Нгуен Хай Минь

ВЛИЯНИЕ ВЕТРОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ДИНАМИКУ ДВИЖЕНИЯ КОРРЕКТИРУЕМЫХ БОЕПРИПАСОВ

Рассмотрен возможный подход к анализу влияния ветрового воздействия на динамику движения корректируемых боеприпасов. Основу предлагаемого подхода составляет метод формирующего фильтра для моделирования атмосферной турбулентности в сочетании с имитационной моделью системы коррекции и математической моделью движения боеприпаса, численно моделируемой на ЭВМ.

Одним из способов повышения точности стрельбы является коррекция траекторий движения снаряда в целях парирования действующих на него возмущающих факторов и, следовательно, компенсации возникающих промахов. Обеспечение заданной динамики углового движения, организация требуемого вида движения снаряда относительно его центра масс, обеспечение устойчивости его движения при приложении корректирующих импульсов являются важнейшими вопросами, решаемыми при разработке корректируемых боеприпасов (КБ) [1].

При решении баллистических задач в процессе создания КБ необходимо учитывать влияние метеофакторов на динамику их полета. Из всех метеофакторов на движение КБ наибольшее влияние оказывает ветер. При анализе воздействия ветра обычно выделяют систематическую составляющую, характеризующую крупномасштабное перемещение (километры и десятки километров) воздушных масс, при котором среднее значение скорости ветра сохраняется постоянным или почти постоянным за время полета КБ. Эту составляющую измеряют, зондируя атмосферу, и учитывают при расчете установок на стрельбу. Вместе с тем на КБ действуют порывы ветра, обусловленные перемещением значительно меньших воздушных масс, охватывающих области в десятки и сотни метров. Эти порывы определяют турбулентную случайную составляющую скорости ветра, не прогнозируемую при формировании попадающей траектории.

Влияние вариаций метеофакторов на движение КБ, как правило, оценивают, используя методики задания "случайной атмосферы", позволяющие статистически моделировать возможные отклонения метеофакторов относительно их климатических значений. В основу моделей формирования случайной атмосферы обычно закладываются реализуемые алгоритмы канонических разложений, формирующих фильтров либо специальных эмпирических ортогональных функций.

В настоящей работе спектральный подход и метод формирующего фильтра используются для исследования моделей атмосферной турбулентности и, следовательно, учета влияния ветрового воздействия на динамику движения КБ.

При решении задач динамики полета КБ в атмофере при математическом описании процесса необходимо достаточно полно учитывать модель метеорологического поля и его пространственно-временную изменчивость. Существуют различные способы учета турбулентности атмосферы в общей математической модели, описывающей движение КБ. Широкое распространение получила модель ветрового поля при допущении однородности и изотропности турбулентной воздушной среды [2]. В этом случае пространственное распределение поля скоростей ветра характеризуется двумя корреляцинными функциями: продольной R_t и боковой R_n . Они описывают статистические характеристики двух составляющих случайной скорости ветра: одна направлена по касательной к траектории, другая — по нормали. При описании временной изменчивости ветрового поля используют гипотезу Тейлора о "замороженности" поля скоростей ветра.

Для оценки воздействия на полет КБ скорости ветра \overline{W} последнюю условно рассматривают в виде суммы двух составляющих — постоянной $\overline{W_o}$ и переменной \overline{w} :

$$\overline{W} = \overline{W_0} + \overline{w},$$

где $\overline{W_0}$ — составляющая, которая учитывает крупномасштабное движение воздуха, и прогнозируемая при боевых стрельбах, летных испытаниях и т.д.; \overline{w} — переменная составляющая скорости ветра, считается случайной функцией времени и координат ветрового поля.

Для корреляционных функций обычно используют следующие выражения [2]:

$$\begin{aligned} R_t (r) &= \sigma_w^2 e^{-|r|/L_T}; \\ R_n (r) &= \sigma_w^2 \left(1 - |r|/2L_T \right) e^{-|r|/L_T}, \end{aligned}$$

где σ_w^2 — дисперсия составляющих скорости ветра; L_T — масштаб турбулентности; |r| — модуль радиуса-вектора, определяющего положение точек ветрового поля отноительно рассматриваемой точки.

