

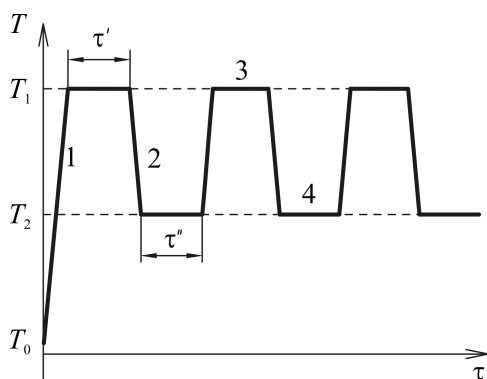
О. В. Белова, М. А. Корнеева,  
Д. А. Мустафина, С. П. Соцкий,  
А. В. Чернышев

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА В АМПЛИФИКАТОРЕ ДНК

*Приведены результаты исследований теплового состояния твердотельного прецизионного программируемого устройства для терморегулирования микроколичеств жидкости для медико-биологических исследований (амплификатора ДНК). Для проведения исследований было разработано два метода численного моделирования: инженерный — на основе одномерной модели и уточненный — на основе трехмерной модели. Методы позволяют решать различные задачи совершенствования конструктивных параметров и разрабатывать новые устройства подобного рода.*

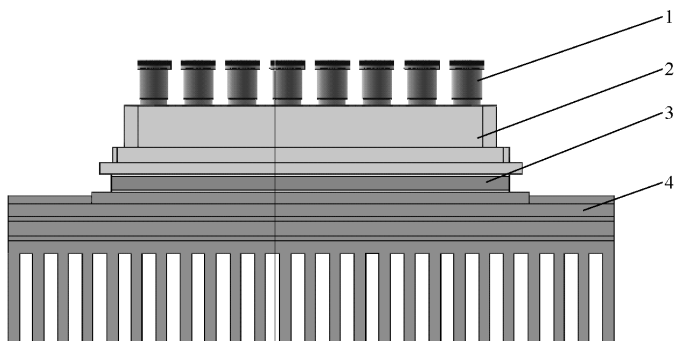
Метод полимеразной цепной реакции (ПЦР) является на данный момент одним из наиболее достоверных методов для обнаружения и оценки количества ДНК в пробе. Для реализации реакции необходим многократно повторяющийся цикл нагрева и охлаждения (рис. 1). Полимеразная цепная реакция проводится в специальных термостабилизирующих устройствах, которые называют амплификаторами ДНК. Конструктивные схемы амплификаторов в зависимости от используемого рабочего тела (газ, жидкость, твердое тело) можно разделить на пневматические, гидравлические и твердотельные.

В настоящей работе рассматривается твердотельный амплификатор ДНК на термоэлектрических элементах Пельтье (рис. 2). Такой



**Рис. 1. Режим работы амплификатора:**

1 — нагрев до  $T_1$ ; 2 — охлаждение до  $T_2$ ; 3 и 4 — выдержка при  $T_1$  и  $T_2$



**Рис. 2. Тепловой блок амплификатора ДНК на термоэлементах:**

1 — пробирки с образцами; 2 — пластина-держатель; 3 — термоэлектрические элементы Пельтье; 4 — воздушный радиатор

вид амплификатора дает возможность расширения диапазона рабочих температур и удобен в эксплуатации. Пробирки с образцами 1 объемом 1 мл устанавливаются на пластине-держателе 2, содержащей 96 лунок под пробирки и цилиндрические углубления для снижения массы детали и понижения инерционности устройства. Подвод и отвод теплоты осуществляется с помощью термоэлектрических элементов Пельтье 3. В установке используется шесть термобатарей размером  $40 \times 40$  мм. Каждая батарея содержит 130 термоэлементов. Дополнительное конвективное охлаждение системы осуществляется с помощью радиатора 4.

Подбором определенного закона изменения силы тока в термоэлементах и параметров радиатора (его размеры, материал) можно добиться получения требуемой точности поддержания температур и необходимых скоростей нагрева и охлаждения.

