передача по варианту № 3 взята из примера расчета ГОСТ 19326–73². Для 3D-печати использован 3D-принтер с минимальной толщиной подаваемого слоя 0,1 мм.

¹ ГОСТ 19624–74. Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Расчет геометрии. М., Изд-во стандартов, 1974.

² ГОСТ 19326–73. Передачи зубчатые конические с круговыми зубьями. Расчет геометрии. М., Изд-во стандартов, 1974.

Математическая модель пространственного зацепления реализована в программе Bevel Gears x64, схема образования винтовой сферической эвольвенты приведена на рис. 1. Аксоиды 1 и 2 являются начальными конусами с центром пересечения в точке O и линией касания OP ; δ_{w1} и δ_{w2} — половины углов раствора аксоидов; r_{w1} и r_{w2} (d_{w1} и d_{w2}) — радиусы (диаметры) оснований аксоидов. Сумма углов δ_{w1} и δ_{w2} составляет угол передачи Σ . Аксоиды ограничены сферой радиусом R , которая образуется путем построения сферической эвольвенты. Кривые I и II являются винтовыми траекториями направления зубьев.

Таблица 1

Исходные данные зубчатой конической передачи

Вариант передачи	Число зубьев		Модуль зацепления m , мм	Передаточное число U
	Шестерни z_1	Колеса z_2		
1	12	12	2,5	1
2	18	31	2	1,722
3	20	50	10	2,5

Сферическая эвольвента представляет собой траекторию качения развертки основного конуса радиусом $r_{b1} = r_{w1} \alpha_w$ по тому же конусу (α_w — действительный угол зацепления). На выносном элементе А (см. рис. 1) показано образование трех точек эвольвенты, расположенной на наружной поверхности сферы: центральной точки \mathcal{E}_{pe} , крайних верхней \mathcal{E}_{ne} и нижней \mathcal{E}_{oe} .

Центральная точка \mathcal{E}_{pe} эвольвенты аксоида 1 принадлежит ее основанию и отклонена от точки P на половину угловой толщины зуба α_{sw1} по окружности радиусом r_{w1} :

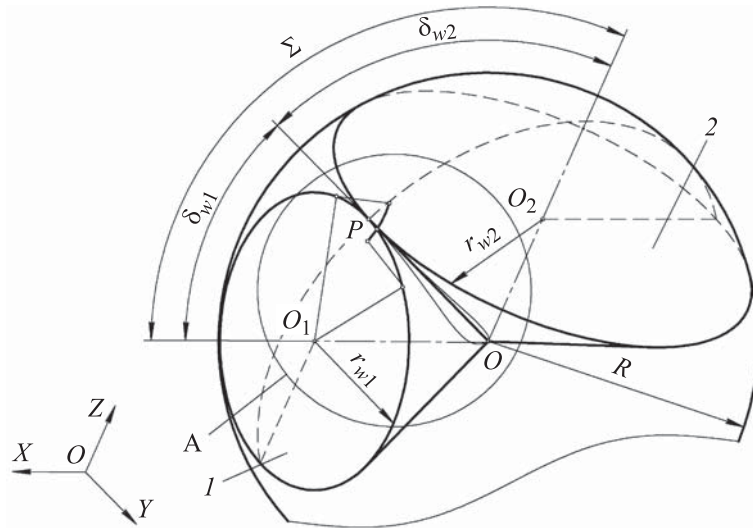
$$\alpha_{sw1} = 2 \left(\frac{m (0,5\pi + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha)}{2r_1} + \operatorname{inw} \alpha - \operatorname{inw} \alpha_w \right), \quad (1)$$

где m — модуль зацепления (внешний торцовый, поскольку траектория развертывания расположена на сферической поверхности); x_1 — коэффициент смещения профиля зуба шестерни; α — стандартный угол зацепления, равный 20° (0,3491 рад); r_1 — радиус делительной окружности; $\operatorname{inw} \alpha$ — инволюта стандартного угла зацепления, равная 0,0149; $\operatorname{inw} \alpha_w$ — инволюта действительного угла зацепления. Определение этих параметров рассмотрено в [15].

Точка \mathcal{E}_{ne} эвольвенты, расположенная над основанием аксоида 1, строится от точки N_n . Для этого из точки N_n на сферической поверхно-

сти проводится дуга $N_n\mathcal{E}_{ne}$ под углом зацепления α_w от касательной к окружности в точке N_n . Размер дуги рассчитывается по формуле