С учетом гипотезы Тейлора r = Vt, тогда

$$R_{t}(\tau) = \sigma_{w}^{2} e^{-|\tau|V/L_{T}};$$

$$R_{n}(\tau) = \sigma_{w}^{2} \left(1 - |\tau| V/2L_{T}\right) e^{-|\tau|V/L_{T}}.$$
(1)

Случайный процесс ветровых возмущений, корреляционные функции которого имеют вид (1), может быть представлен посредством белого шума, прошедшего линейный формирующий фильтр, структура и параметры которого определяются следующими уравнениями [3]:

$$\begin{cases} \frac{dw_t}{dt} = -\frac{V}{L_T}w_t + \sigma_w \left(\sqrt{\frac{2V}{L_T}}/h\right)\varepsilon_h(t); \\ \frac{dw'_n}{dt} = w_n + \sigma_w \left(\sqrt{\frac{3V}{L_T}}/h\right)\varepsilon_h(t); \\ \frac{dw_n}{dt} = -\left(\frac{V}{L_T}\right)^2 w'_n - \frac{2V}{L_T}w_n + \\ + \sigma_w \left(\sqrt{\left(\frac{V}{L_T}\right)^3}/\sqrt{h}\right)\left(1 - 2\sqrt{3}\right)\varepsilon_h(t); \\ \varepsilon_h(t) = \varepsilon_k, t \in [kh, (k+1)h]; \varepsilon_k \sim N(0, 1). \end{cases}$$

$$(2)$$

Такое представление случайного процесса ветровых порывов соответствует аппроксимации его гауссовым марковским случайным процессом. Параметры σ_w и L_T зависят от условий атмосферной стратификации (времени года или суток, облачности в приземном слое, рельефа местности и т.д.). В работе [2] приведены результаты экспериментальных исследований атмосферной турбулентности, согласно которым L_T лежит в пределах от 150 до 1500... 2000 м, а σ_w — от 0,5 до 5 м/с.

Для нахождения решения к системе уравнений (2) требуется добавить уравнения движения КБ. В качестве примера на рис. 1 показаны результаты расчетов переменных составляющих скоростей ветра (w_t и w_n) во время движения КБ (время полета составляет 57,78 с).



Рис. 1. Результаты расчетов переменных составляющих скоростей ветра (w_t и w_n): $L_T - 150$ м (a, δ) и 2000 м (e, c); $\sigma_w = 0.5$ м/с (a, e) и 5 м/с (δ , c)

ISSN 0236-3941. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Машиностроение". 2008. № 3 41

Сначала рассмотрим влияние ветра на динамику движения КБ на неуправляемом участке траектории. Динамические уравнения записываются в проекциях на орты связанной системы координат. Уравнения поступательного движения центра масс КБ записываются в проекциях на орты нормальной земной (инерциальной) системы координат.

Для вектора в связанной системе координат (OXYZ) можно записать

$$\begin{bmatrix} X\\Y\\Z \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X_{\rm иH}\\Y_{\rm иH}\\Z_{\rm иH} \end{bmatrix},$$

где A — матрица перехода от инерциальной системы координат $(X_{\rm ин} Y_{\rm ин} Z_{\rm ин})$ к связанной,

$$A = \\ = \left\| \begin{array}{c} \cos\vartheta\cos\psi & \sin\vartheta & -\cos\vartheta\sin\psi \\ \sin\psi\sin\gamma - \sin\vartheta\cos\psi\cos\gamma & \cos\vartheta\cos\gamma & \cos\psi\sin\gamma + \sin\psi\sin\vartheta\cos\gamma \\ \sin\vartheta\cos\psi\sin\gamma + \sin\psi\cos\gamma & -\cos\vartheta\sin\gamma\cos\psi\cos\gamma - \sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta \\ \end{array} \right\|$$

 $(\psi, \vartheta, \gamma -$ углы рыскания, тангажа и крена соответственно).