Целью настоящей работы является численное моделирование рабочего процесса в тепловом блоке амплификатора ДНК для получения нестационарного поля температур пластины-держателя, определения неоднородности поля, а также для подбора параметров радиатора, соответствующих заданному закону изменения температуры.

При моделировании предполагалось, что рабочей температурой устройства является температура пластины-держателя в реперной точке; все материалы элементов конструкции однородны по составу и изотропны по свойствам; контакты между элементами идеальны; боковые поверхности теплоизолированы. Пробирки с образцами в рассмотрение не принимались.

Теплофизические свойства материалов, которые считаются постоянными, приведены в таблице. Теплопроводность полупроводника, а также некоторые его термоэлектрические свойства (удельное сопротивление и коэффициент Зеебека) являются функциями температуры и приведены в работе [1].

Теплофизические свойства материалов теплового блока

Наименование детали	Материал	Теплопроводность, Вт/(м·К)	Теплоемкость, Дж/(кг·К)	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Пластина-держатель	Алюминий	200	953	2750
Подложка	Поликор Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	32	79,04	3970
Спай	Медь	360	410	8900
Полупроводник	Bi <sub>2</sub> Te <sub>3</sub>	$f(T)$	390	7860
Радиатор	Алюминий	200	953	2750

Схема расчетной области изображена на рис. 3. Уравнение нестационарной теплопроводности для теплового блока записывается следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\rho_i c_{pi} T_i) - \operatorname{div} (\lambda_i \operatorname{grad} T_i) = S_{T_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 5, \quad (1)$$

где  $T_i = T_i(\Omega_i, \tau)$  — температура, К;  $c_{pi}$  — теплоемкость, Дж/(кг·К);  $\rho_i$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda_i$  — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  $\tau$  — время, с;  $S_{T_i}$  — источниковый член, Вт/м<sup>3</sup>, учитывающий источники и стоки теплоты.

Начальное условие

$$T_i(\Omega_i) \Big|_{\tau=0} = T_0.$$

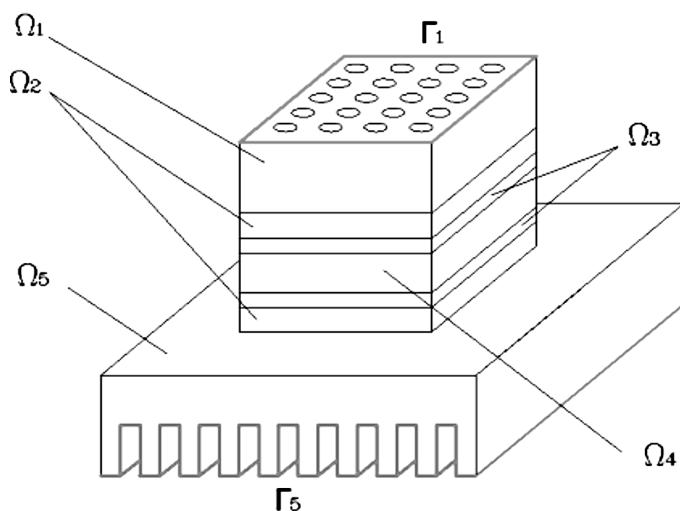


Рис. 3. Схема расчетной области:

$\Omega_1$  — пластина-держатель;  $\Omega_2$  — керамические подложки;  $\Omega_3$  — медные спаи;  $\Omega_4$  — полупроводник;  $\Omega_5$  — радиатор

## Граничные условия

$$(-\lambda_1 \operatorname{grad} T, \vec{n}) \Big|_{\Gamma_1} = \alpha_1 (T_1 - T_{f1}) \Big|_{\Gamma_1},$$

$$(-\lambda_5 \operatorname{grad} T, \vec{n}) \Big|_{\Gamma_5} = \alpha_5 (T_5 - T_{f5}) \Big|_{\Gamma_5},$$

где  $T_{fi}$  — температура окружающей среды, К;  $\alpha_i$  — средний по поверхности коэффициент теплоотдачи воздуха со стороны соответствующего элемента, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\vec{n}$  — единичный вектор внешней нормали.