$$N_i\mathcal{E}_{ie} = N_i\mathcal{E}_{Pe} \cos \alpha_w. \quad (2)$$



А

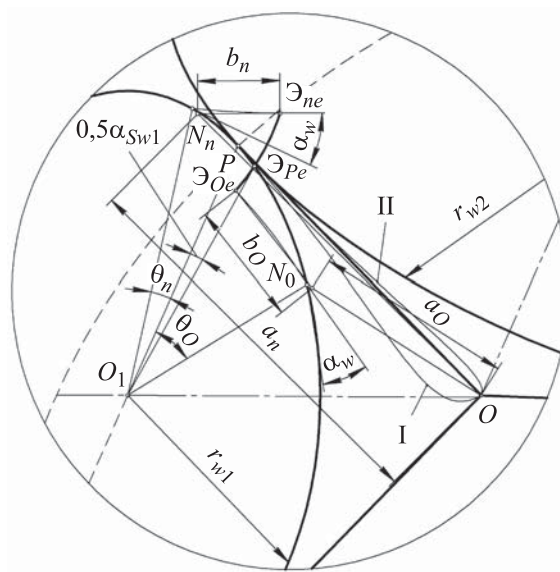


Рис. 1. Схема образования винтовой сферической эвольвенты

Построение точки \mathcal{E}_{Oe} эвольвенты, расположенной под основанием аксоида l , отличается тем, что отрезок $N_o\mathcal{E}_{Pe}$ следует располагать с другой стороны относительно точки \mathcal{E}_{Pe} и поворачивать под углом α_w , но в про-

тивоположную сторону. Длина дуги $N_O\mathcal{E}_{Oe}$ может быть рассчитана по (2). Таким образом, задавая длину отрезка $N_i\mathcal{E}_{Pe}$ и его расположение относительно точки \mathcal{E}_{Pe} , можно получить другие точки эвольвенты.

Численные значения координат точек эвольвенты на внешней поверхности в системе $OXYZ$ могут быть получены по зависимостям [15]:

$$x_{\mathcal{E}e} = a \cos \delta_{w1} + b \sin \delta_{w1} \sin \alpha_w; \quad (3)$$

$$y_{\mathcal{E}e} = a \sin \delta_{w1} \sin \theta + b \cos \alpha_w \cos \theta - b \cos \theta \sin \delta_{w1} \sin \alpha_w; \quad (4)$$

$$z_{\mathcal{E}e} = -a \sin \delta_{w1} \cos \theta + b \cos \alpha_w \sin \theta + b \cos \theta \cos \delta_{w1} \sin \alpha_w. \quad (5)$$

При определении координат точек \mathcal{E}_{Oe} и \mathcal{E}_{ne} (см. рис. 1) в качестве значений a и b используются отрезки a_O , b_O и a_n , b_n , расчетные зависимости этих отрезков приведены в [15]. Угол δ_{w1} отрицательный, расчет угла θ приведен в [15].

Координаты точек эвольвенты в других сферических сечениях на расстоянии R_i от центра O могут быть получены путем перемножения матрицы поворота M_β по винтовой линии I (см. рис. 1) с матрицей выражений (3)–(5) $M_{\mathcal{E}e}$ и масштабом уменьшения μ :

$$M_\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_i & -\sin \beta_i & 0 \\ 0 & \sin \beta_i & \cos \beta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$M_{\mathcal{E}e} = \begin{pmatrix} a \cos \delta_{w1} + b \sin \delta_{w1} \sin \alpha_w \\ a \sin \delta_{w1} \sin \theta + b \cos \alpha_w \cos \theta - b \sin \theta \cos \delta_{w1} \sin \alpha_w \\ -a \sin \delta_{w1} \cos \theta + b \cos \alpha_w \sin \theta + b \cos \theta \cos \delta_{w1} \sin \alpha_w \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

В результате

$$x_{\mathcal{E}i} = (a \cos \delta_{w1} + b \sin \delta_{w1} \sin \alpha_w) \mu; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} y_{\mathcal{E}i} = & (a \cos \beta_i \sin \theta \sin \delta_{w1} + b \cos \beta_i \cos \theta \cos \alpha_w - \\ & - b \cos \beta_i \sin \theta \cos \delta_{w1} \sin \alpha_w + \\ & + a \sin \beta_i \cos \theta \sin \delta_{w1} - b \sin \beta_i \sin \theta \cos \alpha_w - \\ & - b \sin \beta_i \cos \theta \cos \delta_{w1} \sin \alpha_w) \mu; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
z_{\vartheta i} = & (a \sin \beta_i \sin \theta \sin \delta_{w1} + b \sin \beta_i \cos \theta \cos \alpha_w - \\
& - b \times \sin \beta_i \sin \theta \cos \delta_{w1} \sin \alpha_w - \\
& - a \cos \beta_i \cos \theta \sin \delta_{w1} + b \times \cos \beta_i \sin \theta \cos \alpha_w + \\
& + b \cos \beta_i \cos \theta \cos \delta_{w1} \sin \alpha_w) \mu.
\end{aligned} \tag{10}$$

Угол наклона винтовой линии (спирали) определяется по формуле

$$\beta_i = \frac{2(R - R_i) \operatorname{tg} \beta_0}{d_{w1}}, \tag{11}$$

где β_0 — начальный угол спирали. Значение угла β_i отрицательное для правого направления зуба и положительное для левого.

Масштаб находим по формуле

$$\mu = \frac{R_i}{R}. \tag{12}$$

Расчет других неизвестных геометрических параметров выполняем согласно [15], расчет качественных показателей — согласно [16].

