

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕСТКИХ ПРОВОДОВ, НАХОДЯЩИХСЯ В ПОТОКЕ ВОЗДУХА

*Изложен алгоритм численного решения нелинейных уравнений равновесия проводов линий электропередачи, находящихся в стационарном потоке воздуха. Провод представлен как нерастяжимый стержень, имеющий крутильную и изгибные жесткости. Приведены выражения для аэродинамических сил при произвольном направлении вектора скорости потока воздуха, которые учитывают непрерывное изменение осевой линии провода в пространстве при нагружении. Нелинейные уравнения решены численно при использовании метода последовательного нагружения с оценкой точности полученных численных результатов.*

Для передачи энергии на большие расстояния из-за относительно небольшой стоимости широко применяют линии электропередачи (ЛЭП). Одним из основных элементов ЛЭП являются провода. Провод представляет собой стержень, имеющий малые изгибные и крутильную жесткости, которыми, как правило, пренебрегают и рассматривают его как абсолютно гибкий стержень. Однако при рассмотрении аэродинамической устойчивости проводов приходится учитывать крутильную и изгибные жесткости, а также необходимо знать положение равновесия и внутренние силовые факторы провода в потоке.

В настоящей работе рассматривается нерастяжимый провод круглого поперечного сечения, жестко закрепленный на концах (рис. 1).

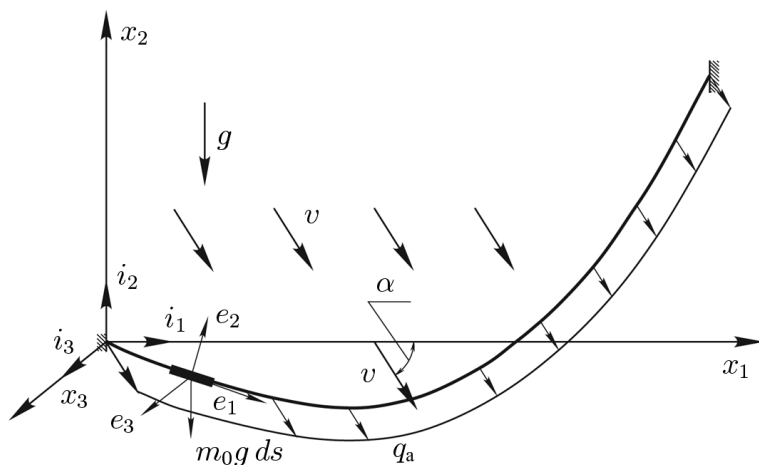


Рис. 1. Расчетная схема

**Уравнения равновесия провода в потоке воздуха.** Безразмерные уравнения равновесия в связанной системе координат для жесткого провода имеют вид [1]

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{d}\mathbf{Q}}{d\eta} + \mathfrak{a} \times \mathbf{Q} + \mathbf{q} &= 0; \\ \frac{\tilde{d}\mathbf{M}}{d\eta} + \mathfrak{a} \times \mathbf{M} + \mathbf{e}_1 \times \mathbf{Q} &= 0; \\ \mathbf{L}_1 \frac{\tilde{d}\boldsymbol{\theta}}{d\eta} + \mathbf{L}\mathfrak{a}_0^{(1)} - \mathfrak{a} &= 0; \\ \frac{\tilde{d}\mathbf{u}}{d\eta} + \mathfrak{a} \times \mathbf{u} + (l_{11} - 1)\mathbf{e}_1 + l_{21}\mathbf{e}_2 + l_{31}\mathbf{e}_3 &= 0; \\ \mathbf{M} = \mathbf{A}(\mathfrak{a} - \mathfrak{a}_0^{(1)}), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\tilde{d}/d\eta$  — локальная производная (далее тильда опускается);  $\eta$  — безразмерная координата;  $\mathbf{Q}$  — вектор внутренних сил;  $\mathfrak{a}$  — вектор кривизны;  $\mathbf{q}$  — вектор распределенных (безразмерных) внешних сил;  $\mathbf{M}$  — вектор внутренних моментов;  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базисные орты связанной системы координат;  $\boldsymbol{\theta}$  — вектор углов поворота связанных осей;  $\mathfrak{a}_0^{(1)}$  — вектор начальной кривизны;  $\mathbf{u}$  — вектор перемещений;  $A_{ii}$  — крутильная ( $A_{11}$ ) и изгибные ( $A_{22}, A_{33}$ ) жесткости;  $l_{ij}$  — элементы матрицы  $\mathbf{L}$ ;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_2 \cos \vartheta_3 & 0 & -\sin \vartheta_2 \\ -\sin \vartheta_3 & 1 & 0 \\ \sin \vartheta_2 \cos \vartheta_3 & 0 & \cos \vartheta_2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_2 \cos \vartheta_3 & \cos \vartheta_2 \sin \vartheta_3 \cos \vartheta_1 + \sin \vartheta_2 \sin \vartheta_1 & \cos \vartheta_2 \sin \vartheta_3 \sin \vartheta_1 - \sin \vartheta_2 \cos \vartheta_1 \\ -\sin \vartheta_3 & \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_3 & \cos \vartheta_3 \sin \vartheta_1 \\ \sin \vartheta_2 \cos \vartheta_3 & \sin \vartheta_2 \sin \vartheta_3 \cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2 \sin \vartheta_1 & \sin \vartheta_2 \sin \vartheta_3 \sin \vartheta_1 + \cos \vartheta_2 \cos \vartheta_1 \end{bmatrix}.$$