На остальных поверхностях устройства тепловые потоки отсутствуют.

Источниковые члены в уравнении теплопроводности (1) записываются как [2]

$$S_{T_i} = S_{C_i} + S_{P_i} T, \quad (2)$$

но для пластины–держателя ( $\Omega_1$ ), радиатора ( $\Omega_5$ ) и подложек ( $\Omega_2$ )

$$S_{T_i} = 0, \quad i = 1, 2, 5,$$

а для полупроводника ( $\Omega_4$ ) и спаев ( $\Omega_3$ ) объемная плотность мощности тепловыделения источника является функцией от силы тока и определяется эффектами, возникающими в термоэлементах, т.е. эффектами Пельтье, Томсона и Джоуля [3].

Эффект Пельтье, возникающий в спае, заключается в том, что при пропускании постоянного тока через термоэлемент в месте контакта двух металлов выделяется или поглощается некоторое количество теплоты. Выделение или поглощение теплоты зависит от направления тока:

$$Q_P = B e T j S_0, \quad \text{Вт},$$

где  $B = -1$  — для холодного спая (теплота поглощается);  $B = 1$  — для горячего спая (теплота выделяется);  $e = e^p + |e^n|$  — коэффициент Зеебека, В/К, ( $e^n$  — коэффициент Зеебека для  $n$ -й ветви;  $e^p$  — коэффициент Зеебека для  $p$ -ветви, В/К);  $j$  — модуль плотности силы тока, А/м<sup>2</sup>;  $S_0$  — площадь сечения ветви, м<sup>2</sup>.

Таким образом, в объеме полупроводника высотой  $H_4$  возникает градиент температур, который при пропускании тока приводит к появлению эффекта Томсона:

$$Q_T = \tau_T \left( \vec{j}, \operatorname{grad} T \right) H_4 S_0,$$

где  $\tau_T = T \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)$  — коэффициент Томсона, В/К.

Кроме того, в объеме полупроводника выделяется теплота под воздействием эффекта Джоуля:

$$Q_J = j^2 r H_4 S_0,$$

где удельное электрическое сопротивление ветвей термоэлемента  $r$ , Ом/м, складывается из сопротивления  $n$ -ветвей ( $r^n$ ) и  $p$ -ветвей ( $r^p$ ):

$$r = (r^n + r^p).$$

При моделировании процессов использовалась эффективная модель, для которой считается, что выделение и поглощение теплоты происходит по всему объему соответствующего слоя. Тогда источники пересчитываются для полученного эффективного объема. Таким образом, слагаемые, входящие в состав источников члена для спая, в соответствии с уравнением (2) примут вид:

$$S_{C3} = \begin{cases} 0, & \text{если } B = -1; \\ \frac{NS_0}{\tilde{V}_3} e j T_2, & \text{если } B = 1; \end{cases}$$

$$S_{P3} = \begin{cases} -\frac{NS_0}{\tilde{V}_3} e j, & \text{если } B = -1; \\ 0, & \text{если } B = 1, \end{cases}$$

где  $\tilde{V}_3$ , – эффективный объем спая, м<sup>3</sup>;  $N$  – число ветвей в нагревательном элементе. Для полупроводника имеем ( $\tilde{V}_4$  – эффективный объем полупроводника):

$$S_{C3} = \begin{cases} \frac{NS_0 H_4}{\tilde{V}_4} j^2 r, & \text{если } \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} > 0; \\ \frac{NS_0 H_4}{\tilde{V}_4} \left[ j^2 r + \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} j T_4 \right], & \text{если } \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} < 0, \end{cases}$$

$$S_{P3} = \begin{cases} \frac{NS_0 H_4}{\tilde{V}_4} \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} j, & \text{если } \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} > 0; \\ 0, & \text{если } \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} < 0. \end{cases}$$

Для сокращения затрат времени работоспособность системы охлаждения исследовалась в одномерной постановке (рис. 4). Вводились коэффициенты, характеризующие такие параметры радиатора, как масса и поверхность теплообмена – это эффективный коэффициент теплоотдачи<sup>1</sup>, показывающий изменение площади радиатора при

<sup>1</sup>Использование эффективного коэффициента теплоотдачи возможно при малых числах Био, в данном случае [5]  $Bi = \frac{\alpha l_5}{\lambda_5} = \frac{10,64 \cdot 0,031}{200} = 0,00165 \ll 1$ .