При наличии ветра, имеющего скорость \overline{W} , скорости КБ относительно атмосферы \overline{V} и земли \overline{V}_K связаны соотношением

$$\overline{V} = \overline{V}_K - \overline{W}.$$

Векторное уравнение поступательного движения имеет вид

$$m\frac{d\overline{V}_{K}}{dt} + m\left(\overline{\omega} \times \overline{V}_{K}\right) = \sum_{j=1}^{n} \overline{F}_{j}.$$

В проекциях на оси связанной систем координат (OXYZ) получаем

$$\begin{cases} \frac{dV_{Kx}}{dt} + \omega_y V_{Kz} - \omega_z V_{Ky} = \frac{\sum F_x}{m};\\ \frac{dV_{Ky}}{dt} + \omega_z V_{Kx} - \omega_x V_{Kz} = \frac{\sum F_y}{m};\\ \frac{dV_{Kz}}{dt} + \omega_x V_{Ky} - \omega_y V_{Kx} = \frac{\sum F_z}{m}, \end{cases}$$

где V_{Kx}, V_{Ky}, V_{Kz} — проекции скорости центра масс КБ на оси связанной систем координат; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — компоненты угловой скорости вращения КБ по осям связанной системы координат; m, F_x, F_y, F_z — масса КБ и проекции действующих сил по осям связанной системы координат соответственно.

Уравнение вращательного движения имеет вид

$$\frac{d\overline{K}}{dt} + \overline{\omega} \times \overline{K} = \sum_{k=1}^{m} \overline{M}_{k},$$

где $\overline{K} = \overline{J}\overline{\omega}$ — вектор кинетического момента; $\overline{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^{\mathrm{T}}$ — вектор угловой скорости вращения КБ.

Тензор инерции КБ можно записать как

$$\overline{J} = \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z \end{bmatrix}.$$

Уравнение вращательного движения в проекциях на оси связанной системы координат имеет вид:

$$\begin{array}{l} \begin{array}{l} J_x\dot{\omega}_x - J_{xy}\dot{\omega}_y - J_{xz}\dot{\omega}_z - J_{zx}\omega_x\omega_y - J_{zy}\omega_y^2 - J_z\omega_y\omega_z + \\ \qquad + J_{yx}\omega_x\omega_z - J_y\omega_y\omega_z + J_{yz}\omega_z^2 = \sum M_x; \\ -J_{yx}\dot{\omega}_x + J_y\dot{\omega}_y - J_{yz}\dot{\omega}_z + J_x\omega_x\omega_z - J_{xy}\omega_y\omega_z - J_{xz}\omega_z^2 + \\ \qquad + J_{zx}\omega_x^2 + J_{zy}\omega_x\omega_y - J_z\omega_x\omega_z = \sum M_y; \\ -J_{zx}\dot{\omega}_x - J_{zy}\dot{\omega}_y + J_z\dot{\omega}_z - J_{yx}\omega_x^2 + J_y\omega_x\omega_y - J_{yz}\omega_x\omega_z - \\ \qquad - J_x\omega_x\omega_y + J_{xy}\omega_y^2 + J_{xz}\omega_y\omega_z = \sum M_z, \end{array}$$

где M_x, M_y, M_z — проекции действующих моментов на оси связанной системы координат.

При построении математической модели вращательного движения используем силы тяжести и сопротивления, а также аэродинамическую подъемную силу; аэродинамические стабилизирующий (\overline{M}^{δ}) и демпфирующий (\overline{M}^{ω}) моменты, момент \overline{M}^{g} , вызванный смещением центра масс КБ от оси нулевой подъемной силы, и момент \overline{M}^{o} аэродинамической несимметрии.

Таким образом,

$$\sum \overline{F} = \overline{R} + \overline{Q},$$

где \overline{R} — вектор аэродинамической силы; \overline{Q} — вектор силы тяжести;

$$\sum \overline{M} = \overline{M}^{\delta} + \overline{M}^{\omega} + \overline{M}^{g} + \overline{M}^{o}.$$

Аэродинамические коэффициенты осевой, нормальной и боковой аэродинамических сил в соответствии с рис. 2 записываются следующим образом:

$$\begin{split} C_x &= C_x \left(\alpha_{\pi}, M \right); \quad C_y = C_{\text{\tiny H}} \left(\alpha_{\pi}, M \right) \cos \varphi_{\pi}; \\ C_x &= -C_{\text{\tiny H}} \left(\alpha_{\pi}, M \right) \sin \varphi_{\pi}, \end{split}$$

где $C_{\rm H}(\alpha_{\pi}, M) = C_y^{\alpha}(\alpha_{\pi}, M) \alpha_{\pi}$ — аэродинамический коэффициент нормальной силы в плоскости сопротивления.

