

А. В. Аттетков, И. К. Волков,
Е. С. Тверская

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ИЗОТРОПНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ПОДВЕРЖЕННОГО ЛОКАЛЬНОМУ ФРИКЦИОННОМУ НАГРЕВУ В РЕЖИМЕ ТРЕНИЯ ВЕРЧЕНИЯ

На основе расщепления ядра смешанного интегрального преобразования Фурье с последующим использованием интегрального преобразования Ганкеля, применяемых по пространственным переменным, в аналитически замкнутом виде получено решение двумерной осесимметричной задачи о нестационарном нагреве изотропного полупространства при трении верчения кругового источника с линейно зависящей от температуры удельной мощностью теплообразования на термическом контакте, а также изменяющимися во времени площадью термического контакта и угловой скоростью вращения источника. Полученные теоретические результаты использованы для исследования специфических особенностей стационарного температурного поля в полупространстве при трении верчения с постоянной угловой скоростью кругового источника не изменяющегося во времени радиуса.

В приложениях математической теории теплопроводности [1–3] особое место занимают исследования температурного состояния изотропного полупространства, подверженного локальному фрикционному нагреву в режиме трения верчения [4, 5]. Согласно сложившейся терминологии [4] этот режим принято рассматривать как частный случай режима трения скольжения, если относительное скольжение соприкасающихся тел есть вращение вокруг оси, совпадающей с общей нормалью к плоскости их термического контакта. В работе [4] исследованы особенности стационарного температурного поля в изотропном полупространстве при локальном фрикционном нагреве в режиме трения верчения, а в работе [5] — закономерности процесса формирования этого стационарного температурного поля. При этом анализ ограничен рассмотрением режима трения верчения с постоянной угловой скоростью в предположении, что удельная мощность теплообразования на локальном термическом контакте не зависит от температуры.

Практический интерес представляют режимы фрикционного теплообразования на скользящем контакте с зависящей от температуры удельной мощностью [6]. Однако в этом случае использование аналитических методов математической теории теплопроводности [1–3] связано с преодолением трудностей принципиального характера даже при

линейной зависимости удельной мощности фрикционного теплообразования от температуры [6]. Эти трудности еще более усугубляются, если необходимо учесть временное изменение площади термического контакта при трении верчения или зависимость угловой скорости вращения от времени.

При исследовании специфических особенностей температурного поля теоретический интерес может представлять аналитический метод решения задач нестационарной теплопроводности, основанный на идее расщепления ядра смешанного интегрального преобразования Фурье [6] или его обобщений [7, 8]. Использование этого метода для построения аналитически замкнутого решения рассматриваемой задачи нестационарной теплопроводности и является основной целью проведенных исследований.

Постановка задачи и математическая модель. Рассматривается задача об определении температурного поля в изотропном полупространстве $G = \{(\rho, \varphi, Z) \in \mathbb{R}^3 : \rho \in [0, +\infty), \varphi \in [0, 2\pi], Z > 0\}$ при его локальном фрикционном нагреве в режиме трения верчения, обусловленном воздействием осесимметричного теплового потока с удельной мощностью (плотностью) q в круговой области $g \subset G$ на поверхности Γ_G полупространства G . При этом предполагается:

- 1) диаметр области g термического контакта ограничен;
- 2) диаметр области g зависит от времени, т.е. $d \equiv d(t) = 2b(t)$, где $b(t)$ — радиус;
- 3) распределение давления в области g есть величина постоянная;
- 4) напряжение трения τ_f в области g линейно зависит от температуры;
- 5) поверхность Γ_G полупространства G вне области g считается теплоизолированной.

При этих предположениях плотность теплового потока в области g термического контакта, идущего на нагрев полупространства G , определяется как

$$q \equiv q(t) = k \tau_f(T) \omega(t)r, \quad r \leq b(t),$$

где t — время; r — радиальная переменная; ω — угловая скорость вращения; $k \in (0, 1]$ — коэффициент распределения тепловых потоков в материалах трущейся пары [5, 6]; $\tau_f(T)$ — напряжение трения, линейно убывающее с ростом температуры T [6].

