Анатолий Иванович Пастухов родился в 1918 г., окончил в 1941 г. Высшее военноинженерное училище им. Ф.Э. Дзержинского. Д-р техн. наук, профессор кафедры "Теоретическая механика" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области аэродинамики (теории крыла и тел вращения).

A.I. Pastukhov (b. 1918) graduated from the Naval Higher Engineering School n.a. F.E. Dzerzhinsky in 1941. D. Sc. (Eng.), professor of "Theoretical Mechanics" department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of over 100 publications in the field of aerodynamics (theory of wing and body of rotation).

Евгений Константинович Галемин — канд. техн. наук, доцент кафедры "Теоретическая механика и ТММ" Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор ряда научных работ в области аэродинамики.

Ye.K. Galemin — Ph. D. (Eng.), ass. professor of "Theoretical Mechanics and Theory of Mechanisms and Machines" department of Kaluga branch of the Bauman Moscow State Technical University. Author of a number of publications in the field of aerodynamics.

УДК 533.6.011

## Н.И.Сидняев

## УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ОБТЕКАНИЕ И АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМБИНИРОВАННЫХ ГОЛОВНЫХ ЧАСТЕЙ РАКЕТ

В настоящее время в экспериментальной аэродинамике вопрос о сходимости результатов экспериментального определения аэродинамических коэффициентов для моделей ракет, корпуса которых выполнены в форме тел вращения в виде различных комбинаций конических тел, например с затупленной конической носовой частью, центральным цилиндрическим или слабо коническим участком и коническим хвостовым стабилизатором, при испытаниях в аэродинамических трубах различной степени турбулентности потока является достаточно актуальным. Особенно острым этот вопрос становится, когда сравниваются результаты эксперимента в аэродинамических трубах и в свободном полете, поскольку степень турбулентности в атмосфере существенно меньше, чем в аэродинамических трубах.

Следует отметить, что влияние турбулентности потока на аэродинамические характеристики обтекаемых комбинированных тел вращения пока мало изучено. Поэтому необходимы дальнейшие исследования по разработке физически обоснованных и более эффективных рекомендаций, которые можно использовать при обработке опытных данных, получаемых при испытаниях в аэродинамических трубах с различным уровнем турбулентности. Необходимо изучить влияние турбулентности потока на результаты весовых испытаний моделей, а также выявить область чисел Рейнольдса, в которой необходимо вводить поправки, учитывающие влияние турбулентности.

Отсутствие надежных физических предпосылок, основанных на точном знании механизма влияния микроструктуры потока на его осредненные характеристики, крайне усложняет получение удовлетворительных способов внесения в результаты весового эксперимента поправок на влияние турбулентности потока. Впервые решением этого вопроса занялся Драйден [1], высказав предположение, что масштабный эффект определяется не только числом Рейнольдса, рассчитанным по молекулярной вязкости, но и отчасти степенью турбулентности потока, которая проявляется в эффективном увеличении вязкости жидкости вследствие турбулентного перемешивания.

Влияние турбулентности потока на аэродинамические характеристики обтекаемой модели проявляется ее воздействием на переход ламинарной формы течения в турбулентную, что, в свою очередь, определяет характер отрыва пограничного слоя [1]. Этот аспект, как показывают исследования [1, 2], является определяющим. В работах [1-3] было предложено учитывать влияние турбулентности потока на аэродинамические характеристики модели введением понятия эффективного числа Рейнольдса  $\operatorname{Re}_{\mathrm{ph}} = f \operatorname{Re}_{\mathrm{out}}$ , где  $f - \phi$ актор турбулентности, определяемый как отношение критического числа Рейнольдса сферы в нетурбулентном потоке (свободном полете) к критическому числу Рейнольдса в турбулентном потоке аэродинамической трубы, в случае, когда степень турбулентности потока  $\varepsilon \neq 0$ . Здесь Re<sub>оп</sub> опытное значение числа Рейнольдса. Использование указанного соотношения при обработке опытных данных в ряде случаев заметно улучшает сходимость опытных значений аэродинамических коэффициентов подъемной силы  $C_u$ , полученных в трубах с разной степенью турбулентности потока, но практически всегда малоэффективно при коррекции значений коэффициентов лобовой силы С<sub>x</sub>. Так, например, опыты [2] показывают, что максимум значений С<sub>и тах</sub> в аэродинамических трубах наблюдается при существенно меньших числах Рейнольдса, чем это имеет место в свободном полете головных частей ракет.

Для установления аэродинамических характеристик тел вращения сложной геометрической формы [3] проводили экспериментальные исследования обтекания модели головной части ракеты, представляющей собой сочетание цилиндроконического участка с затупленным по сфере коническим носком (рис. 1). Модель для исследования влияния трения на аэродинамические характеристики головной части ракеты представляет собой затупленный по сфере конус с полууглом раскрытия боковой поверхности  $\theta_1 = 10^\circ$ , коническим

стабилизатором  $\theta_2$  = 14°, относительным затупносовой части лением  $\bar{R}_0 = R_0/R_{\rm M} = 0,2$ , радиусом миделя  $R_{\rm M} = 0.035 \,{\rm M}$  и длиной b = 0,227 м. Исследования спектров течений и распределения давления по поверхности тела вращения проводились в сверхзвуковой аэродинамической трубе ( $M_{\infty} = 6$ ; угол атаки  $\alpha = 0 \dots 15^{\circ}; T_0 = 473^{\circ} K;$  $10.7 \cdot 10^5 \leqslant P_0 \leqslant 59.8 \cdot 10^5 \, \text{ma};$  $1,04 \cdot 10^7 \leq \operatorname{Re}_{\infty} \leq 5,79 \times$  $\times 10^7 \,\mathrm{m}^{-1}$ ). Анализ полученных спектров модели показывает, что при числе  $\text{Re}_{\infty} = 1.04 \times 10^7 \,\text{м}^{-1}$  (рис. 2) перед коническим стабилизатором помимо ударной волны 1 в области течения между головной ударной волной и поверхностью тела, вследствие разворота и торможения потока, формируется скачок 2 уплотнения и образуется зо-



Рис. 1. Картины растеканий поверхностных линий тока при  $\text{Re}_{\infty} = 1,04 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  (подветренная сторона):

 $a - \alpha = 2^{\circ}40'; \ \delta - \alpha = 6^{\circ}40'; \ \epsilon - \alpha = 11^{\circ}40';$  l - 3она отрыва; 2 и 3 - линии стекания и растекания газа; 4 - 3оны отрыва; 5 - линия растекания вдоль центральной образующей

на 3 отрыва пограничного слоя, влияющая на скачок уплотнения 4 стабилизатора.