Результаты. Перед началом расчета зубчатой передачи следует задать коэффициенты смещения профиля зуба шестерни и колеса. Ориентировочные значения коэффициентов смещения, позволяющие уменьшить коэффициенты относительного скольжения и удельного давления, предложены в [17]. Однако не выполнен расчет толщины зуба по окружности вершин, что не может гарантировать отсутствие вероятности скалывания зубьев в вершинных точках на торцевых поверхностях. Для устранения этого недостатка с помощью программы Bevel Gears x64 проведено несколько расчетов с учетом допускаемых значений толщины зуба по окружности вершин с различными исходными параметрами. Подбор коэффициентов смещения осуществлен вручную до достижения допускаемых значений отношения толщины зуба по окружности вершин s_a к модулю:

$$\frac{s_a}{m} \geq 0,2 \tag{13}$$

— при улучшении и нормализации;

$$\frac{s_a}{m} \geq 0,3 \tag{14}$$

— при азотировании и цианировании;

$$\frac{s_a}{m} \geq 0,4 \quad (15)$$

— при цементации.

Толщина зуба по окружности вершин

$$s_a \geq 2 \frac{r_{a1}}{\cos \delta_{w1}} \arcsin \frac{y_{\Delta a} \cos \delta_{w1}}{r_{a1}} \approx 2r_{a1} \arcsin \frac{y_{\Delta a}}{r_{a1}}, \quad (16)$$

где r_{a1} — радиус окружности вершин; $y_{\Delta a}$ — координата верхней точки эвольвенты (например, точки Δ_{ne} , см. рис. 1).

Рекомендуемые коэффициенты смещения, удовлетворяющие условиям (13)–(15), приведены в табл. 2, 3.

Таблица 2

**Рекомендуемые значения коэффициентов смещения
для конических передач под углом 90°**

Передаточное число U	Вид ТО или ХТО*	Рекомендуемые коэффициенты смещения x_1 и x_2 при числе зубьев z_1						
		12	14	16	18	20	25	30
1	Улучшение, нормализация	0,8 0,8	1 1	1,2 1,2	1,4 1,4	1,6 1,6	2,2 2,2	2,7 2,7
	Азотирование, цианирование	0,7 0,7	0,8 0,8	0,9 0,9	0,95 0,95	1 1	1,1 1,1	1,15 1,15
	Цементация	0,4 0,4	0,45 0,45	0,5 0,5	0,55 0,55	0,6 0,6	0,7 0,7	0,75 0,75
1,25	Улучшение, нормализация	0,47 0,26	0,48 0,33	0,54 0,49	0,54 0,49	0,6 0,6	0,67 0,72	0,67 0,77
	Азотирование, цианирование	0,39 0,07	0,4 0,12	0,43 0,27	0,44 0,33	0,48 0,41	0,53 0,53	0,55 0,55
	Цементация	– 0	0,33 0	0,35 0,11	0,36 0,14	0,38 0,23	0,42 0,34	0,44 0,38
1,6	Улучшение, нормализация	0,46 –0,2	0,46 –0,1	0,43 0	0,43 0,09	0,43 0,15	0,42 0,3	0,41 0,41
	Азотирование, цианирование	0,44 –0,3	0,44 –0,22	0,41 –0,12	0,41 –0,05	0,41 0	0,38 0,17	0,38 0,26
	Цементация	– –0,32	0,42 –0,32	0,39 –0,23	0,37 –0,15	0,37 –0,1	0,37 0	0,35 0,12

Передаточное число U	Вид ТО или ХТО*	Рекомендуемые коэффициенты смещения x_1 и x_2 при числе зубьев z_1						
		12	14	16	18	20	25	30
2	Улучшение, нормализация, азотирование, цианирование	0,54 -0,54	0,5 -0,5	0,48 -0,48	0,46 -0,46	0,44 -0,44	0,42 -0,42	0,38 -0,38
	Цементация	-						
2,5	Улучшение, нормализация	0,6 -0,6	0,57 -0,57	0,55 -0,55	0,52 -0,52	0,5 -0,5	0,45 -0,45	0,4 -0,4
	Азотирование, цианирование	-						
	Цементация	-	-					
3,15	Улучшение, нормализация	0,63 -0,63	0,58 -0,58	0,56 -0,56	0,52 -0,52	0,5 -0,5	0,45 -0,45	0,4 -0,4
	Азотирование, цианирование	-						
	Цементация	-	-	-				
4	Улучшение, нормализация	0,62 -0,62	0,6 -0,6	0,58 -0,58	0,55 -0,55	0,5 -0,5	0,45 -0,45	0,4 -0,4
	Азотирование, цианирование	-	-					
	Цементация	-	-	-				
5	Улучшение, нормализация	0,61 -0,61	0,62 -0,62	0,6 -0,6	0,58 -0,58	0,53 -0,53	0,48 -0,48	0,4 -0,4
	Азотирование, цианирование	-	-					
	Цементация	-	-	-				

* ТО и ХТО — термическая и химико-термическая обработка.