В соответствии с поставленной целью и исходными допущениями воспользуемся следующей математической моделью:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Theta}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2}, \quad \rho \geq 0, \quad Z > 0, \quad \tau > 0;$$

$$\Theta(\rho, Z, \tau)|_{\tau=0} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial \Theta(\rho, Z, \tau)}{\partial Z} \right|_{Z=0} = -\phi(\tau, \rho) (1 - \Theta(\rho, Z, \tau)|_{Z=0}); \quad (1)$$

$$\Theta(\rho, Z, \tau) \Big|_{\substack{\tau > 0 \\ \rho \geq 0}} \in L^2[0, +\infty),$$

где последнее условие является требованием интегрируемости с квадратом функции $\Theta(\rho, Z, \tau)$ по пространственной переменной $Z \in [0, +\infty)$ при любых фиксированных $\rho \geq 0$ и $\tau > 0$; функции $\Theta(\rho, Z, \tau)$ и $\phi(\tau, \rho)$ как функции ρ являются оригиналами интегрального преобразования Ганкеля нулевого порядка [2] при любых фиксированных $Z > 0$ и $\tau > 0$, что соответствует физически очевидным условиям симметрии;

$$\lim_{\rho \rightarrow +0} \rho \frac{\partial \Theta(\rho, Z, \tau)}{\partial \rho} = 0 = \lim_{\rho \rightarrow +\infty} \rho \frac{\partial \Theta(\rho, Z, \tau)}{\partial \rho};$$

$$\rho = \frac{r}{z_*}; \quad Z = \frac{z}{z_*}; \quad \tau = \frac{t}{t_*}; \quad \Theta = \frac{T - T_0}{T_m - T_0}; \quad R = \frac{b}{z_*};$$

$$z_* = \sqrt{at_*}; \quad t_* = a[q_0^{-1}c\gamma(T_m - T_0)]^2; \quad \phi(\tau, \rho)|_{\rho \notin g} \equiv 0;$$

z — пространственная переменная; z_* — выбранная единица масштаба [6]; T_m — температура плавления; γ, c, a — соответственно плотность, теплоемкость и коэффициент температуропроводности материала полупространства; индекс 0 относится к начальным значениям величин.

Реализуемый режим фрикционного теплообразования в области g термического контакта однозначно задается функцией $\phi(\tau, \rho)$, которая по смыслу решаемой задачи является неотрицательной и как функция τ удовлетворяет условиям Гельдера [9]. В случае [4, 5] трения вращения с постоянной угловой скоростью ($\omega(t) \equiv \omega_0 - \text{const}$) при не изменяющемся во времени диаметре области g термического контакта функция

$$\phi(\tau, \rho) \equiv \phi(\rho) = \frac{\rho}{R} [\eta(\rho) - \eta(\rho - R)], \quad (2)$$

где $\eta(\cdot)$ — функция Хевисайда [2].

Следует подчеркнуть, что условия, накладываемые на функцию $\phi(\tau, \rho)$, не являются жесткими и соответствуют реально существующим режимам теплообразования на локальном термическом контакте;

для рассматриваемой задачи (1) выполнены все условия теоремы существования и единственности [9]; поиск решения задачи (1) аналитическими методами связан с преодолением тех же трудностей принципиального характера, что и при решении многомерных задач фрикционного нагрева полупространства движущимся тепловым источником (режим трения скольжения) [6].

Метод решения. Для нахождения аналитического решения исходной задачи (1) воспользуемся смешанным интегральным преобразованием Фурье с параметром $s \in \mathbb{R}$ [6], применяемым по пространственной переменной Z :

$$U(\rho, s, \tau) = \Phi[\Theta(\rho, Z, \tau)] \equiv \int_0^{\infty} \Theta(\rho, Z, \tau) \left[\cos(sZ) + \frac{\phi(\tau, \rho)}{s} \sin(sZ) \right] dZ; \quad (3)$$

$$\Theta(\rho, Z, \tau) = \Phi^{-1}[U(\rho, s, \tau)] \equiv$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} U(\rho, s, \tau) \left[\cos(sZ) + \frac{\phi(\tau, \rho)}{s} \sin(sZ) \right] \frac{s^2}{s^2 + \phi^2(\tau, \rho)} ds.$$

Поскольку ядро сингулярного интегрального преобразования (3)

$$K(\rho, Z, s, \tau) = \cos(sZ) + \frac{\phi(\tau, \rho)}{s} \sin(sZ)$$

зависит не только от пространственной переменной Z и параметра интегрального преобразования s , но и от пространственной переменной ρ и времени τ , то непосредственное его применение для нахождения решения задачи (1) не представляется возможным, так как, в частности,

$$\Phi \left[\frac{\partial \Theta(\rho, Z, \tau)}{\partial \tau} \right] \neq \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi [\Theta(\rho, Z, \tau)],$$

где $\Phi[\cdot]$ — оператор прямого интегрального преобразования (3).