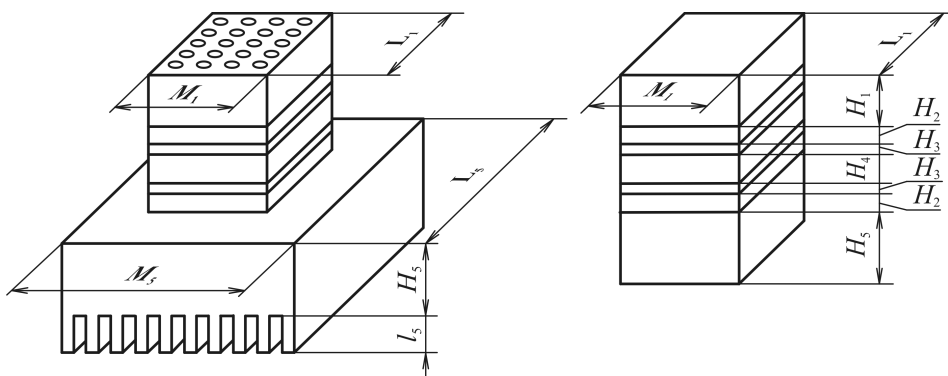


Рис. 4. Построение одномерной модели

переходе к одномерной модели,

$$\alpha^* = \alpha (\text{Re}) \frac{F_p}{F_{1d}}$$

и коэффициент преобразования объема

$$K_5 = V_5 / \tilde{V}_5,$$

где  $\tilde{V}_5$  – приведенный объем радиатора;  $V_5$  – реальный объем радиатора. Тогда плотность этого элемента конструкции можно представить в виде эффективной плотности  $\tilde{\rho}_5$ :

$$\tilde{\rho}_5 = K_5 \rho_5, \quad (3)$$

где  $\rho_5$  – плотность материала радиатора,  $\text{кг/м}^3$ .

Кроме того, для учета изменения геометрии пластины–держателя был введен коэффициент преобразования ее объема, и плотность элемента рассчитывалась по следующей формуле:

$$\tilde{\rho}_1 = K_1 \rho_1,$$

где  $\rho_1$  – плотность пластины–держателя,  $\text{кг/м}^3$ ;  $K_1 = \frac{V_1}{\tilde{V}_1}$  – коэффициент преобразования объема,  $\tilde{V}_1$  – приведенный объем пластины–держателя;  $V_1$  – реальный объем.

Далее приведены геометрические характеристики теплового блока амплификатора. Размеры радиатора являются изменяемыми параметрами.

Толщина  $a$ , мм:

пластины–держателя $H_1$ .....	14,15
подложек $H_2$ .....	0,8
спая $H_3$ .....	0,3
полупроводника $H_4$ .....	1,50
радиатора в одномерной модели $H_5$ .....	12
Ширина пластины–держателя $M_1$ , мм .....	82
Длина пластины–держателя $L_1$ , мм .....	120

Численное исследование проведено с использованием программы для решения одномерных нестационарных уравнений теплопроводности методом контрольного объема [2]. Была проведена серия вычислений при различных значениях коэффициентов преобразования объема и эффективных коэффициентов теплоотдачи для определения оптимальных размеров радиатора. Эффективный коэффициент теплоотдачи изменяли в диапазоне от 300 до 1800 Вт/(м<sup>2</sup>·К), а коэффициент преобразования объема — от 3 до 7. В ходе решения также определяли закон изменения силы тока, позволяющий обеспечить требуемую точность выдержки.