Безразмерные величины связаны с размерными следующими соотношениями:  $s = l\eta$ ;  $\mathbf{Q}_p = m_0 g l \mathbf{Q}$ ;  $\mathbf{M}_p = m_0 g l^2 \mathbf{M}$ ;  $\mathbf{u}_p = l \mathbf{u}$ ;  $\mathbf{q}_p = m_0 g \mathbf{q}$ ;  $\mathfrak{a}_p = \mathfrak{a}/l$ ;  $\mathbf{A}_p = m_0 g l^3 \mathbf{A}$ . Здесь  $l$  — длина провода;  $m_0$  — масса единицы длины провода;  $g$  — ускорение свободного падения. Величины с индексом “p” — размерные.

Безразмерная распределенная нагрузка  $\mathbf{q} = -\mathbf{i}_2 + \mathbf{q}_a$ , где  $\mathbf{q}_a$  — аэродинамическая нагрузка ( $\mathbf{q}_a = \sum_{j=1}^3 q_{aj} \mathbf{e}_j$ );  $\mathbf{i}_2$  — безразмерная сила тяжести.

Аэродинамическую силу можно представить как  $\mathbf{q}_a = \mathbf{q}_{a1} + \mathbf{q}_{an}$ , где  $\mathbf{q}_{a1}$  — распределенная нагрузка, направленная по касательной к осевой

линии стержня;  $\mathbf{q}_{an}$  — распределенная нагрузка, ортогональная осевой линии стержня. Поэтому  $\mathbf{q}_{a1}$  и  $\mathbf{q}_{an}$  можно рассматривать как следящие нагрузки.

Компоненты  $\mathbf{q}_a$  можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} q_{a1} &= q_{10} \cos^2 \varphi_a \operatorname{sign}(\sin \varphi_a); \\ q_{a2} &= q_{n0} \sin \varphi_a (l_{21} \cos \alpha + l_{23} \sin \alpha); \\ q_{a3} &= q_{n0} \sin \varphi_a (l_{31} \cos \alpha + l_{33} \sin \alpha), \end{aligned}$$

где  $\cos \varphi_a = l_{11} \cos \alpha + l_{13} \sin \alpha$ ;  $q_{10} = \frac{1}{2} \frac{c_1 \rho d v^2}{m_0 g}$ ;  $q_{n0} = \frac{1}{2} \frac{c_n \rho d v^2}{m_0 g}$ ;  $c_1, c_n$  — аэродинамические коэффициенты;  $\rho$  — плотность потока;  $v$  — скорость потока;  $d$  — диаметр провода.

Решить систему нелинейных уравнений (1) можно только численными методами, например методом последовательных нагружений, когда приложенные к проводу силы представляют в виде  $\mathbf{q} = \sum_{j=1}^N \Delta \mathbf{q}^{(j)}$ ,

где  $\Delta \mathbf{q}^{(j)}$  — сила, приложенная к проводу на каждом шаге нагружения;  $N$  — число нагружений.

Аэродинамическая сила  $\Delta \mathbf{q}_a^{(j)}$  на каждом шаге нагружения приводит к изменению напряженно-деформированного состояния (НДС) стержня, которое можно определить из линеаризованных уравнений равновесия, учитывающих предыдущие нагружения ( $\Delta \mathbf{q}^{(1)} + \dots + \Delta \mathbf{q}^{(j-1)}$ ).

Предположим, что нам известно решение системы нелинейных уравнений (1) на  $(j-1)$ -м шаге нагружения, т.е. известны  $\mathbf{Q}^{(j-1)}$ ,  $\mathbf{M}^{(j-1)}$ ,  $\mathbf{a}^{(j-1)}$ ,  $\mathbf{L}^{(j-1)}$  и  $\mathbf{q}^{(j-1)}$ . Получим уравнения равновесия на следующем шаге нагружения  $j$  при нагрузке  $\Delta \mathbf{q}^{(j)}$ , полагая, что все неизвестные векторы получают малые приращения, т.е.  $\mathbf{Q}^{(j)} = \mathbf{Q}^{(j-1)} + \Delta \mathbf{Q}^{(j)}$ ,  $\mathbf{M}^{(j)} = \mathbf{M}^{(j-1)} + \Delta \mathbf{M}^{(j)}$ ,  $\mathbf{a}^{(j)} = \mathbf{a}^{(j-1)} + \Delta \mathbf{a}^{(j)}$  и  $\mathbf{q}^{(j)} = \mathbf{q}^{(j-1)} + \Delta \mathbf{q}^{(j)}$ . Матрица перехода от декартовой системы координат к связанной, используемая в выражении для определения приращения нагрузок, записывается в виде  $\mathbf{L}^{(j)} = \Delta \mathbf{L}^{(j)} \cdot \mathbf{L}^{(j-1)}$ , где