Для преодоления возникших трудностей воспользуемся следующим приемом [6–8]. Вводя обозначения

$$A(\rho, s, \tau) = \int_0^{\infty} \Theta(\rho, Z, \tau) \exp(i s Z) dZ, \quad (4)$$

$$\omega(\rho, s, \tau) = 1 - i s^{-1} \phi(\tau, \rho),$$

изображение $U(\rho, s, \tau)$ сингулярного интегрального преобразования (3) представим в виде

$$U(\rho, s, \tau) = \operatorname{Re} \{ \omega(\rho, s, \tau) A(\rho, s, \tau) \}. \quad (5)$$

При этом будут справедливы тождества

$$\Phi \left[\frac{\partial \Theta(\rho, Z, \tau)}{\partial \tau} \right] \equiv \operatorname{Re} \left\{ \omega(\rho, s, \tau) \frac{\partial A(\rho, s, \tau)}{\partial \tau} \right\};$$

$$\Phi \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \Theta(\rho, Z, \tau)}{\partial \rho} \right] \equiv \operatorname{Re} \left\{ \omega(\rho, s, \tau) \rho^{-1} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial A(\rho, s, \tau)}{\partial \rho} \right\};$$

$$\Phi \left[\frac{\partial^2 \Theta(\rho, Z, \tau)}{\partial Z^2} \right] \equiv \phi(\tau, \rho) - s^2 \operatorname{Re} \{ \omega(\rho, s, \tau) A(\rho, s, \tau) \}.$$

Используемая процедура расщепления ядра сингулярного интегрального преобразования (3) позволяет свести исходную задачу (1) к задаче Коши:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left\{ \omega(\rho, s, \tau) \left[\frac{\partial A}{\partial \tau} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial A}{\partial \rho} \right) + s^2 A \right] \right\} = \\ = \phi(\tau, \rho), \quad \rho \geq 0, \quad \tau > 0; \end{aligned} \quad (6)$$

$$A(\rho, s, \tau)|_{\tau=0} = 0,$$

где функция $A(\rho, s, \tau)$ как функция ρ при любых фиксированных $\tau > 0$ и $s \in \mathbb{R}$ является оригиналом интегрального преобразования Ганкеля нулевого порядка [2]. При этом можно утверждать [6–8], что в силу вещественности функции $\phi(\tau, \rho)$ задача Коши вида

$$\begin{aligned} \omega(\rho, s, \tau) \left[\frac{\partial A}{\partial \tau} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial A}{\partial \rho} \right) + s^2 A \right] = \\ = \phi(\tau, \rho), \quad \rho \geq 0, \quad \tau > 0; \end{aligned}$$

$$A(\rho, s, \tau)|_{\tau=0} = 0$$

является частным случаем задачи Коши (6) и, как следствие, любое ее решение служит решением задачи Коши (6).

Пусть далее

$$V(p, s, \tau) = \mathbb{H} [A(\rho, s, \tau)] \equiv \int_0^{\infty} A(\rho, s, \tau) \rho J_0(p\rho) d\rho; \quad (7)$$

$$f(p, s, \tau) = \int_0^{R(\tau)} \frac{\phi(\tau, \rho)}{|\omega(\rho, s, \tau)|^2} \overline{\omega(\rho, s, \tau)} \rho J_0(p\rho) d\rho$$

– изображения интегрального преобразования Ганкеля нулевого порядка с параметром $p \in \mathbb{R}$ [2] функций $A(\rho, s, \tau)$ и $\omega^{-1}(\rho, s, \tau) \phi(\tau, \rho)$ соответственно, где $J_0(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода нулевого

порядка [2]; $\overline{\omega(\rho, s, \tau)}$ — комплексно сопряженная по отношению к $\omega(\rho, s, \tau)$ функция.

С учетом известных результатов теории интегральных преобразований [1–3] можно показать, что изображение $V(p, s, \tau)$ интегрального преобразования Ганкеля (7) функции $A(\rho, s, \tau)$ является решением задачи Коши

$$\frac{dV}{d\tau} = -(p^2 + s^2)V + f(p, s, \tau), \quad \tau > 0;$$

$$V(p, s, \tau)|_{\tau=0} = 0,$$

которое имеет вид [10]

$$V(p, s, \tau) = \int_0^\tau f(p, s, \xi) \exp \{ - (p^2 + s^2) (\tau - \xi) \} d\xi. \quad (8)$$

Обратив интегральное преобразование Ганкеля [2], получаем

$$A(\rho, s, \tau) = H^{-1} [V(p, s, \tau)] \equiv \int_0^\infty V(p, s, \tau) p J_0(p\rho) dp. \quad (9)$$