### **Параметры численного решения**

#### *Граничные и начальные условия*

Коэффициент теплоотдачи со стороны пластины–держателя $\alpha_1$ , Вт/(м <sup>2</sup> ·К) .....	5
Температура окружающей среды со стороны пластины–держателя $T_{f1}$ , К .....	308
Температура окружающей среды со стороны радиатора $T_{f5}$ , К .....	308
Начальное условие $T_0$ , К .....	293

#### *Параметры циклирования*

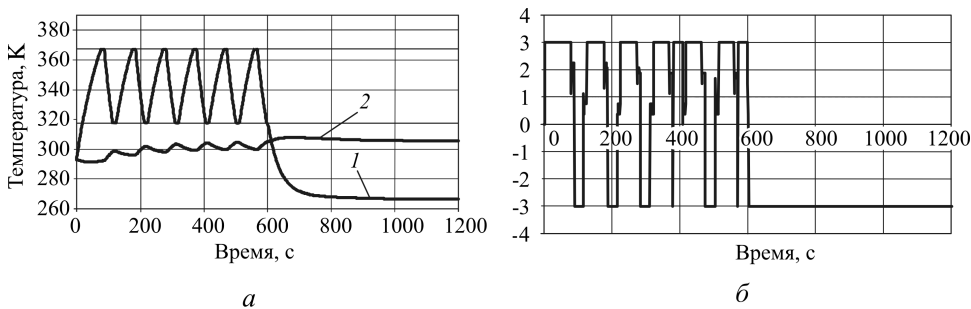
Верхняя температура выдержки $T_1$ , К .....	367
Нижняя температура выдержки $T_2$ , К .....	318
Время выдержки $\tau' = \tau''$ , с .....	10

#### *Геометрические параметры*

Коэффициент преобразования объема пластины–держателя $K_1$ .....	0,6215
Эффективный объем спая $\tilde{V}_3$ , м <sup>3</sup> .....	$3,18 \cdot 10^{-6}$
Эффективный объем термоэлемента $\tilde{V}_4$ , м <sup>3</sup> .....	$15,94 \cdot 10^{-6}$

Численный расчет показал, что при значениях коэффициента преобразования объема более 6,94 и эффективного коэффициента теплоотдачи более 1500 Вт/(м<sup>2</sup>·К) температура выдержки поддерживается с необходимым отклонением, не превышающим 0,1 К. Таким параметрам соответствует алюминиевый радиатор шириной 210 мм и длиной 182 мм с длиной ребер 31 мм. Для этого случая полученные при численном расчете закон изменения силы тока и зависимости температуры пластины–держателя и радиатора от времени приведены на рис. 5, а и б.

Для теплового блока усилителя с выбранной конструкцией радиатора было проведено трехмерное моделирование теплообмена с использованием программного комплекса STAR-CD [4] при указанных ранее параметрах решения. Коэффициент теплоотдачи со стороны

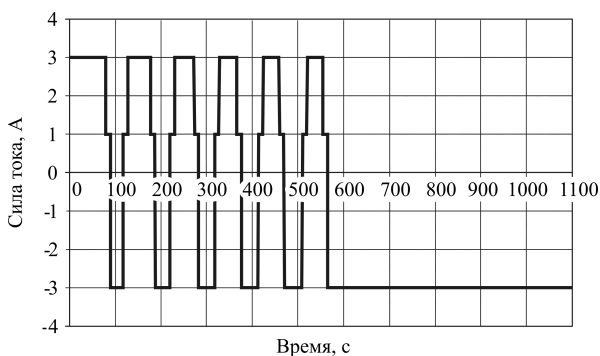


**Рис. 5. Результаты расчета рабочего участка амплификатора с радиатором размерами  $210 \times 182 \times 31$ :**

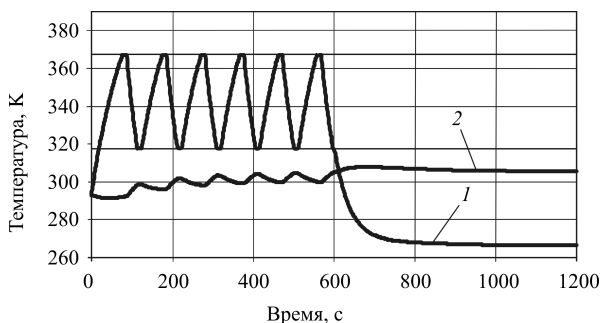
*a* — изменение температуры пластины–держателя (1) и радиатора (2) во времени; *б* — закон изменения силы тока во времени

радиатора принимался равным  $\alpha_5 = 10,64 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  [5]. Закон изменения силы тока в термоэлементах задавался предварительно, его вид представлен на рис. 6.