Явление отрыва тесно связано с параметрами пограничного слоя; отрыв возникает тогда, когда в направлении вниз по потоку давление возрастает или когда в пограничном слое создается отрицательный градиент давления достаточной величины [4–6]. По мере повышения давления течение в пограничном слое замедляется как за счет действия самого давления, так и вследствие поверхностного трения, и в конечном итоге газ вблизи поверхности приводится в состояние покоя. После того, как произошел отрыв, пограничный слой превращается в слой сдвига внутри свободной жидкости, называемый иногда вихревым слоем. Такие области сдвига, внутри которых градиент скорости оказывается значительно больше, чем в какой-либо другой точке, возникают там, где появляются разрывы скорости или физических характеристик жидкости. Так, например, при  $\alpha = 0$  осредненные значения углов наклона скачка уплотнения и внешней границы области отрыва



Рис. 2. Схема обтекания модели с цилиндрическим центральным участком при  $\text{Re}_{\infty} = 1,04\cdot10^7 \text{ m}^{-1}$  (с отрывом) и при  $\text{Re}_{\infty} = 5,6\cdot10^7 \text{ m}^{-1}$  (без отрыва): *1, 2, 4* — скачки уплотнения; *3* — зона отрыва

соответственно составляют для модели  $\beta_{c\kappa_1} = 16^{\circ}10'$  и  $\beta_{orp} \sim 4^{\circ}40'$ . При числах  $\text{Re}_{\infty} \ge 3,89 \cdot 10^7 \,\text{m}^{-1}$  картина течения между головной ударной волной l и поверхностью тела существенно изменяется: перед стабилизатором не возникает видимой области отрывного течения, а угол наклона скачка уплотнения 4 увеличивается.

В случае несимметричного ( $\alpha \neq 0$ ) обтекания область отрыва пограничного слоя смещается вверх по потоку на подветренной и вниз по потоку на наветренной стороне тела соответствующим смещением скачка уплотнения. Следует отметить, что протяженность зоны отрыва пограничного слоя увеличивается с уменьшением числа Re<sub>∞</sub>, в особенности на подветренной стороне тела. Теневые фотографии спектров обтекания дают возможность определить границы области отрыва пограничного слоя и положения скачков уплотнения в плоскости изменения углов атаки, однако не позволяют получить детальную информацию о характере течения газа у поверхности тела. В целях получения такой информации проводилась визуализация течения с помощью масляных покрытий. Согласно этому методу на поверхность модели дискретно наносятся краски соответствующей консистенции. После введения модели в поток газа происходит растекание краски и на поверхности тела фиксируется картина линий тока, которая фотографируется. В качестве примера на рис. 1 приведены картины растекания поверхностных линий тока ( $\dot{\text{Re}}_{\infty} = 1.04 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ ).

Анализ полученных данных показывает, что при сравнительно небольших углах атаки ( $\alpha \approx 2^{\circ}40'$ ) на подветренной стороне тела формируется зона 1 отрывного течения (рис. 1, *a*), охватывающая часть цилиндрического участка тела и небольшую область поверхности стабилизатора. На образующей, лежащей в плоскости углов атаки (вне зоны отрыва пограничного слоя), видны линии 2 стекания газа. Увеличение  $\alpha$  приводит к расширению области отрыва пограничного слоя (рис. 1,  $\delta - \alpha \approx 6^{\circ}40'$ ) и возникновению двух линий стекания, расположенных симметрично относительно плоскости углов атаки, при этом



Рис. 3. Распределение давления по поверхности затупленного конуса при  $M_{\infty} = 6$ ,  $\alpha = 0^{\circ}$ ; 1, 2 — эксперимент; 3, 4 — расчет по методике [3] (соответственно ламинарный и турбулентный режимы течения)

вдоль центральной образующей ( $\varphi = 180^{\circ}$ ) на поверхности стабилизатора за зоной отрыва пограничного слоя наблюдается линия *3* растекания газа. Такие изменения структуры обтекания связаны, очевидно, с формированием на подветренной стороне боковых вихрей.

Дальнейшее увеличение  $\alpha$  приводит, в связи с отрывом потока на боковых поверхностях тела вдоль образующих с  $\varphi \approx 90^{\circ}$  и увеличением интенсивности боковых вихрей, к разделению области отрыва на подветренной стороне на две зоны 4 (рис. 1,  $e - \alpha = 11^{\circ}20'$ ) и образованию вдоль центральной образующей ( $\varphi = 180^{\circ}$ ) течения растекания 5. На подветренной стороне тела в этом случае наблюдается растекание газа от центральной ( $\varphi = 180^{\circ}$ ) линии, что соответствует режиму обтекания с двумя парами вихрей в области отрыва.

Полученные в результате дренажных испытаний распределения давления по поверхности тел согласуются с приведенными ранее особенностями физической картины течения. В случае осесимметричного ( $\alpha = 0^{\circ}$ ) обтекания модели с цилиндрическим центральным участком поверхности  $\text{Re}_{\infty} = 1,04 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  перед коническим стабилизатором отмечается "плато" в распределении давления, характерное для отрыва ламинарного пограничного слоя (рис. 3).