Решение исходной задачи (1) в изображениях смешанного интегрального преобразования Фурье (3) формально следует из равенства (5) с учетом равенств (4), (7)–(9):

$$U(\rho, s, \tau) = \int_0^\infty \int_0^\tau \left\{ \int_0^{R(\tau)} \frac{s^2 + \phi(\tau, \rho)\phi(\xi, \rho')}{s^2 + \phi^2(\xi, \rho')} \phi(\xi, \rho') \rho' J_0(p\rho') d\rho' \right\} \times \\ \times \exp \{ - (s^2 + p^2) (\tau - \xi) \} p J_0(p\rho) d\xi dp, \quad \rho \geq 0, \quad \tau \geq 0. \quad (10)$$

Для завершения проведенных исследований достаточно воспользоваться формулой обращения (3) изображения (10):

$$\Theta(\rho, Z, \tau) = \Phi^{-1} [U(\rho, s, \tau)], \quad \rho \geq 0, \quad Z \geq 0, \quad \tau \geq 0, \quad (11)$$

где при любых фиксированных $\rho \geq 0$ и $\tau \geq 0$ равенство понимается в смысле стандартной нормы пространства $L^2[0, +\infty)$ [6–8].

Результаты и их обсуждение. Для иллюстрации результатов проведенных исследований рассмотрим режим трения верчения с постоянной угловой скоростью, предполагая, что диаметр области $g \subset \Gamma_G$ не изменяется во времени, т.е. $R = \text{const}$. В этом случае функция $\phi(\tau, \rho) \equiv \phi(\rho)$, описывающая реализуемый режим теплообразования на термическом контакте, задается в виде (2). Тогда, в соответствии с равенствами (11), (10), функция $\Theta(\rho, Z, \tau)$, определяющая темпера-

турное поле изотропного полупространства

$$G = \{(\rho, \varphi, Z) \in \mathbb{R}^3 : \rho \in [0, +\infty), \varphi \in [0, 2\pi], Z > 0\},$$

принимает вид

$$\Theta(\rho, Z, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty U(\rho, s, \tau) \left[\cos(sZ) + \frac{\phi(\rho)}{s} \sin(sZ) \right] \frac{s^2}{s^2 + \phi^2(\rho)} ds, \quad \rho \geq 0, \quad Z \geq 0, \quad \tau \geq 0; \quad (12)$$

$$U(\rho, s, \tau) = \int_0^\infty \left\{ \int_0^R \frac{s^2 + \phi(\rho)\phi(\rho')}{s^2 + \phi^2(\rho')} \phi(\rho') \rho' J_0(p\rho') d\rho' \right\} \times \\ \times [1 - \exp\{- (p^2 + s^2) \tau\}] \frac{p J_0(p\rho)}{p^2 + s^2} dp.$$

Температура поверхности Γ_G полупространства G задается равенствами (12) при $Z = 0$ и на установившейся (при $\tau \rightarrow +\infty$) стадии процесса фрикционного нагрева определяется как

$$\Theta_\Gamma(\rho, +\infty) \equiv \Theta(\rho, 0, +\infty) = \\ = \frac{2R}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ \int_0^R \frac{(sR)^2 + \rho\rho'}{(sR)^2 + (\rho')^2} (\rho')^2 J_0(p\rho') d\rho' \right\} \times \\ \times \frac{s^2 p J_0(p\rho)}{(p^2 + s^2) [(sR)^2 + \rho^2]} ds dp, \quad 0 \leq \rho \leq R. \quad (13)$$

Из равенства (13), в частности, следует, что температура в каждой точке поверхности Γ_G монотонно возрастает с ростом радиуса R области $g \subset \Gamma_G$ термического контакта.

При $\rho = 0$ интеграл в правой части равенства (13) может быть вычислен явно [11, 12] как

$$\Theta_\Gamma(0, +\infty) = \frac{2R}{\pi} \int_0^R \int_0^\infty \left\{ \int_0^\infty \frac{p J_0(p\rho')}{p^2 + s^2} dp \right\} \frac{s^2 (\rho')^2}{(sR)^2 + (\rho')^2} ds d\rho' = \\ = \frac{1}{2} + \frac{R}{4} \{2 - \pi [\mathbf{H}_1(R) - \mathbf{Y}_1(R)]\},$$

а градиент температуры $\Theta_{\Gamma}(0, +\infty)$ по радиальной переменной ρ с учетом известных результатов [11, 12] представлен в виде

$$\frac{\partial \Theta_{\Gamma}(0, +\infty)}{\partial \rho} = \frac{\pi}{4\sqrt{R}} \int_0^R \sqrt{x} [\mathbf{H}_0(x) - Y_0(x)] dx,$$