В результате численного эксперимента получен цикл изменения температуры пластины–держателя и радиатора во времени (использовались значения температуры в выбранных точках пластины–держателя и радиатора) (рис. 7). Также были получены поля температур при разных режимах работы амплификатора.

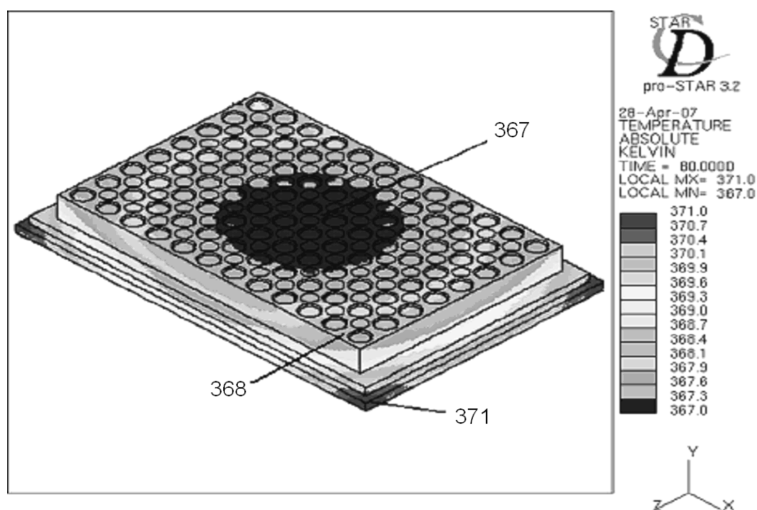


**Рис. 6. Закон изменения силы тока в термоэлементах**

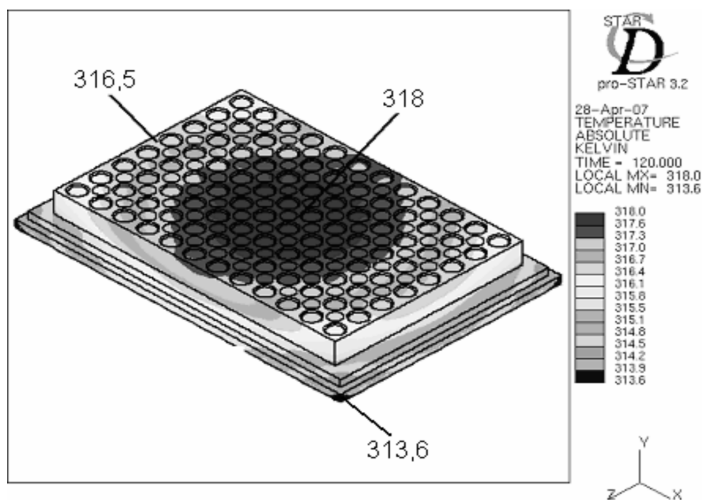


**Рис. 7. Изменение температуры пластины–держателя (1) и радиатора (2) во времени**





**Рис. 8. Температурное поле пластины–держателя в режиме выдержки при 367 К в момент времени 80 с**



**Рис. 9. Температурное поле пластины–держателя в режиме выдержки при 318 К в момент времени 120 с**

На рис. 8 показано поле температур пластины–держателя в режиме выдержки при температуре 367 К. Неравномерность температурного поля составляет около 1 К. Поле является симметричным, наименее нагрет центр пластины–держателя, его температура составляет 367 К.

Также приведено температурное поле пластины–держателя (рис. 9) при температуре 318 К. В этом случае неравномерность температурного поля поверхности пластины–держателя составляет 1,5 К.