При увеличении числа  $\text{Re}_{\infty}$  "плато" в распределении давления исчезает; давление несколько повышается в области конического стабилизатора на его поверхности в соответствии с отмеченным выше увеличением угла наклона скачка уплотнения при переходе режима течения в пограничном слое из ламинарного в турбулентный. Протяженность отрывной зоны перед стабилизатором сокращается по мере увеличения  $\text{Re}_{\infty}$ , и отрывная зона исчезает при турбулизации пограничного слоя. Коэффициенты давления для ламинарного пограничного слоя рассчитывались по следующему соотношению:

$$C_p^{\pi} = \frac{k}{\sqrt[4]{\operatorname{Re}_e\left(\operatorname{M}_e^2 - 1\right)}},\tag{1}$$

где k = 0,889 в точке отрыва,  $\kappa = 1,778$  в области "плато",  $M_e$  и  $\operatorname{Re}_e$  — местные значения чисел Маха и Рейнольдса, полученные расчетным путем [6]. Результаты расчетов, приведенные в таблице, показывают, что перед стабилизатором формируется отрывная зона с углом  $\beta_{\text{отр}} \sim 4,5^{\circ}$ . При этом длина зоны отрыва, отсчитываемая от начального сечения стабилизатора вверх по потоку  $x_{\text{отр}} = 18 \dots 20$  мм. Результаты этих расчетов удовлетворительно согласуются с данными экспериментальных исследований.

Таблица

$\mathrm{Re}_{\infty}$ ·10 <sup>7</sup> , m <sup>-1</sup>	$\mathrm{Re}_{\infty}$ ·10 <sup>6</sup> , m <sup>-1</sup>	$C_p^{\pi}$ (в точке отрыва)	$C_p^{\pi}$ (в области "плато")	$\beta_{ m orp}$
1,49	4,97	0,036	0,043	$4^{\circ}52'$
2,48	8,26	0,033	0,038	4°30′

В случае несимметричного ( $\alpha \neq 0^{\circ}$ ) обтекания, по мере увеличения угла атаки наблюдается существенные и различные в зависимости от режима течения в пограничном слое изменения распределения давления по поверхности исследуемых тел, позволяющие установить общие для данных тел закономерности, проявляющиеся в различной степени на каждой из рассматриваемых геометрических форм. В частности, в случае ламинарного пограничного слоя, по мере увеличения угла атаки "плато" в распределении давления перемещается на подветренной стороне вверх по потоку, а на наветренной — к стабилизатору, что соответствует установленным ранее картинам течения. При турбулентном режиме обтекания "плато" в распределении давления С<sub>р</sub> отсутствует как на наветренной, так и на подветренной сторонах тела, причем давление увеличивается на поверхности конического стабилизатора, а также на поверхности носовой части тела. При значительном увеличении угла атаки ( $\alpha \ge 12^{\circ}$ ), в связи с указанным разделением на подветренной стороне тела отрывной области на две изолированные зоны в распределении давления, на этой стороне тела наблюдалось формирование локальных продольных областей повышенного и пониженного давлений.

Предельными линиями тока являются векторные линии касательного напряжения на поверхности модели, определяемые уравнением

$$H_1 ds/t_1(s,n) = H_2 dn/t_2(s,n),$$
(2)

где s, n — криволинейная ортогональная система координат на поверхности затупленного конуса [4];  $H_1, H_2$  — соответствующие параметры Ламэ;  $t_1(s,n)$  и  $t_2(s,n)$  — составляющие вектора трения по s и n. Сингулярные точки  $(s_0, n_0)$  на поверхности тела определяются как точки, в которых касательное напряжение равно нулю:  $t_1(s_0, n_0) = t_2(s_0, n_0) = 0$ . Если предположить, что трение на поверхности и его производные до второго порядка являются непрерывными функциями, то исследование течения около сингулярных точек сводится к изучению поведения интегральных кривых одного дифференциального уравнения:

$$ds/dn = (a(s - s_0) + e(n - n_0))/(c(s - s_0) + d(n - n_0));$$
(3)

здесь  $a = \frac{1}{H_2^0} t_{2s}^0, e = \frac{1}{H_2^0} t_{2n}^0, c = \frac{1}{H_1^0} t_{1s}^0, d = \frac{1}{H_1^0} t_{1n}^0.$ 

Характеристическое уравнение для особой точки имеет вид

$$q^2 - \Delta q + Q = 0, \tag{4}$$

где  $\Delta=c+e$  и Q=ce-ad-инварианты, определяющие тип особой точки. Для сингулярной точки

$$\Delta = \frac{1}{H_1^0} t_{1s}^0 + \frac{1}{H_2^0} t_{2n}^0, \quad Q = \frac{1}{H_1^0 H_2^0} (t_{1s}^0 t_{2n}^0 - t_{1n}^0 t_{2s}^0)$$
(5)

имеют смысл дивергенции вектора касательного напряжения и якобиана [4].

При Q < 0 (два действительных различных по знаку корня характеристического уравнения) сингулярная точка будет седловиной. Через такую точку проходят лишь две предельные линии тока, на каждой из которых трение меняет знак. При  $0.25\Delta^2 \ge Q > 0$  (случай двух действительных и одинаковых по знаку корня характеристического уравнения) сингулярная точка будет узлом. Через такую точку проходит конечное число предельных линий тока, входящих в точку или выходящих из нее. В регулярном узле  $(0,5\Delta^2 > Q > 0)$  все линии тока, за исключением одной, имеют в сингулярной точке общую касательную. Если  $0.5\Delta^2 = Q > 0$  (кратный корень характеристического уравнения) все линии тока проходят через сингулярную точку, не касаясь друг друга (вырожденный узел a = d = 0), или имеют общую касательную  $(a^2 + e^2 \neq 0)$ . При  $Q > 0.25\Delta^2 > 0$  (комплексные корни характеристического уравнения) сингулярная точка является фокусом, где все предельные линии тока сходятся или расходятся по спирали. В частном случае при  $Q > 0, \Delta^2 = 0$  (мнимые сопряженные корни) имели точку типа центр. В окрестности центра интегральные кривые замкнуты и охватывают особую точку. Следует отметить, что в случае вязкого течения такая точка существовать не может [4]. При наличии необратимых процессов частицы газа, описав замкнутую кривую,