Кроме толщины зуба по окружности вершин на выбор коэффициентов смещения накладываются и другие ограничения. Увеличение коэффициентов смещения обеспечивает снижение коэффициентов относительного скольжения, но вместе с этим ведет к уменьшению коэффициента перекрытия. В связи с этим в табл. 3 коэффициенты смещения для передаточных чисел 1, 1,25, 1,6 и 2 ограничены значением 0,5.

**Рекомендуемые значения коэффициентов смещения
для конических передач под углом 45°**

Передачное число U	Вид ТО или ХТО	Рекомендуемые коэффициенты смещения x_1 и x_2 при числе зубьев z_1						
		12	14	16	18	20	25	30
1	Улучшение, нормализация, азотирование, цианирование, цементация	-	-	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
				0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
1,25	Улучшение, нормализация, азотирование, цианирование, цементация	-	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
			0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
1,6	Улучшение, нормализация, азотирование, цианирование, цементация	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
		0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
2	Улучшение, нормализация, азотирование, цианирование	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6
		0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,8	0,8
	Цементация	-						
	2,5	Улучшение, нормализация, азотирование, цианирование	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6
0,5			0,5	0,5	0,8	0,9	0,9	1,4
	Цементация	-	-					
	3,15	Улучшение, нормализация	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,7
Азотирование, цианирование		0,5	0,6	0,8	0,9			
Азотирование, цианирование		-	0,4	0,5	0,5	1	1,6	1,4
	Цементация	-	-	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5
				-0,4	0	0	1	1
4	Улучшение, нормализация	0,55	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,7
	Азотирование, цианирование	-0,55	0,4	0,5	0,5	1,2	2,2	2,4
	Азотирование, цианирование	-	0,5	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5
			-0,5	0	0	0,5	0,8	1

Передаточное число U	Вид ТО или ХТО	Рекомендуемые коэффициенты смещения x_1 и x_2 при числе зубьев z_1						
		12	14	16	18	20	25	30
4	Цементация	–	–	0,45	0,4	0,4	0,4	0,5
				–0,45	0	0	0,4	0,5
5	Улучшение, нормализация	0,55	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5
		–0,55	0,4	0,4	0,5	0,5	1,3	1,6
	Азотирование, цианирование	–	0,5	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5
	Цементация	–	–	0,45	0,3	0,4	0,4	0,4
				–0,45	0	0	0,4	0,4

При увеличении угла передачи движения до 135° существенно сокращается диапазон передаточных чисел конической передачи ($U = 1; 1,25$), повышаются качественные показатели конической передачи ввиду больших радиусов кривизны профилей. В результате рекомендуемые коэффициенты смещения шестерни x_1 и колеса x_2 для всех видов ТО и ХТО равны нулю (при числе зубьев $z_1 = 16, 18, 20, 25, 30, 40$).

При необходимости проектирования конической передачи с передаточным числом более 1,25 следует воспользоваться внутренним коническим зацеплением.

Для других случаев при выборе коэффициентов смещения следует руководствоваться указаниями из [16, 17], согласно которым при расчете должны получаться как можно меньшие и близкие друг к другу значения коэффициентов относительного скольжения: $|\lambda_{1\max}| \approx |\lambda_{2\max}|$ и $\lambda_{1\min} \approx \lambda_{2\min}$. При невозможности выполнения первых приближенных равенств $|\lambda_{1\max}| + \lambda_{2\min} \approx |\lambda_{2\max}| + \lambda_{1\min}$. Коэффициент торцового перекрытия ε_a для прямозубых передач должен быть больше или равен 1,3, для передач с винтовым зубом коэффициент допускается, равным и больше единицы.

Выбранные коэффициенты смещения и другие геометрические параметры для рассчитываемых вариантов передач приведены в табл. 4. При изготовлении зубчатых колес из пластика не рекомендуется выполнять смещения профилей зубьев, поскольку сопло 3D-принтера может исказить узкие участки (поверхность вершин в рассматриваемом случае). Коэффициенты смещения выбраны как при нормализации для проверки работоспособности при таких условиях.

Таблица 4

Результаты расчета передач (из табл. 1)

Параметр	Вариант передачи		
	1	2	3
Трехмерная модель	Рис. 3, а	Рис. 3, б	Рис. 3, в
Физическая модель	Рис. 4, а	Рис. 4, б	–
Деталь	Шестерня/Колесо	Шестерня/Колесо	Шестерня/Колесо
Модуль m , мм	2,5	2	10
Число зубьев z_1 / z_2	12/12	18/31	20/50
Коэффициенты смещения x_1 / x_2	0,8/0,8	0,42/0	0,5/-0,5
Начальный угол спирали β_0 , град	45	35	30
Ширина зубчатого венца w , мм	10	12	75
Внешнее конусное расстояние R , мм	23,395	36,428	269,258
Диаметры начальных конусов r_{w1} / r_{w2} , мм	33,085/33,085	36,583/63,005	200/500
Углы начальных конусов $\delta_{w1} / \delta_{w2}$, град	45/45	30,141/59,859	21,801/68,199
Угол зацепления α_w , град	31,563	22,376	20
Диаметры конусов впадин r_{f1} / r_{f2} , мм	28,409/28,409	33,129/59,489	186,073/487,001
Диаметры конусов вершин r_{a1} / r_{a2} , мм	36,878/36,878	41,773/64,509	227,854/503,714
Коэффициенты относительного скольжения ножек зубьев шестерни и колеса $ \lambda_{1 \max} / \lambda_{2 \max} $	1,516/1,516	1,481/1,147	0,926/0,731