$$\Delta \mathbf{L}^{(j)} = \begin{bmatrix} 1 & \vartheta_3^{(j)} & -\vartheta_2^{(j)} \\ -\vartheta_3^{(j)} & 1 & \vartheta_1^{(j)} \\ \vartheta_2^{(j)} & -\vartheta_1^{(j)} & 1 \end{bmatrix};$$

$\vartheta_\nu^{(j)}$  — малые углы поворота базиса  $\{\mathbf{e}_{j-1}\}$  относительно базиса  $\{\mathbf{e}_j\}$ .

Подставим выражения в систему уравнений (1) и исключим состояние равновесия, соответствующее предыдущему шагу нагружения, тогда, учитывая только линейные слагаемые, зависящие от приращений, получаем линеаризованную систему уравнений равновесия на

$j$ -м шаге нагружения:

$$\frac{d\Delta\mathbf{Q}^{(j)}}{d\eta} + \Delta\mathbf{a}^{(j)} \times \mathbf{Q}^{(j-1)} + \mathbf{a}^{(j-1)} \times \Delta\mathbf{Q}^{(j)} + \Delta\mathbf{q}^{(j)} = 0;$$

$$\frac{d\Delta\mathbf{M}^{(j)}}{d\eta} + \Delta\mathbf{a}^{(j)} \times \mathbf{M}^{(j-1)} + \mathbf{a}^{(j-1)} \times \Delta\mathbf{M}^{(j)} + \mathbf{e}_1 \times \Delta\mathbf{Q}^{(j)} = 0;$$

$$\frac{d\boldsymbol{\theta}^{(j)}}{d\eta} + \mathbf{a}^{(j-1)} \times \boldsymbol{\theta}^{(j)} - \Delta\mathbf{a}^{(j)} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{u}^{(j)}}{d\eta} + \mathbf{a}^{(j-1)} \times \mathbf{u}^{(j)} - \vartheta_3^{(j)} \mathbf{e}_2 + \vartheta_2^{(j)} \mathbf{e}_3 = 0;$$

$$\Delta\mathbf{M}^{(j)} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{a}^{(j)}.$$

До нагружения стержня потоком НДС зависит только от распределенной силы тяжести ( $m_0g$ ), поэтому в качестве первого приближения (до нагружения потоком) можно рассматривать провод как абсолютно гибкий стержень, т.е.  $\mathbf{Q}^{(0)} = Q_1^{(0)} \mathbf{e}_{10}$  и  $\mathbf{M}^{(0)} = 0$ . Форма осевой линии абсолютно гибкого стержня — плоская кривая (цепная линия), кривизна которой равна  $\bar{\mathbf{a}}^{(0)} = \bar{\mathbf{a}}_3^{(0)} \bar{\mathbf{e}}_{30}$  [1, 2].

Приращение нагрузки можно записать в виде

$$\Delta\mathbf{q}^{(j)} = \Delta_l^{(j)} + \Delta\mathbf{q}_a^{(j)}. \quad (3)$$

Сила тяжести учитывается в уравнениях равновесия абсолютно гибкой нити, поэтому на каждом шаге следует учитывать изменение проекции силы тяжести, вызванное поворотом связанных осей, т.е.

$$\Delta_g^{(j)} = -(\Delta\mathbf{L}^{(j)} - \mathbf{E}) \begin{Bmatrix} l_{12}^{(j-1)} \\ l_{22}^{(j-1)} \\ l_{32}^{(j-1)} \end{Bmatrix} = \mathbf{A}_L^{(j)} \begin{Bmatrix} \vartheta_1^{(j)} \\ \vartheta_2^{(j)} \\ \vartheta_3^{(j)} \end{Bmatrix},$$

$$\text{где } \mathbf{A}_L^{(j)} = \begin{bmatrix} 0 & l_{32}^{(j-1)} & -l_{22}^{(j-1)} \\ -l_{32}^{(j-1)} & 0 & l_{12}^{(j-1)} \\ l_{22}^{(j-1)} & -l_{12}^{(j-1)} & 0 \end{bmatrix}.$$