Рис. 4. Изменение аэродинамических коэффициентов цилиндроконического тела при ламинарном и турбулентном режимах обтекания:

не могут вернуться в исходную точку с прежним значением параметров течения. Направление течения в окрестности сингулярной точки определяется величиной  $\Delta$ . При  $\Delta$ >0 все линии тока выходят из сингулярной точки, если последняя имеет тип узла или фокуса; при  $\Delta < 0$  все линии тока сходятся в узле или фокусе. Поэтому при  $\Delta > 0$  имеется точка присоединения потока, при  $\Delta < 0$  — точка отрыва. В данном случае точкой отрыва может быть узел, фокус или седловина. Приведенные на рис. 1 схемы течения показывают, что при различных режимах обтекания на поверхности затупленного конуса возникают сингулярные точки отрыва различных типов.

При расчете аэродинамических коэффициентов за характерную площадь принята площадь миделя S модели, а в качестве характерного линейного размера *b* — длина модели. Течение в ударном слое около исследуемой модели близко к равновесному с эффективным показателем адиабады, равным 1,2 в области критической точки. Измерения сил и моментов проведены с помощью трехкомпонентных тензометрических весов. Полученные данные для коэффициентов лобового сопротивления С<sub>x</sub> и подъемной силы С<sub>u</sub> представлены на рис. 4. Результаты измерений коэффициента  $m_z$  продольного момента приведены на рис. 5. Момент M<sub>z</sub> определялся относительно точки в плоскости симметрии  $\bar{x} = 0,675$ , где  $\bar{x} = x/b$ . В случае турбулентного режима обтекания центр давления передвигается вперед на величину, соответствующую 3...5% длины тела вращения. Результаты исследований приведены на рис. 5. Коэффициент  $m_z$  подсчитан относительно носка тела вращения. На рис. 5 представлены зависимости аэродинамического качества К и коэффициента центра давления Спл от угла атаки при различных режимах обтекания.

<sup>× —</sup> расчетные данные; П — ламинарный режим: • — турбулентный режим



Рис. 5. Изменение аэродинамического качества K коэффициента центра давления  $C_{\mathbf{u},\mathbf{a}}$  от угла атаки цилиндроконического тела при ламинарном и турбулентном режимах обтекания:

□ – ламинарный режим; о – турбулентный режим

Исследование влияния турбулентности потока на аэродинамические характеристики связано, в первую очередь, с изучением влияния турбулентности потока на положение точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный [5]. Полное сопротивление С<sub>хо</sub> тела, обтекаемого несжимаемой жидкостью, при отсутствии подъемной силы складывается из сопротивления давления C<sub>xp</sub>, обусловленного распределением давления на поверхности тела, и сопротивления поверхностного трения  $C_{xf}$  в пограничном слое на обтекаемой поверхности ( $C_{xo} = C_{xp} + C_{xf}$ ). Сопротивление трения существенно зависит от положения точки перехода, поскольку турбулентное трение в несколько раз превышает ламинарное. Положение точки перехода в большой мере обусловливается степенью турбулентности потока. Степень турбулентности потока определяется зависимостью  $arepsilon = 100 \sqrt{1/3 \overline{({u'}^2 + {v'}^2 + {w'}^2)}} ig/ u_\infty$  , где u',v',w' представляют собой среднеквадратические значения трех составляющих турбулентных пульсаций скорости. Опытные данные могут быть приближенно аппроксимированы  $\operatorname{Re}_{x \operatorname{nep}} \approx 1/\varepsilon$ , откуда при  $u_{\infty}/\nu = \operatorname{const}$  следует, что  $x_{\text{пер}} \approx 1/\varepsilon$ , где  $\nu$  – кинематическая вязкость. С другой стороны, для тела протяженностью b при  $\varepsilon = \text{const}$  можно записать

$$\operatorname{Re}_{x\operatorname{nep}} \approx (u_{\infty}b/\nu)x_{\operatorname{nep}}/b,$$
 (6)

т.е.  $x_{\text{пер}} \approx 1/\text{Re}_b$ . Таким образом, изменения  $x_{\text{пер}}$  в зависимости от  $\varepsilon$ и от  $\text{Re}_b$  имеют одинаковый характер. Эта приближенная аналогия, как показывают опыты, справедлива вплоть до  $\varepsilon \approx 4\%$ . При  $\varepsilon > 4\%$ значение  $x_{\text{пер}}$  при  $u_{\infty}/\nu = \text{const}$  практически не зависит от  $\varepsilon$ , поскольку точка перехода в пограничном слое становится близкой к точке