Окончание табл. 4

Параметр	Вариант передачи		
	1	2	3
Коэффициенты относительного скольжения головок зубьев шестерни и колеса $\lambda_{1,\min} / \lambda_{2,\min}$	0,603/0,603	0,698/0,418	0,663/0,249
Коэффициент торцового перекрытия ϵ_a	1,318	1,711	1,608
Коэффициент осевого перекрытия ϵ_β	1,155	1,316	1,378
Суммарный коэффициент перекрытия ϵ	2,472	3,027	2,986
Коэффициенты удельного давления $\vartheta_1 / \vartheta_2$	0,544/0,544	0,569/0,275	0,503/0,207

Согласно ГОСТ 19326–74, рекомендуемые средние значения угла β составляют от нуля до 45° . В настоящей методике используется не средний, а начальный угол спирали β_0 ввиду упрощения вычислений. Для наиболее сложного варианта № 1 передачи с небольшим числом зубьев шестерни и колеса принят начальный угол спирали $\beta_0 = 45^\circ$ в целях приближения к рекомендуемому значению коэффициента осевого перекрытия $\varepsilon_\beta \geq 1,25$, который рассчитывается как

$$\varepsilon_\beta = \frac{w z_1 \operatorname{tg} \beta_0}{\pi d_{w1}}. \quad (17)$$

Ширина w зубчатого венца, измеряемая в направлении от внешней сферической поверхности к точке O , определяется, во-первых, из результатов силового расчета по известной методике, во-вторых, согласно (17), увеличение ширины w способствует увеличению коэффициента осевого перекрытия. Тем не менее следует помнить, что существенное увеличение значений β_0 и w будет способствовать небольшому росту трения в зацеплении. Это объясняется тем, что фигурные зубья (в данном случае винтовые) характеризуются большей длиной и площадью поверхности зуба.

Обсуждение полученных результатов. Коэффициенты смещения (x_1 / x_2) для рассматриваемых передач, выполненных по вариантам № 1–3, составили соответственно следующие значения: 0,8/0,8 (только положительные); 0,42/0 (шестерня положительная, колесо нулевое); 0,5/–0,5 (детали равносмещенные, шестерня положительная, колесо отрицательное).

Как показано в [17], правильно подобранные коэффициенты смещения благоприятным образом влияют на качественные показатели: коэффициенты относительного скольжения ножек зубьев и коэффициенты удельного давления. Например, для передачи по варианту № 1 при увеличении коэффициентов смещения от нуля до 0,8 наблюдается существенное повышение качественных показателей (рис. 2).

Для передачи по варианту № 2 при стандартных коэффициентах смещения ($x_1 = 0,21$ и $x_2 = -0,21$) коэффициенты относительного скольжения ножек зубьев шестерни и удельного давления шестерни заметно больше (2,684 и 0,853 по сравнению с 1,481 и 0,569), чем при рекомендуемых в настоящей работе коэффициентах смещения. Для передачи по варианту № 3 при стандартных коэффициентах смещения ($x_1 = 0,3$ и $x_2 = -0,3$) коэффициенты $|\lambda_{1 \max}|$ и ϑ_1 составили 1,764 и 0,665, что больше, чем 0,926 и 0,503.

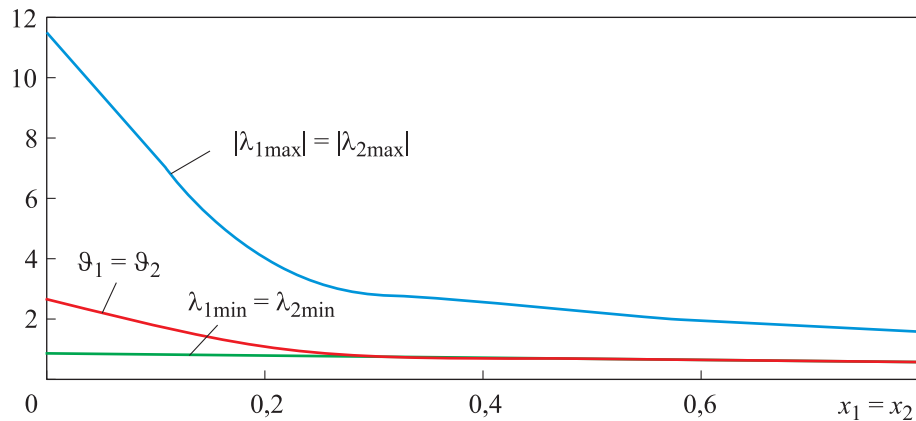


Рис. 2. Зависимости коэффициентов относительного скольжения ножек зубьев шестерни и колеса $|\lambda_{1\max}|$, $|\lambda_{2\max}|$, головок зубьев шестерни и колеса $\lambda_{1\min}$, $\lambda_{2\min}$, коэффициентов удельного давления ϑ_1 , ϑ_2 от коэффициентов смещения x_1 и x_2 для передачи по варианту № 1 (см. табл. 4)

Коэффициенты торцового перекрытия для передач всех вариантов (см. табл. 4) составляют допустимое значение — более 1,3 (ГОСТ 19624–74).