**Выводы.** 1. Создано программное обеспечение на языке FORTRAN для проведения одномерных оптимизационных расчетов, а также в ПК STAR-CD для исследования трехмерного температурного поля теплового блока амплификатора ДНК.

2. Проведено численное моделирование процессов теплообмена в тепловом блоке амплификатора ДНК в одно- и трехмерной постановках.

3. Проведено исследование влияния параметров радиатора на работоспособность устройства. Параметры радиатора, а именно его размеры и материал, из которого он изготовлен, сведены к эффективным коэффициентам теплоотдачи и преобразования объема. Результаты анализа показали, что эффективный коэффициент теплоотдачи должен превышать  $1500 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ , а коэффициент преобразования объема радиатора составляет 6,94.

4. Получено трехмерное температурное поле пластины–держателя. Неоднородность температуры по пластине–держателю не превышает 1,5 К.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чернышев А. В., Белова О. В. Разработка, расчет и проектирование пневмоэлектромеханического и электровакуумного лабораторного оборудования. Методические указания / Под ред. К.Е. Демихова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998. – 40 с.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
3. Сакун И. А. Холодильные машины. – Л.: Машиностроение, 1985. – 510 с.
4. Methodology STAR-CD version 3.24 CD adapco group 2004.
5. Себеси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 592 с.

Статья поступила в редакцию 26.06.2007

Ольга Владимировна Белова родилась в 1971 г., окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1995 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Вакуумная и компрессорная техника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 15 научных работ в области численного моделирования теплофизических процессов.

O.V. Belova (b. 1971) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 1995. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Vacuum and Compressor Machinery” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 15 publications in the field of numerical simulation of thermal and physical processes.

Мария Александровна Корнеева родилась в 1985 г., студентка кафедры “Теплофизика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области численного моделирования теплофизических процессов.

M.A. Korneeva (b. 1985) – student of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of numerical simulation of thermal and physical processes.

Дарья Александровна Мустафина родилась в 1985 г., студентка кафедры “Теплофизика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области численного моделирования теплофизических процессов.

D.A. Mustafina (b. 1985) — student of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of numerical simulation of thermal and physical processes.

Сергей Палович Соцкий родился в 1983 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области расчета и конструирования исполнительных устройств пневматических и пневмогидравлических систем.

S.P. Sotskii (b. 1983) — final-year student of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of computation and engineering of actuating devices of pneumatic and pneudraulic systems.

Андрей Владимирович Чернышев родился в 1952 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1975 г. Д-р техн. наук, доцент кафедры “Вакуумная и компрессорная техника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 92 научных работ в области расчета и конструирования исполнительных устройств пневматических и пневмогидравлических систем.

A.V. Chernyshev (b. 1952) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Vacuum and Compressor Machinery” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 92 publications in the field of computation and engineering of actuating devices of pneumatic and pneudraulic systems.

---

**В издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
в 2007 г. вышла в свет книга**

**Недашковский В.М. Хартов В.Я.**

Микроконтроллеры AVR. Практикум для начинающих. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 240 с.

Практикум содержит материалы для изучения микроконтроллеров AVR с архитектурой RISC. Рассмотрены необходимые инструментальные средства — интегрированный пакет для разработки и отладки программ AVR Studio 4, стартовый набор разработчика STK500. Предложен комплект программ для изучения функциональных возможностей микроконтроллеров (27 учебных проектов). Тематика охватывает практически все аспекты архитектуры микроконтроллеров: работу портов, таймеров, арифметическую обработку данных, организацию ввода/вывода по параллельным и последовательным (UART, SPI и I2C) каналам связи, устройств обработки аналоговых сигналов, системы прерывания. Базовые программы могут быть использованы в качестве основы для обучения и самостоятельного программирования на языке Ассемблер AVR в курсовом и дипломном проектировании.

Материалы книги автор использует в учебном процессе в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов высших и средних специальных учебных заведений, обучающихся по направлению “Информатика и вычислительная техника”.

По вопросам приобретения обращаться по тел. (499) 263-60-45;  
e-mail: [press@bmstu.ru](mailto:press@bmstu.ru)