Аэродинамические коэффициенты моментов тангажа и рыскания имеют вид



Рис. 2. Схема определения угла атаки α_{π} и угла крена φ_{π}

 $m_y = m_\pi \left(lpha_\pi, M
ight) \sin arphi_\pi, \quad m_z = m_\pi \left(lpha_\pi, M
ight) \cos arphi_\pi,$ где $m_\pi \left(lpha_\pi, M
ight) = m_z^lpha \left(lpha_\pi, M
ight) lpha_\pi.$

Систему уравнений можно записать как

$$\begin{cases} \dot{V}_{Kx} = [\omega_z V_{Ky} - \omega_y V_{Kz}] - g \sin \vartheta - \frac{S}{m} q C_x (\alpha_\pi); \\ \dot{V}_{Ky} = [\omega_x V_{Kz} - \omega_z V_{Kx}] - g \cos \vartheta \cos \gamma + \frac{S}{m} q C_y (\alpha_\pi); \\ \dot{V}_{Kz} = [\omega_y V_{Kx} - \omega_x V_{Ky}] + g \cos \vartheta \sin \gamma + \frac{S}{m} q C_z (\alpha_\pi); \\ \dot{\omega}_x = \frac{1}{J_x} \Big[M_x - (J_z - J_y) \, \omega_y \omega_z + J_{xy} (\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z) + \\ + J_{xz} (\dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y) - J_{yz} (\omega_z^2 - \omega_y^2) \Big]; \\ \dot{\omega}_y = \frac{1}{J_y} \Big[M_y - (J_x - J_z) \, \omega_x \omega_z + J_{xy} (\dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z) + \\ + J_{yz} (\dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y) - J_{xz} (\omega_x^2 - \omega_z^2) \Big]; \\ \dot{\omega}_z = \frac{1}{J_z} \Big[M_z - (J_y - J_x) \, \omega_y \omega_x + J_{xz} (\dot{\omega}_x - \omega_y \omega_z) + \\ + J_{yz} (\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z) - J_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) \Big]; \\ V_K = \sqrt{V_{Kx}^2 + V_{Ky}^2 + V_{Kz}^2}; \\ \cos \alpha_\pi = \frac{V_{Kx}}{V_K}; \quad \cos \varphi_\pi = \frac{-V_{Ky}}{\sqrt{V_{Ky}^2 + V_{Kz}^2}}. \end{cases}$$

Скорость движения КБ с учетом ветра

$$\begin{bmatrix} V_{x_{\text{ин}}} \\ V_{y_{\text{ин}}} \\ V_{z_{\text{ин}}} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} V_{Kx_{u\text{н}}} - W_x \\ V_{Ky_{u\text{н}}} - W_y \\ V_{Kz_{u\text{н}}} - W_z \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} V_{Kx_{u\text{h}}} \\ V_{Ky_{u\text{h}}} \\ V_{Kz_{u\text{h}}} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} V_{Kx} \\ V_{Ky} \\ V_{Kz} \end{bmatrix}.$$

Проекции скорости \overline{V} на оси связанной систем координат (OXYZ)оприз равенства

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} V_{x_{\text{ин}}} \\ V_{y_{\text{ин}}} \\ V_{z_{\text{ин}}} \end{bmatrix}.$$

При этом

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}; \quad q = \frac{\rho V^2}{2}; \quad M = \frac{V}{20,0468\sqrt{T}};$$
$$\cos \alpha_{\pi w} = \frac{V_x}{V}; \quad \cos \varphi_{\pi w} = \frac{-V_y}{\sqrt{V_y^2 + V_z^2}}.$$

Тригометрические функции углов θ и Ψ рассчитываются по следующим зависимостям:

$$\sin \theta = \frac{V_{Ky_{\text{HH}}}}{V_K}; \quad \sin \Psi = \frac{-V_{Kz_{\text{HH}}}}{\sqrt{V_{Kx_{\text{HH}}}^2 + V_{Kz_{\text{HH}}}^2}}.$$

Воздействие ветра приводит к изменению динамики углового движения и отклонению параметров движения КБ от параметров номинальной траектории. Конечная точка движения КБ на неуправляемом участке траектории определяется по заданному номинальному времени полета ($t_{k \text{ ном}}$), которое рассчитывается по формуле

$$t_k = t_{k \text{ hom}} = t_{c \text{ hom}} - 3,5 \text{ c},$$

где $t_{c \text{ ном}}$ — время полета КБ по номинальной траектории до точки падения для случая отсутствия включений корректирующих двигателей.