На рис. 3 приведены 3D-модели исследуемых передач, на рис. 4 — распечатанные на 3D-принтере физические модели конических передач с винтовым зубом по вариантам № 1 и 2. Печать передачи по варианту № 3 не выполнялась вследствие несоответствия габаритных размеров деталей и размеров стола принтера. Передачи по вариантам № 1 и 2 из-за небольших размеров являются более сложными объектами в аспекте сохранения точности геометрических параметров при их изготовлении. Несмотря на небольшое искажение формы зуба, связанное с особенностями 3D-печати, при сборке деталей наблюдалось отличное сопряжение зубьев, а при повороте шестерни — плавное беспрепятственное вращение деталей.

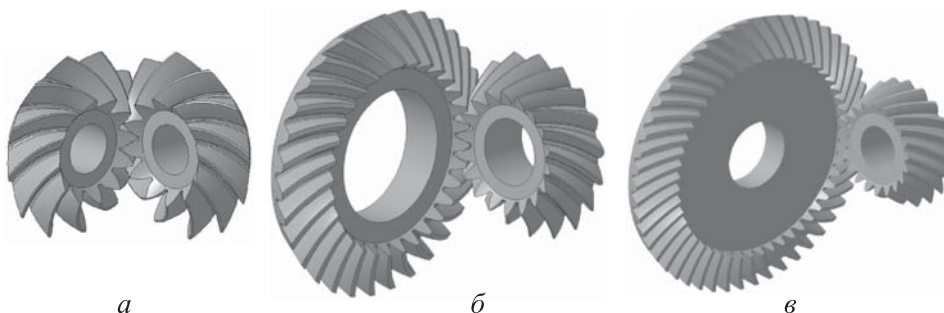


Рис. 3. Трехмерные модели исследуемых передач, выполненные по вариантам № 1 (а), 2 (б) и 3 (в)



Рис. 4. Распечатанные на 3D-принтере физические модели конических передач с винтовым зубом, выполненные по вариантам № 1 (а) и 2 (б)

Заключение. Рассмотрен метод синтеза конической передачи с винтовым зубом. Приведена схема и математическая модель образования сферической эвольвенты. Предлагаемый метод отличается простотой и доступностью. Предложены рекомендуемые значения коэффициентов смещения для шестерни и колеса в отдельности с учетом предполагаемого режима ТО. Даны рекомендации по выбору коэффициентов смещения для случаев, не попавших в приведенные таблицы. Рассчитываемые коэффициенты относительного скольжения [16] позволяют оценить степень износа деталей проектируемой передачи. Результаты расчета (см. табл. 4) показали, что при рекомендуемых коэффициентах смещения достигаются более высокие качественные показатели проектируемой передачи. Выполнены 3D-модели исследуемых передач, две из которых изготовлены на 3D-принтере. Работоспособность передач, изготовленных по предлагаемому методу, подтверждается беспрепятственным вращением и отсутствием люфтов в зацеплении. Зубчатые колеса также можно изготовить из стали при наличии четырех- и пятикоординатного ЧПУ-станков.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Litvin F., Fuentes-Aznar A., Hayasaka K. Design, manufacture, stress analysis and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears. *Mech. Mach. Theory*, 2006, vol. 41, no. 1, pp. 83–118.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2005.03.001>