Для рассматриваемого круглого сечения приращение аэродинамических сил можно записать в виде

$$\Delta q_{a1}^{(j)} = \Delta q_{10} \cos^2 \varphi_a^{(j-1)} \text{sign}(\sin \varphi_a^{(j-1)});$$

$$\Delta q_{a2}^{(j)} = \Delta q_{n0} \sin \varphi_a^{(j-1)} (l_{21}^{(j-1)} \cos \alpha + l_{23}^{(j-1)} \sin \alpha);$$

$$\Delta q_{a3}^{(j)} = \Delta q_{n0} \sin \varphi_a^{(j-1)} (l_{31}^{(j-1)} \cos \alpha + l_{33}^{(j-1)} \sin \alpha),$$

$$\text{где } \cos \varphi_a^{(j-1)} = l_{11}^{(j-1)} \cos \alpha + l_{13}^{(j-1)} \sin \alpha; \Delta q_{10} = \frac{1}{2} \frac{c_1 \rho d v^2}{m_0 g N}; \Delta q_{n0} = \frac{1}{2} \frac{c_n \rho d v^2}{m_0 g N}.$$

Аэродинамические силы зависят от геометрической формы осевой линии нелинейно, поэтому они вычисляются для формы осевой линии на  $(j-1)$ -м шаге.

Систему (2) можно записать в векторно-матричной форме как

$$\frac{d\mathbf{Y}^{(j)}}{d\eta} + \mathbf{A}^{(j)} \mathbf{Y}^{(j)} = \mathbf{b}^{(j)}, \quad (4)$$

$$\text{где } \mathbf{Y}^{(j)} = \left\{ \Delta \mathbf{Q}^{(j)} \quad \Delta \mathbf{M}^{(j)} \quad \boldsymbol{\theta}^{(j)} \quad \mathbf{u}^{(j)} \right\}^T; \mathbf{b}^{(j)} = \left\{ -\Delta \mathbf{q}_a^{(j)} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T;$$

$$\mathbf{A}^{(j)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{ae}}^{(j)} & \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_Q^{(j)} & \mathbf{A}_L^{(j)} & 0 \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_{\text{ae}}^{(j)} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_M^{(j)} & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{A}^{-1} & \mathbf{A}_{\text{ae}}^{(j)} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_{\text{ae}}^{(j)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{\text{ae}}^{(j)} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_3^{(j-1)} & \alpha_2^{(j-1)} \\ \alpha_3^{(j-1)} & 0 & -\alpha_1^{(j-1)} \\ -\alpha_2^{(j-1)} & \alpha_1^{(j-1)} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_M^{(j)} = \begin{bmatrix} 0 & M_3^{(j-1)} & -M_2^{(j-1)} \\ -M_3^{(j-1)} & 0 & M_1^{(j-1)} \\ M_2^{(j-1)} & -M_1^{(j-1)} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_Q^{(j)} = \begin{bmatrix} 0 & Q_3^{(j-1)} & -Q_2^{(j-1)} \\ -Q_3^{(j-1)} & 0 & Q_1^{(j-1)} \\ Q_2^{(j-1)} & -Q_1^{(j-1)} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Общее решение неоднородного уравнения (4) имеет вид

$$\mathbf{Y}^{(j)} = \mathbf{K}^{(j)} \mathbf{C}^{(j)} + \mathbf{Y}_1^{(j)}. \quad (5)$$

В выражении (5)  $\mathbf{K}^{(j)}$  — фундаментальная матрица решений однородного уравнения ( $\mathbf{K}_{(0)}^{(j)} = \mathbf{E}$ );  $\mathbf{C}^{(j)}$  — вектор констант;  $\bar{\mathbf{Y}}_1^{(j)}$  — частное решение неоднородного уравнения.

Для определения вектора констант  $\mathbf{C}^{(j)}$  используются граничные условия, которые для жесткого закрепления концов провода имеют следующий вид:

$$\boldsymbol{\theta}_{(0)}^{(j)} = 0; \quad \mathbf{u}_{(0)}^{(j)} = 0; \quad \boldsymbol{\theta}_{(1)}^{(j)} = 0; \quad \mathbf{u}_{(1)}^{(j)} = 0.$$

Полученное решение на каждом шаге нагружения можно уточнить, используя алгоритм итераций (уточняя приращение вектора кривизны при каждой итерации). При итерациях на каждом шаге нагружения получаем уравнения равновесия

$$\frac{d\mathbf{Y}^{(j)(k)}}{d\eta} + \mathbf{A}^{(j)(k)}\mathbf{Y}^{(j)(k)} = \mathbf{b}^{(j)}, \quad (6)$$