потери устойчивости ламинарного пограничного слоя. Что касается сопротивления давления, то оно зависит, главным образом, от формы обтекаемого тела [6]. Турбулентность потока может воздействовать на значение С<sub>xp</sub> только через пограничный слой, характер развития которого влияет на эффективный контур обтекаемого тела, определяемый распределением толщины вытеснения в пограничном слое и отрывом пограничного слоя. Положение точки перехода *х*<sub>пер</sub> ламинарного пограничного слоя в турбулентный на поверхности обтекаемого тела само по себе оказывает слабое влияние на распределение давления. Однако значение *x*<sub>пер</sub> влияет на положение точки отрыва (турбулентный слой более устойчив к отрыву, чем ламинарный), от которого сильно зависит распределение давления и, в конечном итоге, сопротивление давления. Этим можно объяснить тот факт, что использование в работах [1, 2, 5] фактора турбулентности f для корректировки опытного числа Рейнольдса ( $\operatorname{Re}_{\operatorname{sd}} = f \operatorname{Re}_{\operatorname{out}}$ ) приводит к заметному улучшению сходимости значений  $C_{u}$  на профилях, испытанных в разных аэродинамических трубах. Однако при этом необходимо получить ответы на следующие вопросы. Во-первых, можно ли применять значения *f*, выбранные на основании опытов с обтеканием шара, в случае обтекания тел, форма которых существенно отличается от шара, поскольку процессы, управляющие характером обтекания в этих случаях, могут быть существенно различными [1, 2]. Во-вторых, поскольку опытная проверка показала [1], что использование фактора f является эффективным при определении поправок к С<sub>и</sub>, но не совсем корректным при определении поправок к  $C_x$ , — как следует усовершенствовать методику учета влияния степени турбулентности потока на значение С<sub>x</sub>. Наконец, в-третьих, какова область чисел Рейнольдса, при которых влияние турбулентности потока на значении  $C_y$  и  $C_x$  проявляется наиболее сильно.

Совершенно очевидно, что численное значение фактора f должно определяться формой обтекаемого тела [1]. Видно, что при одной и той же степени турбулентности потока фактор f в случае обтекания пластины существенно больше, чем в случае обтекания сферы. Это различие можно объяснить тем, что если в случае пластины значение  $\text{Re}_{xnep}$ определяется только турбулентностью потока, то в случае сферы накладывается еще и влияние градиента давления. Здесь следует отметить, что критические числа Рейнольдса для пластины и сферы имеют различный физический смысл. В первом случае  $\text{Re}_{xnep}$  характеризует положение точки перехода ламинарной формы течения в турбулентную, а во втором — положение точки перехода относительно точки ламинарного отрыва. Однако это не исключает возможности использования указанных чисел Re для определения фактора турбулентности, так как в обоих случаях изменение Re и  $\varepsilon$  приводит к продольному

смещению точки перехода, что и является причиной кризисных явлений в обоих случаях. Опыты показывают [2], что на профиле крыла точка перехода обычно стабилизируется в области минимума давления *x*<sub>min</sub>, которая приблизительно соответствует области максимальной толщины x<sub>с max</sub> профиля. Действительно, смещение точки перехода вверх по потоку в область отрицательного градиента давления затруднено, поскольку ламинарный слой в этом случае становится все более и более устойчивым. Смещение же точки перехода вниз по потоку (в область положительного градиента давления) затруднено тем, что условия при этом становятся все более и более благоприятными для перехода, т.е. для движения точки перехода вверх по потоку. Поскольку турбулентность потока влияет на положение точки перехода только в области чисел Re, заключенных между числом Рейнольдса потери устойчивости  $\operatorname{Re}_{x \Pi, v}$  и числом Рейнольдса перехода при  $\varepsilon = 0$ , то увеличение Re<sub>*x*п.*u*</sub> при движении в сторону отрицательного градиента давления, естественно, сокращает область влияния турбулентности. Поэтому для достижения заметного влияния на положение точки перехода степень турбулентности в этом случае должна изменяться в более широких пределах, чем в случае плоской пластины. Из этих рассуждений следует, что одному и тому же значению фактора f для сферы соответствует существенно более высокое значение  $\varepsilon$ , чем в случае пластины. Очевидно, для промежуточных форм тел, как в данном эксперименте, зависимость  $f = f(\varepsilon)$  должна располагаться между соответствующими кривыми для пластины и сферы. Зависимость фактора f от степени турбулентности можно рассчитать, по-видимому, для любой формы тела при условии, что известна зависимость положения точки перехода от числа Re и градиента давления. К сожалению, в настоящее время необходимых сведений для проведения такого рода расчета недостаточно.

Теперь перейдем к определению величины поправок к значениям  $C_x$ . В этом случае следует иметь в виду, что изменение эффективного числа Рейнольдса, обусловленное турбулентностью потока и смещением точки перехода, должно быть увязано с изменением сопротивления трения, как в ламинарном, так и в турбулентном пограничном слое. Это приводит к тому, что опытные значения  $C_x$  нужно не только корректировать по эффективному числу Рейнольдса, но и вносить в них поправку  $\Delta C_{xf}$  на изменение сопротивления трения, соответствующее изменению числа Re [5]. Эта поправка составляет заметную долю общего сопротивления при обтекании пластины или тонкого профиля и будет пренебрежимо мала, когда  $C_{xf} \ll C_x$  (например, обтекание шара, цилиндра). Рациональная методика расчета этой поправки в настоящее время не разработана. Попытки оценить ее по законам турбулентного трения [3, 4] не приводят к удовлетворительным результатам.

Для определения области чисел Re, где влияние степени турбулентности на значения  $C_x$  и  $C_y$  проявляется наиболее сильно, рассмотрим общую картину изменения сопротивления в зависимости от числа Re<sub>b</sub> и относительной толщины  $2R_{\rm M}/b$ . В поведении зависимости  $C_x({\rm Re}_b)$ можно выделить несколько наиболее выраженных фаз [2].

В области чисел  $\text{Re}_b \leq 1,05 \cdot 10^7$  обтекание ламинарное с ламинарным отрывом. Значение  $C_x$  может быть определено по эмпирической формуле

$$C_x = 2C_f (1 + (2R_{\rm M}/b)) + (2R_{\rm M}/b)^3.$$
(7)

Сопротивление трения  $C_f$  намного меньше сопротивления давления  $C_{xp}$ , и поэтому с увеличением  $2R_{\rm M}/b$  коэффициент полного сопротивления  $C_x$  все меньше и меньше зависит от числа Re<sub>b</sub>.