На борту КБ имеется датчик времени, по показаниям которого сбрасывается носовой обтекатель и начинается корректируемый участок траектории. Таким образом, влияние ветрового воздействия на отклонения параметров траектории КБ от номинальных значений в конце неуправляемого участка полета следует рассматривать в рамках изохронных отклонений при фиксированном значении времени.

На рис. 3 показан конечный участок траектории КБ, где обозначено: $C_{\rm HOM}$ — точка падения КБ в случае движения по номинальной

где



Рис. 3. Схема положений конечных точек движения КБ на неуправляемом участке траектории

траектории при отсутствии включения корректирующих двигателей; $K_{\text{ном}}$ — конечная точка движения КБ на неуправляемом участке полета номинальной траектории.

При исследовании влияния ветра на динамику движения КБ принята типовая метеообстановка, формализованная следующим образом: учитываются только горизонтальные струйные течения воздуха, поскольку обычно вертикальные перемещения атмосферы значительно меньше горизонтальных, т.е. принято $W_{qy} = 0$. При проведении баллистических расчетов (таблица) используем понятие "баллистического ветра". В результате метеоподготовки могут быть определены составляющие скорости продольного и бокового "баллистического ветра" (W_{x5}, W_{z5}) , вызывающие такое же отклонение координат точки падения, как и реальный ветер. Обычно значения составляющих скорости "баллистического ветра" не превышают ±5 м/с. В качестве примера далее приведены результаты расчетов ветрового воздействия на изменение параметров движения КБ (артиллерийский снаряд калибра 120 мм, начальная скорость $v_0 = 440$ м/с, масса 20 кг, масса без обтекателя 19 кг, средняя дальность стрельбы 6500 м, угол бросания $\theta_0 = 50 \dots 75^\circ$) в конце неуправляемого участка полета для двух вариантов дальности стрельбы: минимальной и максимальной.

Параметры движения КБ в конце неуправляемого участка полета по номинальным траекториям следующие:

$$\begin{split} t_k &= 44,18\,\mathrm{c};\; V_k \,=\, 209\,\mathrm{m/c};\; X_k \,=\, 6890\,\mathrm{m};\; Z_k \,=\, 14\,\mathrm{m};\; Y_k \,=\, 666\,\mathrm{m};\\ \theta_k &=\, -59,9^\circ;\; \Psi_k \,=\, -0,305^\circ;\; \omega_{xk} \,=\, -31,17\,\mathrm{pad/c};\; \vartheta_k \,=\, -59,94^\circ;\\ \psi_k &=-0,316^\circ;\; \gamma_k =-64,64^\circ\\ &-\mathrm{для}\; V_0 \,=\, 440\,\mathrm{m/c},\; \theta_0 \,=\, 50^\circ,\; X_c \,=\, 7242\,\mathrm{m},\; Z_c \,=\, 16\,\mathrm{m};\\ t_k \,=\, 56,16\,\mathrm{c};\; V_k \,=\, 229,9\,\mathrm{m/c};\; X_k \,=\, 3622\,\mathrm{m};\; Z_k \,=\, 16\,\mathrm{m};\; Y_k \,=\, 799\,\mathrm{m};\\ \theta_k \,=\, -78,94^\circ;\; \Psi_k \,=\, -0,589^\circ;\; \omega_{xk} \,=\, -33,96\,\mathrm{pad/c};\; \vartheta_k \,=\, -79,07^\circ;\\ \psi_k \,=\, -0,597^\circ;\; \gamma_k \,=\, 130,7^\circ\\ &-\mathrm{для}\; V_0 \,=\, 440\,\mathrm{m/c},\; \theta_0 \,=\, 75^\circ,\; X_c \,=\, 3767\,\mathrm{m},\; Z_c \,=\, 17\,\mathrm{m}. \end{split}$$