где индекс  $k$  — номер итерации;

$$\mathbf{Y}^{(j)(k)} = \left\{ \Delta\mathbf{Q}^{(j)(k)} \quad \Delta\mathbf{M}^{(j)(k)} \quad \boldsymbol{\theta}^{(j)(k)} \quad \mathbf{u}^{(j)(k)} \right\}^T;$$

$$\mathbf{A}^{(j)(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathfrak{a}\mathfrak{e}}^{(j)(k)} & \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}_Q^{(j)(k)} & \mathbf{A}_L^{(j)(k)} & 0 \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_{\mathfrak{a}\mathfrak{e}}^{(j)(k)} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}_M^{(j)(k)} & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{A}^{-1} & \mathbf{A}_{\mathfrak{a}\mathfrak{e}}^{(j)(k)} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_{\mathfrak{a}\mathfrak{e}}^{(j)(k)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{\mathfrak{a}\mathfrak{e}}^{(j)(k)} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\mathfrak{a}_3^{(j-1)(k_j-1)} - \Delta\mathfrak{a}_3^{(j)(k-1)} & \mathfrak{a}_2^{(j-1)(k_j-1)} + \Delta\mathfrak{a}_2^{(j)(k-1)} \\ \mathfrak{a}_3^{(j-1)(k_j-1)} + \Delta\mathfrak{a}_3^{(j)(k-1)} & 0 & -\mathfrak{a}_1^{(j-1)(k_j-1)} - \Delta\mathfrak{a}_1^{(j)(k-1)} \\ -\mathfrak{a}_2^{(j-1)(k_j-1)} - \Delta\mathfrak{a}_2^{(j)(k-1)} & \mathfrak{a}_1^{(j-1)(k_j-1)} + \Delta\mathfrak{a}_1^{(j)(k-1)} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_Q^{(j)(k)} = \begin{bmatrix} 0 & Q_3^{(j-1)(k_j-1)} & -Q_2^{(j-1)(k_j-1)} \\ -Q_3^{(j-1)(k_j-1)} & 0 & Q_1^{(j-1)(k_j-1)} \\ Q_2^{(j-1)(k_j-1)} & -Q_1^{(j-1)(k_j-1)} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_L^{(j)(k)} = \begin{bmatrix} 0 & l_{32}^{(j-1)(k_j-1)} & -l_{22}^{(j-1)(k_j-1)} \\ -l_{32}^{(j-1)(k_j-1)} & 0 & l_{12}^{(j-1)(k_j-1)} \\ l_{22}^{(j-1)(k_j-1)} & -l_{12}^{(j-1)(k_j-1)} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_M^{(j)(k)} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & M_3^{(j-1)(k_j-1)} + \Delta M_3^{(j)(k-1)} & -M_2^{(j-1)(k_j-1)} - \Delta M_2^{(j)(k-1)} \\ -M_3^{(j-1)(k_j-1)} - \Delta M_3^{(j)(k-1)} & 0 & M_1^{(j-1)(k_j-1)} + \Delta M_1^{(j)(k-1)} \\ M_2^{(j-1)(k_j-1)} + \Delta M_2^{(j)(k-1)} & -M_1^{(j-1)(k_j-1)} - \Delta M_1^{(j)(k-1)} & 0 \end{bmatrix}.$$

На первой итерации ( $k = 1$ )  $\Delta a_{\nu}^{(j)(0)}$  и  $\Delta M_{\nu}^{(j)(0)}$  следует положить равными нулю.

Решение уравнения (6) аналогично выражению (5). Для определения констант  $C^{(j)(k)}$  на каждой итерации используются следующие граничные условия:

$$\theta_{(0)}^{(j)(k)} = 0; \quad \mathbf{u}_{(0)}^{(j)(k)} = 0; \quad \theta_{(1)}^{(j)(k)} = 0; \quad \mathbf{u}_{(1)}^{(j)(k)} = 0.$$

Число итераций  $k_j$  на  $j$ -м шаге нагружения выбирается из условия относительной сходимости:

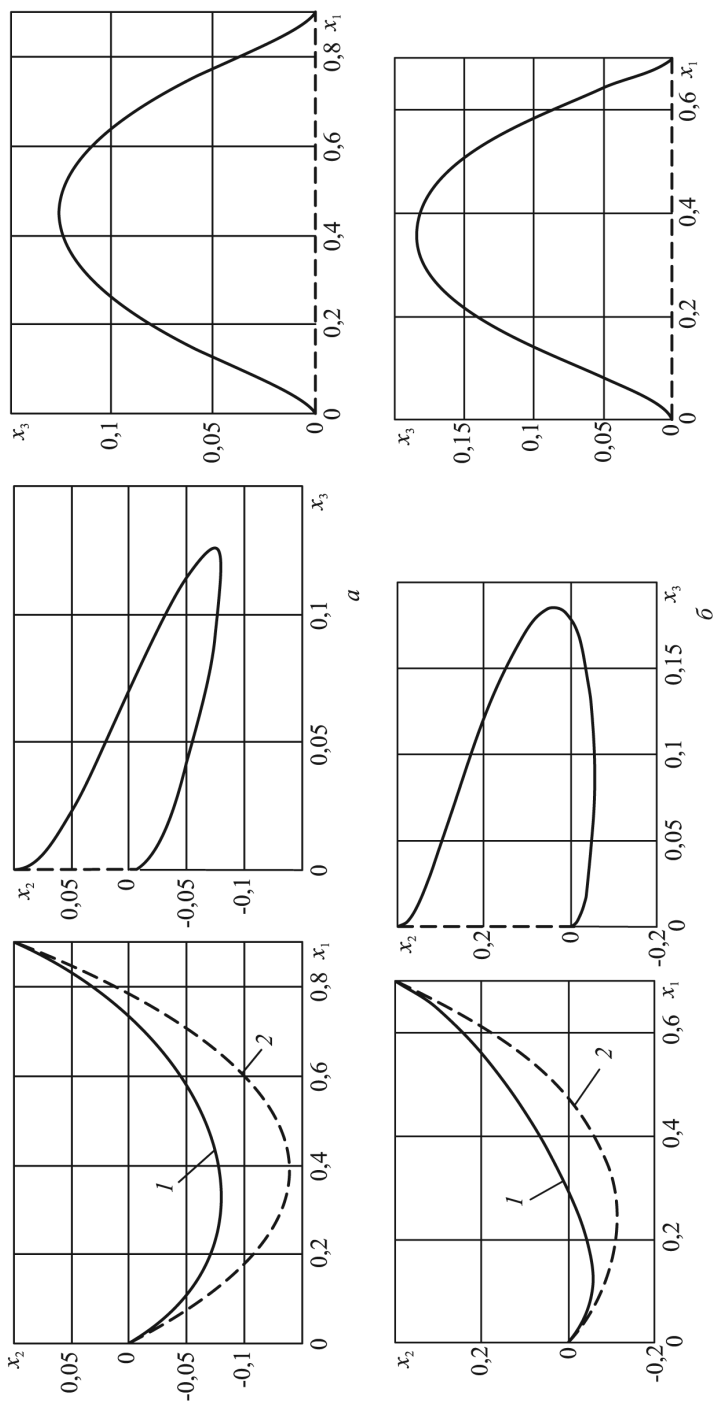
$$\frac{\left\| \mathbf{Y}^{(j)(k_j)} - \mathbf{Y}^{(j)(k_j-1)} \right\|}{\left\| \mathbf{Y}^{(j)(k_j)} \right\|} \leq \varepsilon, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  — заданная точность.

**Результаты численного решения.** В качестве примера был рассмотрен провод диаметром  $d = 0,01$  м, плотностью  $\rho_0 = 7800$  кг/м<sup>3</sup>, длиной  $l = 20$  м, с координатами правого конца  $(0,9l; 0,1l; 0)$  и  $(0,7l; 0,4l; 0)$ . Были взяты следующие аэродинамические коэффициенты:  $c_1 = 0,1$  и  $c_n = 1,2$ . Скорость ветра  $v = 30$  м/с, угол набегания потока  $\alpha = 90^\circ$ , плотность потока  $\rho = 1,25$  кг/м<sup>3</sup>. Требуемая точность решения (7)  $\varepsilon = 5\%$ . При численном решении уравнения (6) рассматривалось десять нагружений ( $N = 10$ ).