- [2] Медведев В.И., Матвеенков Д.С. О построении оптимальных поверхностей круговых зубьев конических пар. *Вестник МГТУ Станкин*, 2009, № 1, с. 59–64.
- [3] Pisula J.M., Plocica M. Guidelines for the development of the quality of aircraft bevel gears. *Aircr. Eng. Aerosp. Technol.*, 2015, vol. 87, no. 2, pp. 110–119.
DOI: <https://doi.org/10.1108/AEAT-07-2014-0105>
- [4] Fuentes-Aznar A., Ruiz-Orzaez R., Gonzalez-Perez I. Computational approach to design face-milled spiral bevel gear drives with favorable conditions of meshing and contact. *Meccanica*, 2018, vol. 53, no. 10, pp. 2669–2686.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s11012-018-0841-3>
- [5] Gonzalez-Perez I., Fuentes-Aznar A. Analytical determination of basic machine-tool settings for generation of spiral bevel gears and compensation of errors of alignment in the cyclo-paloid system. *Int. J. Mech. Sc.*, 2017, vol. 120, pp. 91–104.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.11.018>
- [6] Gonzalez-Perez I., Fuentes-Aznar A. Comparison of cyclo-paloid and cyclo-cut cutting methods for generation of spiral bevel gears. *Proc. ASME Design Engineering Technical Conf.*, 2017, paper no. DETC2017-67793, V010T11A026.
DOI: <https://doi.org/10.1115/DETC2017-67793>
- [7] Trubachev E.S. On possibility of cutting bevel gearwheels by hobs. In: *New approaches to gear design and production*. Berlin, Springer, 2020, pp. 273–294.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-34945-5_11
- [8] Bruzhas V.V., Lopatin B.A. Development of solid-state models for the gears of different geometry. *Procedia Eng.*, 2015, vol. 129, pp. 369–373.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.125>
- [9] Xiang T., Yi J., Li W. Five-axis numerical control machining of the tooth flank of a logarithmic spiral bevel gear pinion. *Trans. Famena*, 2018, vol. 42, no. 1, pp. 73–84. DOI: <https://doi.org/10.21278/TOF.42107>
- [10] Tsiafis I., Mamouri P., Kyriakidis K. Design of a spiral bevel gear acc. to ISO 23509:2006 standards. *MATEC Web Conf.*, 2020, vol. 318.
DOI: <https://doi.org/10.1051/matecconf/202031801020>
- [11] Chen B., Liang D., Li Z. A study on geometry design of spiral bevel gears based on conjugate curves. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 2014, vol. 15, no. 3, pp. 477–482.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s12541-014-0360-7>
- [12] Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М., Наука, 1968.
- [13] Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., Альянс, 2011.
- [14] Михрютин В.В. Моделирование геометрии конических зубчатых колес с эвольвентным профилем зуба. *Современные инструментальные системы, инновационные технологии и инновации. Сб. науч. тр. XII Междунар. науч.-практ. конф. Т. 3*. Курск, Университетская книга, 2015, с. 128–132.

[15] Халтурин М.А. Метод проектирования конической зубчатой передачи. *Актуальные научно-технические средства и сельскохозяйственные проблемы. Матер. VIII Нац. науч.-практ. конф.* Кемерово, Кузбасская ГСХА, 2022, с. 438–445.

[16] Халтурин М.А. Определение качественных показателей конической зубчатой передачи. *Современные тенденции сельскохозяйственного производства в мировой экономике. Матер. XX Междунар. науч.-практ. конф.* Кемерово, Кузбасская ГСХА, 2021, с. 197–201.

[17] Халтурин М.А. Синтез износостойкой прямозубой конической передачи. *Трение и износ*, 2022, т. 43, № 3, с. 274–281.

DOI: <https://doi.org/10.32864/0202-4977-2022-43-3-274-281>

Халтурин Михаил Алексеевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Агроинженерия» ФГБОУ ВО Кузбасская ГСХА (Российская Федерация, 650056, г. Кемерово, ул. Марковцева, д. 5).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Халтурин М.А. Метод проектирования конической передачи с винтовым зубом. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2023, № 4 (147), с. 34–54. DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2023-4-34-54>

DESIGN METHODOLOGY OF THE BEVEL GEAR WITH HELICAL TEETH

M.A. Khalturin

l-air@internet.ru

Kuzbass State Agricultural Academy, Kemerovo, Russian Federation

Abstract

The paper considers a method for accurate design of a bevel gear with helical teeth. A distinctive feature of the method lies in possibility of the gearing angular correction at insignificant gear ratios (approximately 1–1.9) increasing wear resistance of the gear. The method involves production of the gear parts only on a CNC machine or 3D-printer. It provides the bevel wheels with helical teeth with high degree of accuracy and maximum compliance of quality indicators with the calculated ones. Classic production of the bevel wheels with helical teeth is rather approximate. The required manufacturing quality is achieved by additional simulation of the contact patch and calculation

Keywords

Bevel gear, displacement coefficient, relative slip coefficient, specific pressure coefficient, overlap coefficient

of the error function. Using the helical teeth trajectory (instead of a circular one, etc.) makes it possible to significantly simplify the 3D simulation process. Formation of a spherical involute with the required calculated dependencies forming the method basis is shown. The proposed method is characterized by insignificant amount of calculations compared to the standard method. To design a gear, it is required to know the module, the number of gear and wheel teeth, the displacement coefficients of each part profiles, the gearing width and the helix initial angle. The method also provides for qualitative assessment of the designed gear based on the coefficients of relative slip, specific pressure and overlap. A table of recommended displacement coefficients is provided. To automate the design, the Bevel Gears x64 program written as part of studying the spatial gearing is proposed. An example of calculating geometric parameters of the bevel gear with helical teeth is considered; a 3D-model and the actual assembly of such a gear are also presented