Возмущаю- щие факто- ры ξ	$\Delta X_k,$ M	$\Delta Z_k,$ M	$\Delta Y_k,$ M	$\Delta V_k,$ m/c	$\Delta \theta_k,$	$\Delta \Psi_k$,	$\Delta \alpha_{\max},$	$\frac{\partial X_k}{\partial \xi}$	$\frac{\partial Z_k}{\partial \xi}$	$\frac{\partial Y_k}{\partial \xi}$
						град				
$W_{x \mathbf{d}} = 5$ м/с	$\frac{57}{62}$	0	$\frac{76}{-63}$	$\frac{1}{0,5}$	$\frac{0,2}{0,37}$	0	0	$\frac{11,4}{10,0}$	0	$\frac{15,3}{10,3}$
$W_{x {\rm б}} = -5$ м/с	$\frac{-57}{-61}$	0	$\frac{-77}{60}$	$\frac{-1,1}{-0,6}$	$\frac{-0,4}{-0,37}$	0	0	12,3		12,3
$W_{z {\rm б}} = 5{\rm m/c}$	$\frac{-1}{-1}$	$\frac{-99}{-122}$	0	0	0	$\frac{1,7}{4,05}$	0	0	$\frac{19,8}{24,4}$	0
$W_{z \mathrm{d}} = -5\mathrm{m/c}$	- 1	$\frac{99}{122}$	0	0	0	$\frac{-1,7}{-4,06}$	0		24, 4	

П р и м е ч а н и е. В числителе — результаты расчета при $\theta_0=50^\circ;$ в знаменателе — при $\theta_0=75^\circ$

Результаты расчетов ветрового воздействия на изменение параметров движения КБ в конце неуправляемого участка полета для $\theta_0 = 50^\circ$ и 75° представлены в таблице.

Отметим особенности влияния составляющих ветра на движение КБ. Во-первых, ветер вызывает значительные отклонения координат конечной точки от их номинальных значений. Во-вторых, существенно изменяется характер углового движения КБ. Продольная ось совершает колебательные движения относительно вектора воздушной скорости с пространственными углами. На рис. 4 и 5 показаны результаты расчетов (характер движения) КБ в окрестности вершины траектории при угле бросания 75° без ветра и при $W_Z = 5 \text{ м/с.}$

В качестве следующего шага рассмотрим влияние ветра на динамику движения КБ с коррекцией на конечном участке траектории.



Рис. 4. Трансформация угла атаки $\alpha^{\text{простр}}$ в окрестности вершины траектории при $\theta_0 = 75^\circ$ и $W_z = 5$ м/с



Рис. 5. Трансформация составляющей угловой скорости вращения КБ по оси ОХ связанной системы координат в окрестности вершины траектории при $\theta_0 = 75^\circ$ и $W_z = 5$ м/с

Алгоритм формирования импульсных корректирующих воздействий, используемый при синтезе математической модели, обычно состоит из двух блоков. Первый блок используется для определения значения и знака угловой ошибки системы коррекции, в соответствии с которой происходит формирование сигнала на разрешение выключения корректирующего двигателя. Второй блок предназначен для определения корректирующего двигателя, который должен быть включен для выполнения коррекции траектории в нужном направлении. Угловая ошибка системы коррекции определяется в измерительной системе координат. Переход от связанной к нормальной (земной) системе координат осуществляется с помощью следующей матрицы:

$$\begin{split} A^* &= \\ &= \left\| \begin{array}{cc} \cos\vartheta\cos\psi - \sin\vartheta\cos\psi\cos\gamma + \sin\psi\sin\gamma & \sin\vartheta\cos\psi\sin\gamma + \cos\gamma\sin\psi\\ \sin\vartheta & \cos\vartheta\cos\gamma & -\cos\vartheta\sin\gamma\\ \cos\vartheta\sin\psi & \sin\vartheta\sin\psi\cos\gamma + \cos\psi\sin\gamma & -\sin\vartheta\sin\psi\sin\gamma + \cos\psi\cos\gamma \end{array} \right\|. \end{split}$$