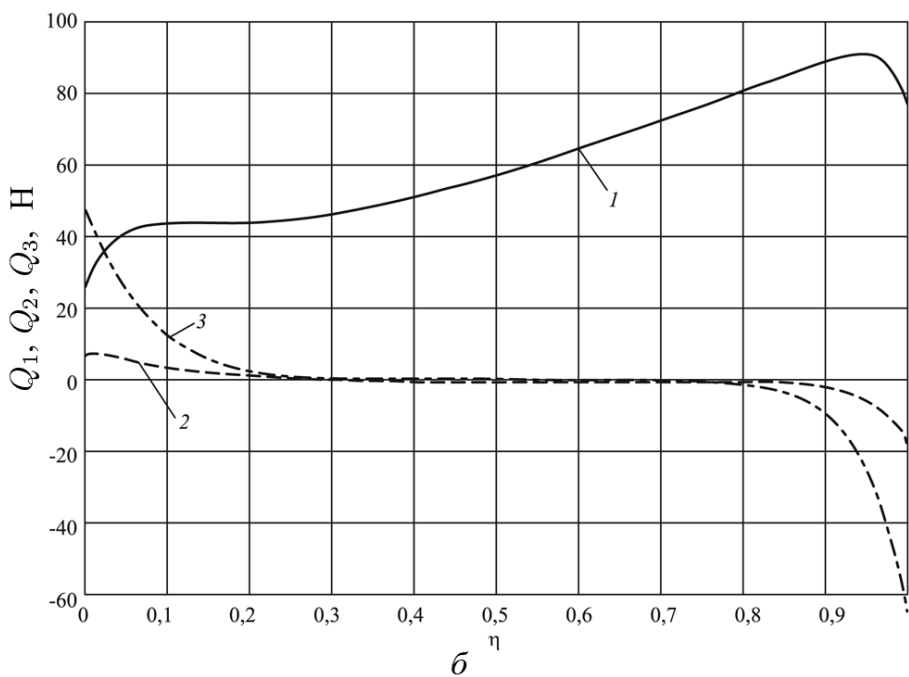
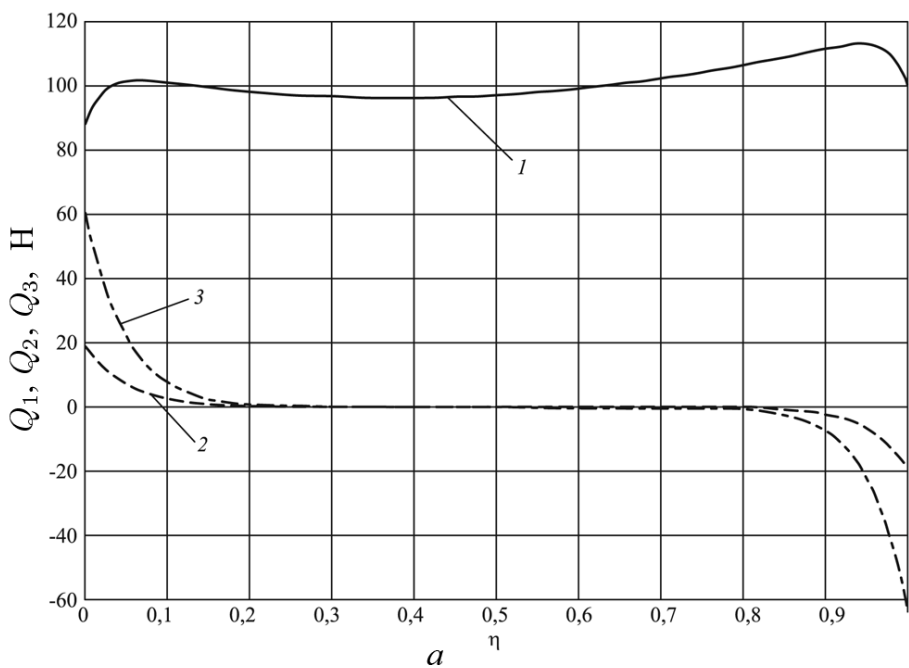
Результаты численного решения приведены на рис. 2... 4. На рис. 2, а; 3, а и 4, а представлены проекции осевой линии на координатные плоскости (см. рис. 2, а) и внутренние силовые факторы (см. рис. 3, а; 4, а) при координатах точки закрепления правого конца провода  $(0,9l; 0,1l; 0)$ . На рис. 2, б; 3, б и 4, б приведены проекции осевой линии на координатные плоскости (см. рис. 2, б) и внутренние силовые факторы (см. рис. 3, б; 4, б) при координатах закрепления правого конца провода  $(0,7l; 0,4l; 0)$ .

**Вывод.** Изложенный алгоритм позволяет получить приближенное численное решение нелинейных уравнений равновесия жесткого провода с заданной точностью, находящегося в стационарном потоке. Алгоритм численного решения нелинейных уравнений позволяет учесть и растяжимость провода. Напряженно-деформированное состояние жесткого провода при конечных отклонениях точек осевой линии позволяет исследовать динамическую устойчивость провода в потоке, так как уравнения малых колебаний провода зависят от его статического состояния.