Received 04.10.2022

Accepted 23.01.2023

© Author(s), 2023

REFERENCES

- [1] Litvin F., Fuentes-Aznar A., Hayasaka K. Design, manufacture, stress analysis and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears. *Mech. Mach. Theory*, 2006, vol. 41, no. 1, pp. 83–118.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2005.03.001>
- [2] Medvedev V.I., Matveenkov D.S. About construction of optimal surfaces of spiral bevel gears. *Vestnik MGTU Stankin* [Vestnik MSTU Stankin], 2009, no. 1, pp. 59–64 (in Russ.).
- [3] Pisula J.M., Plocica M. Guidelines for the development of the quality of aircraft bevel gears. *Aircr. Eng. Aerosp. Technol.*, 2015, vol. 87, no. 2, pp. 110–119.
DOI: <https://doi.org/10.1108/AEAT-07-2014-0105>
- [4] Fuentes-Aznar A., Ruiz-Orzaez R., Gonzalez-Perez I. Computational approach to design face-milled spiral bevel gear drives with favorable conditions of meshing and contact. *Meccanica*, 2018, vol. 53, no. 10, pp. 2669–2686.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s11012-018-0841-3>
- [5] Gonzalez-Perez I., Fuentes-Aznar A. Analytical determination of basic machine-tool settings for generation of spiral bevel gears and compensation of errors of alignment in the cyclo-paloid system. *Int. J. Mech. Sc.*, 2017, vol. 120, pp. 91–104.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.11.018>

- [6] Gonzalez-Perez I., Fuentes-Aznar A. Comparison of cyclo-palloid and cyclo-cut cutting methods for generation of spiral bevel gears. *Proc. ASME Design Engineering Technical Conf.*, 2017, paper no. DETC2017-67793, V010T11A026.
DOI: <https://doi.org/10.1115/DETC2017-67793>
- [7] Trubachev E.S. On possibility of cutting bevel gearwheels by hobs. In: *New approaches to gear design and production*. Berlin, Springer, 2020, pp. 273–294.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-34945-5_11
- [8] Bruzhas V.V., Lopatin B.A. Development of solid-state models for the gears of different geometry. *Procedia Eng.*, 2015, vol. 129, pp. 369–373.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.125>
- [9] Xiang T., Yi J., Li W. Five-axis numerical control machining of the tooth flank of a logarithmic spiral bevel gear pinion. *Trans. Famena*, 2018, vol. 42, no. 1, pp. 73–84.
DOI: <https://doi.org/10.21278/TOF.42107>
- [10] Tsiafis I., Mamouri P., Kyriakidis K. Design of a spiral bevel gear acc. to ISO 23509:2006 standards. *MATEC Web Conf.*, 2020, vol. 318.
DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/202031801020>
- [11] Chen B., Liang D., Li Z. A study on geometry design of spiral bevel gears based on conjugate curves. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 2014, vol. 15, no. 3, pp. 477–482.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s12541-014-0360-7>
- [12] Litvin F.L. *Teoriya zubchatykh zatsepleniy [Theory of gears]*. Moscow, Nauka Publ., 1968.
- [13] Artobolevskiy I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin [Theory of mechanisms and machines]*. Moscow, Alyans Publ., 2011.
- [14] Mikhryutin V.V. [Modelling the geometry of bevel gears with involute tooth profile tooth profile]. *Sovremennye instrumentalnye sistemy, informatsionnye tekhnologii i innovatsii. Sb. nauch. tr. XII Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. T. 3 [Modern Instrumental Systems, Information Technologies and Innovations. Proc. XII Int. Sc.-Pract. Conf. Vol. 3]*. Kursk, Universitetskaya kniga Publ., 2015, pp. 128–132 (in Russ.).
- [15] Khalturin M.A. [A design methodology of the bevel gears]. *Aktualnye nauchno-tekhnicheskie sredstva i selskokhozyaystvennyye problemy. Mater. VIII Nats. nauch.-prakt. konf. [Actual Scientific and Technical Means and Agricultural Problems. Proc. VIII National Sc.-Pract. Conf.]*. Kemerovo, Kuzbasskaya GSKhA Publ., 2022, pp. 438–445 (in Russ.).
- [16] Khalturin M.A. [Determination of the bevel gears qualitative indicators]. *Sovremennye tendentsii selskokhozyaystvennogo proizvodstva v mirovoy ekonomike. Mater. XX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [Current Trends in Agricultural Production in the world Economy. Proc. XX Int. Sc.-Pract. Conf.]*. Kemerovo, Kuzbasskaya GSKhA Publ., 2021, pp. 197–201 (in Russ.).
- [17] Khalturin M.A. Synthesizing a wear-resistant straight teeth bevel gears. *Trenie i iznos [Friction and Wear]*, 2022, vol. 43, no. 3, pp. 274–281 (in Russ.).
DOI: <https://doi.org/10.32864/0202-4977-2022-43-3-274-281>

Khalturin M.A. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Lecturer, Department of Agroengineering, Kuzbass State Agricultural Academy (Markovtseva ul. 5, Kemerovo, 650056 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Khalturin M.A. Design methodology of the bevel gear with helical teeth. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2023, no. 4 (147), pp. 34–54 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2023-4-34-54>