При числах  $\text{Re}_b \approx (1,8...2,1) \cdot 10^7$  происходит уменьшение сопротивления тела вращения, что обусловлено наступлением кризиса обтекания (как и в случае обтекания сферы). По мере движения точки перехода вверх по потоку оторвавшийся слой вновь прилипает к поверхности профиля, причем область перехода ламинарной формы течения в турбулентную подходит ближе и ближе к точке отрыва и в конечном итоге поглощает ее. Поскольку турбулентный пограничный слой более устойчив к отрыву, точка отрыва смещается при этом по поверхности профиля вниз по потоку, резко уменьшая полное сопротивление.

Далее, с ростом числа Рейнольдса, следует переходная область чисел  $\operatorname{Re}_b(\operatorname{Re}_b = (3 \dots 5, 8) \cdot 10^7)$ , которая соответствует смещению точки перехода по направлению к носку затупленного конуса. При этом коэффициент сопротивления возрастает, поскольку все бо́льшая часть поверхности профиля занимается турбулентным пограничным слоем, при котором коэффициент поверхностного трения существенно больше, чем при ламинарном слое.

При числах  $\text{Re}_b > 5 \cdot 10^7$  наступает устойчивая область обтекания затупленного конуса с изломами образующей, когда практически весь пограничный слой становится турбулентным. В этой области коэффициент полного сопротивления профиля изменяется пропорционально коэффициенту поверхностного трения турбулентного пограничного слоя. При высокой степени турбулентности набегающего потока или сильной искусственной турбулизации пограничного слоя на обтекаемой поверхности часть промежуточных фаз может отсутствовать. Из сказанного следует, что степень турбулентности потока может оказывать наибольшее влияние на характер изменения коэффициента сопротивления в тех областях чисел Re, где возникает кризис обтекания, а также в переходной области чисел Re. Таким образом, основное внимание должно быть уделено изучению переходной области чисел Re, для которой характерно существование на поверхности обтекаемого

затупленного тела вращения одновременно ламинарного и турбулентного пограничных слоев.

В целях правильного учета влияния турбулентности потока на аэродинамические характеристики представляет интерес аналитически определить характер зависимости  $C_x = C_x(\text{Re})$  в переходной области чисел Re для тел вращения с продольным градиентом давления. В последние годы предпринимались попытки представить зависимость  $\text{Re}_{xnep}(\varepsilon)$  в аналитическом виде. Например, в работе [1] на основе обработки многочисленных опытных данных, полученных разными авторами, была предложена следующая формула для определения зависимости числа  $\text{Re}_{nep}^{**}$  начала перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный от  $\varepsilon$ :

$$\ln(\mathrm{Re}_{\mathrm{nep}}^{**} - 190) = -1,03\varepsilon + 6,88,\tag{8}$$

учитывая, что в ламинарном слое

$$Re_{nep}^{**} = 0.664 (Re_x)^{1/2}.$$
 (9)

Эти зависимости можно использовать также и для определения величины  $\operatorname{Re}_{x \operatorname{nep}}$ . Тогда, зная число  $\operatorname{Re}_b$  конуса длиной *b*, можно определить положение точки перехода:  $\overline{x}_{\operatorname{nep}} = x_{\operatorname{nep}}/b = \operatorname{Re}_{x\operatorname{nep}}/\operatorname{Re}_b$ . Будем считать, что переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный происходит в точке, хотя известно, что в действительности область перехода весьма протяженная.

При известном положении точки перехода  $\bar{x}_{nep}$  и известных законах ламинарного и турбулентного трения можно рассчитать сопротивление трения конуса в зависимости от положения точки перехода. Анализ показывает, что для этих условий коэффициент сопротивления трения конуса удобно рассчитывать с помощью соотношения

где  $c_{f \text{ лам}}$  и  $c_{f \text{ турб}}$  — коэффициенты сопротивления трения конуса соответственно при полностью ламинарном и турбулентном обтекании. Как показали расчеты, введенный здесь коэффициент

$$c_{f} = c_{f \text{ лам}} + k_{\text{пер}} (c_{f \text{ турб}} - c_{f \text{ лам}}),$$
(10)
$$k_{\text{пер}} = (c_{f} - c_{f \text{ лам}}) / (c_{f \text{ турб}} - c_{f \text{ лам}})$$
(11)

практически не зависит от чисел Re и изменяется в зависимости от  $\bar{x}_{nep}$  так, как это показано на рис. 6 [1]. Коэффициент сопротивления трения в переходной обла-



Рис. 6. Изменение коэффициента  $k_{nep}$ от значения положения точки перехода  $\bar{x}_{nep}$  [1]

сти чисел  $Re_b$  существенно изменяется в зависимости от степени турбулентности  $\varepsilon$ , поэтому в этой области чисел Re при опытном определении значений С<sub>x</sub> весьма важно знать степень турбулентности потока. Как указывается в работах [3, 6], продольный градиент давления на теле вращения (трехмерное течение), как правило, выражен более слабо, чем в случае обтекания профиля (двумерное течение). С учетом этого данные, полученные при анализе обтекания плоской пластины [1], могут быть использованы в первом приближении и для относительно тонких тел вращения. В случае обтекания затупленного тела вращения с изломами образующей точка перехода принимает довольно устойчивое положение в области минимума давления на профиле. В этом случае были использованы статистические экспериментальные данные, касающиеся положения точки перехода относительно положения минимума давления на затупленном теле в зависимости от числа  $\operatorname{Re}_{x\min}$ . По найденным таким образом значениям  $\overline{x}_{nep}$  на конусе определяли значение k<sub>пер</sub>, а затем находили коэффициент сопротивления трения.