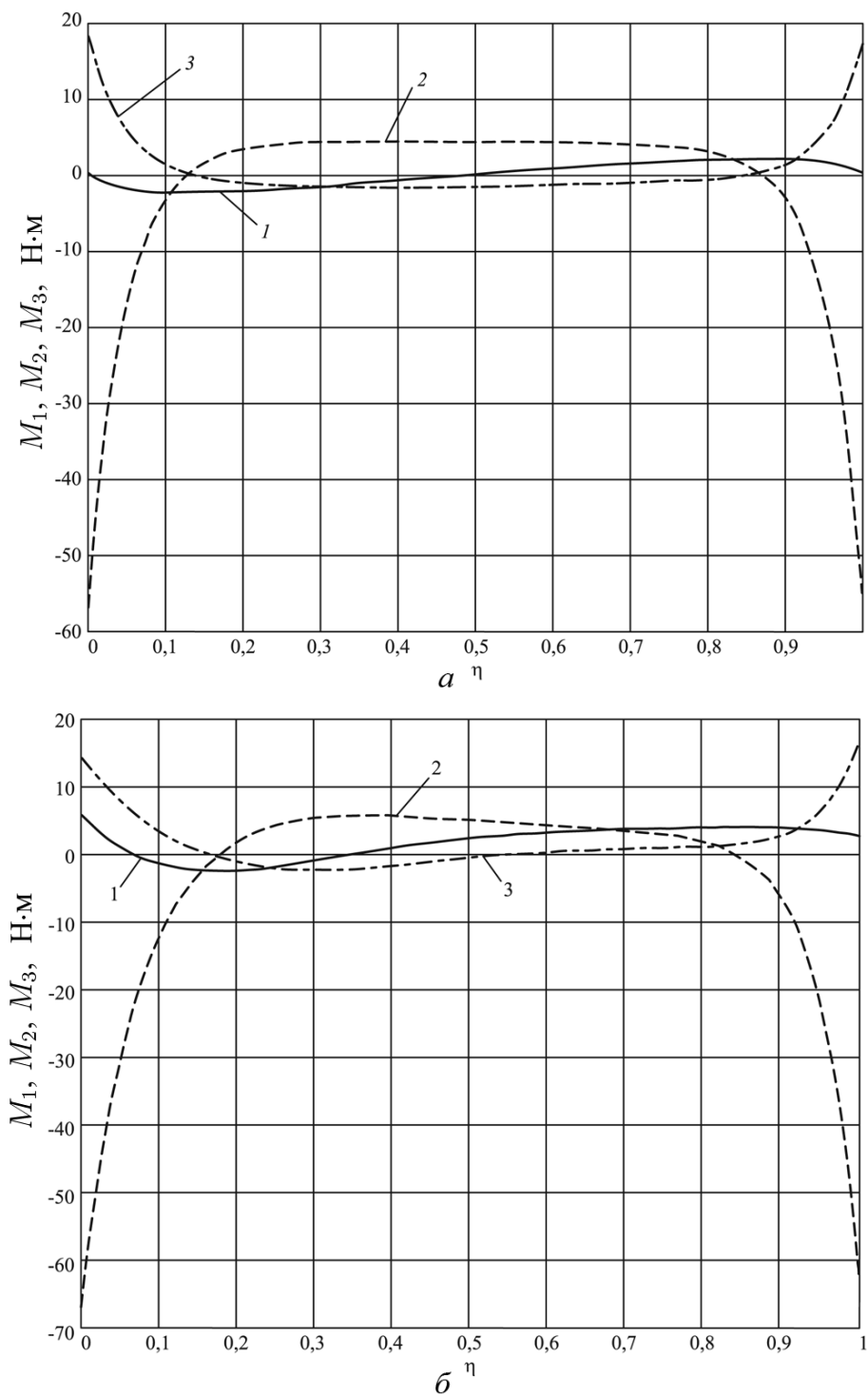


**Рис. 2. Проекция осевой линии на координатные плоскости:**  
 1 и 2 — деформированное и исходное состояние; а — 0,9I; 0,1I; 0; б — 0,7I; 0,4I; 0





**Рис. 3. Зависимость компонент вектора  $Q$  от безразмерной осевой координаты  $\eta$ : 1 –  $Q_1$ ; 2 –  $Q_2$ ; 3 –  $Q_3$**



**Рис. 4.** Зависимость компонент вектора  $M$  от безразмерной осевой координаты  $\eta$  для разных координат точки закрепления провода:

$a - (0,9l; 0,1l; 0)$ ;  $b - (0,7l; 0,4l; 0)$ ; 1 –  $M_1$ ; 2 –  $M_2$ ; 3 –  $M_3$

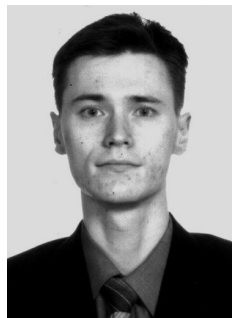
## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Светлицкий В. А. Механика стержней: В 2-х т. Т. Статика. – М.: Высшая школа, 1987. – 320 с.
2. Светлицкий В. А. Механика абсолютно гибких стержней. – М.: Изд-во МАИ, 2001. – 432 с.

Статья поступила в редакцию 5.05.2007

Александр Игоревич Соколов родился в 1980 г., окончил в 2005 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор двух научных работ в области механики пространственно-криволинейных стержней.

A.I. Sokolov (b. 1980) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2005. Post-graduate of “Applied Mechanics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 2 publications in the field of mechanics of spatial curvilinear rods.



Андрей Михайлович Наумов родился в 1963 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1986 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 10 научных работ в области пространственно-криволинейных стержней.

A.M. Naumov (b. 1963) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1986. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Applied Mechanics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 10 publications in the field of mechanics of spatial curvilinear rods.