Для устранения особых точек по углу крена, который меняется в широких пределах, при прямом решении задачи воспользуемся методом определения угловых координат КБ с помощью соотношений Родриго–Гамильтона:

$$\begin{split} \dot{\rho}_{\mathrm{P}\Gamma} &= -\frac{1}{2} \left(\omega_x \lambda_{\mathrm{P}\Gamma} + \omega_y \mu_{\mathrm{P}\Gamma} + \omega_z \nu_{\mathrm{P}\Gamma} \right); \\ \dot{\lambda}_{\mathrm{P}\Gamma} &= \frac{1}{2} \left(\omega_x \rho_{\mathrm{P}\Gamma} + \omega_y \nu_{\mathrm{P}\Gamma} + \omega_z \mu_{\mathrm{P}\Gamma} \right); \\ \dot{\mu}_{\mathrm{P}\Gamma} &= \frac{1}{2} \left(\omega_x \nu_{\mathrm{P}\Gamma} + \omega_y \rho_{\mathrm{P}\Gamma} - \omega_z \lambda_{\mathrm{P}\Gamma} \right); \\ \dot{\nu}_{\mathrm{P}\Gamma} &= \frac{1}{2} \left(-\omega_x \mu_{\mathrm{P}\Gamma} + \omega_y \lambda_{\mathrm{P}\Gamma} + \omega_z \rho_{\mathrm{P}\Gamma} \right), \end{split}$$

при этом

$$\begin{split} \vartheta &= \arcsin 2 \left(\rho_{\rm P\Gamma} \nu_{\rm P\Gamma} + \lambda_{\rm P\Gamma} \mu_{\rm P\Gamma} \right); \\ \psi &= \operatorname{arctg} \frac{2 \left(\rho_{\rm P\Gamma} \mu_{\rm P\Gamma} - \lambda_{\rm P\Gamma} \nu_{\rm P\Gamma} \right)}{\rho_{\rm P\Gamma}^2 + \lambda_{\rm P\Gamma}^2 - \mu_{\rm P\Gamma}^2 - \nu_{\rm P\Gamma}^2}; \\ \gamma &= \operatorname{arctg} \frac{2 \left(\rho_{\rm P\Gamma} \lambda_{\rm P\Gamma} - \nu_{\rm P\Gamma} \mu_{\rm P\Gamma} \right)}{\rho_{\rm P\Gamma}^2 + \mu_{\rm P\Gamma}^2 - \nu_{\rm P\Gamma}^2 - \lambda_{\rm P\Gamma}^2}. \end{split}$$

Начальные значения параметров Родриго–Гамильтона $(\rho_{\rm PF}, \lambda_{\rm PF}, \nu_{\rm PF}, \mu_{\rm PF})$ определяются следующим образом:

$$\begin{split} \rho_{\mathrm{P}\Gamma} &= \cos\frac{\psi}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} - \sin\frac{\psi}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\gamma}{2};\\ \lambda_{\mathrm{P}\Gamma} &= \sin\frac{\psi}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\psi}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\gamma}{2};\\ \mu_{\mathrm{P}\Gamma} &= \sin\frac{\psi}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\psi}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\gamma}{2};\\ \nu_{\mathrm{P}\Gamma} &= \cos\frac{\psi}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} - \sin\frac{\psi}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}. \end{split}$$

Эти зависимости используются при математическом описании движения КБ на всех этапах полета, а также отделяющегося обтекателя.

Направление действия силы *i*-го корректирующего двигателя формируется в исполнительной системе координат, а затем эта сила проецируется на оси связанной системы координат. Для этого используется матрица

$$S_{i} = \left| \begin{array}{c} \cos \varepsilon_{\rm AB}^{i} \cos \varphi_{\rm AB}^{i} & -\sin \varepsilon_{\rm AB}^{i} \cos \varphi_{\rm AB}^{i} & \sin \varphi_{\rm AB}^{i} \\ \sin \varepsilon_{\rm AB}^{i} & \cos \varepsilon_{\rm AB}^{i} & 0 \\ \cos \varepsilon_{\rm AB}^{i} \sin \varphi_{\rm AB}^{i} & \sin \varepsilon_{\rm AB}^{i} \sin \varphi_{\rm AB}^{i} & \cos \varphi_{\rm AB}^{i} \end{array} \right|$$

где $\varepsilon_{\rm дв}^i$ — угол отклонения линии расположения *i*-го корректирующего двигателя от начала отсчета, причем в качестве начальной линии отсчета принимается след пересечения плоскости ошибки коррекции, в которой лежат цель и ось абсцисс измерительной системы координат; $\varphi_{\rm дв}^i$ — угол наклона плоскости размещения корректирующих двигателей относительно продольной оси снаряда.