На основе проведенного анализа можно утверждать, что влияние турбулентности потока на результаты измерения аэродинамических сил наиболее сильно проявляется в тех областях чисел Re, при которых, во-первых, возникает кризис обтекания (когда обтекание с ламинарным отрывом уступает место обтеканию с турбулентным отрывом пограничного слоя) и, во-вторых, происходит переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный (при безотрывном обтекании). При этом аэродинамические силы (Х и У), действующие на тело, обусловлены, главным образом, распределением давления на теле и намного превосходят поверхностное трение. В этих условиях поправка сводится к определению эффективного числа Re<sub>эф</sub> по формуле  $\operatorname{Re}_{3\phi} = f_{c\phi} \operatorname{Re}_{on}$ , где фактор турбулентности  $f_{c\phi}$  определяется критическим числом Рейнольдса сферы в зависимости от степени турбулентности потока ( $f_{c\phi} = (\operatorname{Re}_{\kappa p, \varepsilon=0})/(\operatorname{Re}_{\kappa p, \varepsilon\neq 0}))$  поскольку в рассматриваемых условиях характер обтекания затупленного конуса предполагается близким к условиям обтекания сферы. Таким образом, можно корректировать данные измерений как  $C_x$ , так и  $C_y$ . В случае, когда поверхностное трение составляет существенную часть полного сопротивления модели, помимо смещения опытных точек по числу Re необходимо также вносить поправки, обусловленные изменением характеристик пограничного слоя при переходе от одного числа Re к другому. Как отмечалось ранее, влияние градиента давления на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный при двумерном и трехмерном обтекании тел проявляется по-разному. Поэтому для этих двух случаев должен быть различным и фактор турбулентности, определяющий эффективное число Рейнольдса, соответствующее случаю  $\varepsilon = 0.$ 

Для относительно тонких тел вращения и пластин рекомендуется использовать фактор турбулентности, определяемый не по критическому числу Рейнольдса сферы, как это предлагается, например в работе [1], а по числу  $\operatorname{Re}_{x,\operatorname{nep}}$  перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на плоской пластине:

$$f_{\text{пл}} = (\operatorname{Re}_{\operatorname{kp},\varepsilon=0}) / (\operatorname{Re}_{\operatorname{kp},\varepsilon\neq0}).$$
(12)

Для случая же обтекания конуса можно использовать фактор  $f_{c\phi}$ . По-видимому, такая резкая градация в значениях f справедлива лишь в первом приближении, поскольку следует ожидать, что переход от  $f_{nn}$ к f<sub>cф</sub> должен быть постепенным при постепенном изменении формы тела. Однако в настоящее время из-за отсутствия достаточного количества опытных данных, которые могли бы прояснить этот вопрос, использование в качестве первого приближения предложенной схемы разбиения всех тел на два класса можно считать оправданным. Что касается поправок на изменение самих характеристик пограничного слоя при переходе от одного числа Re к другому, то можно утверждать, что определение поправок с учетом закона изменения коэффициента турбулентного трения на пластине, как это предлагается в работе [1], является в общем случае неправильным. Если же опытные точки соответствуют случаю почти полностью ламинарного течения, введение такой поправки вообще неприемлемо. Следует отметить, что введение поправок на влияние турбулентности является необходимым, главным образом, в переходной области чисел Re, при одновременном существовании участков ламинарного и турбулентного течений, что наиболее часто встречается на практике. Очевидно, что величина поправки на трение должна быть различной в зависимости от состояния пограничного слоя. В общем случае, если опытная точка соответствует переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный на расстоянии  $\bar{x}_{nep}$  от носка, то можно утверждать, что и после введения поправки она должна соответствовать этому же значению  $\bar{x}_{пер}$ . Каждому значению  $\bar{x}_{\text{nep}}$  соответствует одно значение  $k_{\text{nep}}$ , а это значит, что каждая опытная точка должна быть смещена вдоль линии, проходящей между кривыми  $C_{f \text{ турб}}(\text{Re})$  и  $C_{f \text{ лам}}(\text{Re})$  и представляющей собой зависимость  $C_f$  от числа Re при постоянном значении  $k_{nep}$ . Таким образом, для введения поправки, учитывающей влияние турбулентности потока, в результаты весовых измерений рекомендуется следующий порядок:

1. По известному значению интенсивности турбулентности потока  $\varepsilon$  найти фактор турбулентности  $f = (\operatorname{Re}_{\mathrm{kp},\varepsilon=0})/(\operatorname{Re}_{\mathrm{kp},\varepsilon\neq0}).$ 

2. Определить  $\text{Re}_{3\phi} = f_{c\phi} \text{Re}_{on}$ . Рассчитать кривые  $C_{f \text{ турб}}(\text{Re})$  и  $C_{f \text{ лам}}(\text{Re})$ , используя для этого известные законы трения:

 $C_{f \text{ турб}}(\,\mathrm{Re}) = 0,074\,\mathrm{Re}_x^{-0,2}; \quad C_{f \text{ лам}}(\,\mathrm{Re}) = 1,328\,\mathrm{Re}_x^{-0,5}$ 

и формулу, учитывающую влияние относительной толщины тела на коэффициент сопротивления.

3. Провести серию кривых  $C_f(\operatorname{Re})_{x \operatorname{nep}} = \operatorname{const}$ , соответствующих разным значениям  $k_{\operatorname{nep}}$  (или  $\overline{x}_{\operatorname{nep}}$ ).

4. Сместить каждую опытную точку вдоль соответствующей кривой на величину  $\Delta Re = Re_{9\phi} + Re_{on}$ .

Правильность внесенных таким образом поправок можно проверить, сопоставляя поправленные опытные данные с расчетными кривыми  $C_x(\text{Re})$  профиля или тела вращения для переходной области чисел Re. Следует, однако, указать, что введение поправок к большей части опытных данных, имеющихся как в отечественной, так и в зарубежной литературе, невозможно из-за отсутствия необходимой информации об условиях проведения опытов.

Обобщая сказанное, следует отметить, что имеющиеся данные подтверждают тот факт, что градиент давления, интенсивность турбулентности воздушного потока, степень шероховатости и волнистости поверхности являются весьма важными определяющими параметрами в дополнение к числу Рейнольдса, однако имеющиеся данные не дают возможности четко выделить воздействие каждого из перечисленных параметров в отдельности. Упомянутые данные не позволяют получить также какие-либо убедительные указания на то, что при одинаковых распределении давления, интенсивности турбулентности потока и степени шероховатости значения чисел Re<sup>\*</sup> в случае тел вращения могли бы оказаться такими же, как и в случае двумерных тел.