На рис. 6, *а*... *г* приведены результаты расчетов ветрового воздействия на динамику движения КБ с коррекцией на конечном участке траектории при $\theta_0 = 75^\circ$ и $W_z = 5$ м/с. К рассмотрению принята гипотетическая система коррекции со следующими параметрами: расстояние между центром масс КБ и точкой подвеса бортового координатора цели (БКЦ) 0,22 м; ширина поля зрения $\pm 16^\circ$; корректирующая сила 5000 H; число корректирующих двигателей 8; дальность до цели 3700 м; боковое смещение цели из плоскости стрельбы равно нулю;



Рис. 6. Угол поворота траектории (*a*, *b*) и пространственный угол атаки (*б*, *г*) на участке коррекции при $\theta_0 = 75^\circ$ без ветра (*a*, *б*) и $W_z = 5$ м/с (*b*, *c*)

цель неподвижна; отделение обтекателя идеальное; сброс обтекателя за 3,5 с до момента падения КБ на грунт; начало коррекции через 0,5 с от момента сброса обтекателя; номинальный фазовый сдвиг 35°.

Строго говоря, в силу случайного характера рассматриваемого ветрового воздействия наиболее корректным является анализ его влияния на характеристики рассеяния КБ при стрельбе.

Для определения таких характеристик применяется метод статистических испытаний при варьировании всех параметров, подверженных случайным воздействиям.

Однако, поскольку целью настоящей работы является обсуждение методических аспектов учета влияния только предельных значений ветрового воздействия (соответствующих предельным значениям "баллистического ветра") на движение КБ, представляется оправданным ограничиться рассмотрением представленного подхода и полученных с его помощью результатов.

Метод формирующего фильтра позволяет смоделировать составляющие ветрового нагружения, которые удовлетворяют требуемым статистическим свойствам. Рассмотренный способ определения параметров возмущенных траекторий КБ при его движении в турбулентной атмосфере целесообразно использовать на начальных этапах проектирования КБ, так как описанные вычислительные процедуры относительно просто реализуются на ЦВМ и позволяют учесть необходимый (по точности) минимум данных о модели КБ и ветрового поля.

В заключение автор хотел бы выразить свою признательность научному руководителю зав. кафедрой "Баллистика и аэродинамика" МГТУ им. Н.Э. Баумана профессору Л.Н. Лысенко за внимание к результатам настоящих исследований, а также профессору В.В. Грабину и доценту А.Н. Клишину за критические обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бурлов В. В., Грабин В. В., Козлов А. Ю. и др. Баллистика ствольных систем / Под ред. Л.Н. Лысенко и А.М. Липанова. М.: Машиностроение, 2006. 461 с.
- 2. Д о б р о л е н с к и й Ю. П. Динамика полета в неспокойной атмосфере. М.: Машиностроение, 1969. С. 11–46.
- 3. Шалыгин А. С., Палагин Ю. И. Прикладные методы статистического моделирования. Л.: Машиностроение, 1986. 320 с.

Статья поступила в редакцию 18.06.2007

Нгуен Хай Минь родился в 1975 г., окончил в 1998 г. Государственный технический университет им. Ле Куй Дона (Ханой, СРВ). Аспирант кафедры "Баллистика и аэродинамика" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области прикладной внешней баллистики и статистической динамики полета.

Nguyen Hai Minh (b. 1975) graduated from the Le Quy Don Technical University in 1998. Post-graduate of the "Ballistics and aerodynamics" department of the Bauman Moscow State Technical University. Citizen of Vietnam. Author has some publications. His research interests are applied external ballistics, statistical dynamics of flight.



В издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышла в свет книга

Лысенко Л.Н. Наведение и навигация баллистических ракет: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 672 с.

Изложены научные и методологические основы наведения и навигааппаратов баллистического Рассмотрены летательных типа. ции вопросы программирования движения (задачи наведения) и информационнонавигационного обеспечения управления (задачи навигации), а также проблемы статистической динамики полета — оценивание движения и определение точности стрельбы (задачи оценки точности возмущенного движе-Показаны направления решений соответствующих ния). задач при создании существующих ракетных комплексов тактического, оперативнотактического и стратегического назначений, возможные пути совершенствования баллистико-навигационного обеспечения полета ракет последующих поколений.

Для студентов технических вузов, слушателей военных академий, а также аспирантов, инженеров и научных работников, специализирующихся в области баллистики, динамики полета и управления движением летательных аппаратов.