Головная ударная волна изменяет плотность, коэффициент вязкости и скорость течения вблизи поверхности. Этим еще не исчерпывается влияние ударной волны на процесс перехода. Когда слабая ударная волна достигает пограничного слоя, она создает там малое возмущение, аналогичное тому, которое создает малый элемент шероховатости. Действие более сильных ударных волн может привести к отрыву пограничного слоя с последующим переходом или же вызвать немедленный переход.

Если рассматривается обтекание тел при очень малой интенсивности турбулентности основного потока и малой шероховатости поверхности, то переходу предшествует усиление некоторой части тех малых возмущений, которые уже имели место в потоке. На ранних стадиях, хорошо описываемых с помощью линейной теории, этот процесс обычно характеризуется термином "неустойчивость". Однако линейная теория дает лишь описание усиления возмущений, если же возмущения отсутствуют, то и колебаний не возникает. Что касается уже возбужденных колебаний, то они прекращаются после снятия породивших их возмущений. В случае больших начальных возмущений та промежуточная стадия процесса перехода, которая может описываться с помощью линейной теории, уже отсутствует. Те большие возмущения, которые здесь имеются в виду, фактически довольно малы; например, если степень начальной турбулентности потока составляет 0,25 % или более, то колебания ламинарного пограничного слоя уже не поддаются наблюдению, так как даже в случае их существования они заслоняются сильными пульсациями скорости, индуцируемыми в пограничном слое за счет турбулентности внешнего потока.

Сам процесс перехода или эквивалентная ему неустойчивость течения является результатом нелинейности уравнений, описывающих это движение. Вследствие этой нелинейности воздействие нескольких возмущений нельзя получить путем их простой суперпозиции, поэтому пригодность идеи исследования спектра возмущений становится весьма ограниченной, и очень трудно представить себе какойлибо простой характерный процесс, который позволил бы описать все основные особенности данного явления.

Одним из вариантов представления этого процесса могут послужить, например картины свертывания слоев сдвига, появляющихся при отрыве течения, или картина образования вихрей Гёртлера в областях существования сильно искривленных линий тока. Дальнейшее продвижение к созданию удовлетворительной общей картины всего процесса и разработке соответствующей теории связано с прогрессом в изучении решений уравнений Навье–Стокса для неустановившихся течений.

Проблема перехода ламинарной формы течения в турбулентную есть не что иное, как проблема возникновения турбулентности, и в настоящее время еще не ясно, можно ли из всего многообразия проявлений начала турбулентности выделить какой-то один процесс, считая его основным.

Заключение. На основе анализа картин предельных линий тока на поверхности затупленного тела вращения выявлены кинематические особенности отрывного течения. Получены количественные данные о геометрических размерах зон отрыва. Получены результаты по распределению давления на поверхности при нулевых углах атаки. Показана существенная роль вязких эффектов (перехода из ламинарного в турбулентный) при определении аэродинамических характеристик затупленного тела вращения с изломами образующей. Дано физическое обоснование введения поправок, учитывающих влияние турбулентности потока на результаты весовых измерений. Эффективное число Re для профиля может быть определено на основе опытной зависимости критического числа Re сферы от степени турбулентности потока, а для удобнообтекаемых тел вращения и плоской пластины — на основе опытной зависимости.

Предложена усовершенствованная методика дифференцированных поправок по серии кривых  $C_x(\text{Re})_{x \text{ пер}} = \text{const}$ , которая существенно облегчает интерпретацию опытных данных в переходной области чисел Re. Введение поправки к значениям  $C_x$  является эффективным, с точки зрения уменьшения разброса опытных точек, только в переходной области чисел Рейнольдса. При обтекании тела полностью ламинарным или полностью турбулентным пограничным слоем введение поправок приводит не к изменению величины разброса опытных точек, а лишь к уточнению опытных значений чисел Re.

Полученные экспериментальные результаты позволяют приступить к совершенствованию методик численного расчета трехмерного пограничного слоя при обтекании тел сложной формы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Турбулентные течения и теплопередача / Под ред. Линь Цзя-цзяо. М.: Изд-во Иностр. лит., 1963. 564 с.
- 2. Репик Е. У., Соседко Ю. П. Влияние турбулентности потока по результатам весовых испытаний в аэродинамических трубах // Тр. ЦАГИ. М., 1975. Вып. 1636. С. 1–21.
- 3. С и д н я е в Н. И. Метод расчета нестационарного обтекания тела вращения с поверхностным массообменом в рамках параболизированных уравнений Навье– Стокса // Математическое моделирование. – 2004. – Т. 16, № 5. – С. 55–65.
- 4. О структуре течения вблизи боковой поверхности и формировании отрывных зон на телах сегментально-конической формы / Г.Н. Андреев, А.И. Глаголев, А.И. Зубков и др. // ДАН СССР. – 1976. – Т. 230, № 3.
- 5. Зысина-Моложен Л. М., Кузнецова В. М. Исследование переходного режима в пограничном слое // Теплоэнергетика. 1969. № 7.
- 6. Нестацио нарная аэродинамика баллистического полета / Ю.М. Липницкий, А.В. Красильников, А.П. Покровский и др. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2003. – 176 с.

Статья поступила в редакцию 14.12.2005

Николай Иванович Сидняев родился в 1955 г., окончил в 1981 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана и в 1985 г. МГУ им. М.В. Ломоносова. Канд. техн. наук, доцент кафедры "Высшая математика" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 110 научных работ в области прикладной математики и механики.

N.I. Sidnyaev (b. 1955) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1981 and Moscow State University n.a. M.V. Lomonosov in 1985. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of "Higher Mathematics" department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of about 110 publications in the field of applied mathematics and mechanics.