где $x = (\rho')^2 / R$; $Y_{\nu}(\cdot)$ — функция Бесселя второго рода индекса ν [2]; $\mathbf{H}_{\nu}(\cdot)$ — функция Струве индекса ν [11, 12], и справедливы асимптотические оценки:

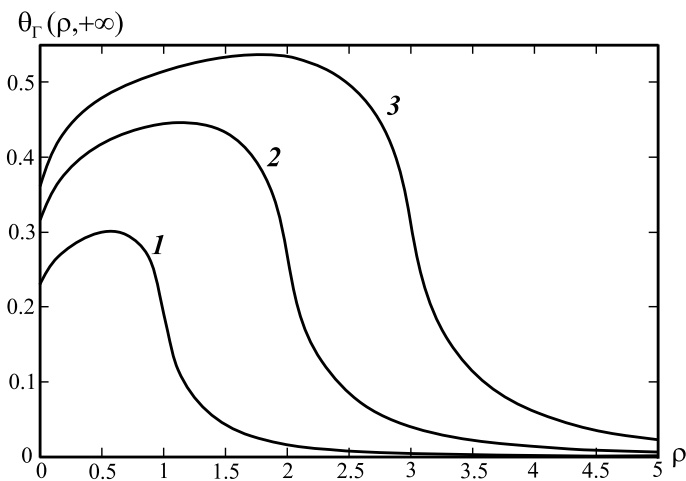
$$\begin{aligned} \Theta_{\Gamma}(0, +\infty) &\sim \frac{R}{2} \left(1 - \frac{R^3}{3}\right) \xrightarrow{R \rightarrow +0} 0; \\ \Theta_{\Gamma}(0, +\infty) &\sim \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{R}\right) \xrightarrow{R \rightarrow +\infty} 0,5; \\ \frac{\partial \Theta_{\Gamma}(0, +\infty)}{\partial \rho} &\sim 1 - \frac{1}{3R^2} \xrightarrow{R \rightarrow +\infty} 1. \end{aligned}$$

Приведенные результаты указывают на то, что в изучаемом режиме теплообразования неограниченное возрастание радиуса R области термического контакта не приводит к неограниченному росту как температуры в центре этой области, так и градиента температуры по радиальной переменной. Объяснить это можно спецификой рассматриваемого режима теплообразования, обусловленной зависимостью напряжения трения от температуры. Для сравнения также отметим, что при не зависящем от температуры напряжении трения в режиме фрикционного теплообразования (2) решение исходной задачи (1) приводит к следующему представлению установившейся температуры точки $(0, 0)$ области g термического контакта, являющейся точкой локального минимума функции $\Theta_{\Gamma}(\rho, +\infty)$ [4]:

$$\Theta_{\Gamma}(0, +\infty) = R - \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \{J_1(Rp)\mathbf{H}_0(Rp) - J_0(Rp)\mathbf{H}_1(Rp)\} \frac{dp}{p^2},$$

откуда следует, что при $R \rightarrow +\infty$ $\Theta_{\Gamma}(0, +\infty) \rightarrow +\infty$.

На рисунке представлены результаты расчетов стационарного температурного профиля $\Theta_{\Gamma}(\rho, +\infty)$ при различных значениях радиуса R области g термического контакта. Расчеты проводились с использованием равенств (2) и (12). Особое внимание обратим на форму стационарного температурного профиля, обусловленную реализуемым режимом локального фрикционного нагрева. Ее специфика связана с тем, что точки температурного максимума профиля $\Theta_{\Gamma}(\rho, +\infty)$ расположены не в центре области g термического контакта, а на окружности



Стационарный температурный профиль поверхности изотропного полупространства, подверженного локальному фрикционному нагреву в режиме трения верчения, при различных значениях радиуса R области термического контакта;

$R = 1$ (1); 2 (2); 3 (3)

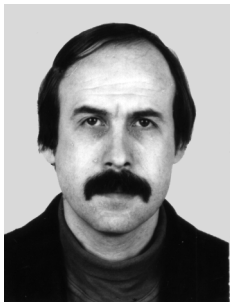
радиуса $\rho = \rho^*$, где $\rho^* \in (0, R)$. Отметим также, что значение радиуса ρ^* этой окружности зависит от радиуса R области термического контакта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 488 с.
2. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.
3. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высш. шк., 2001. – 550 с.
4. Коровчинский М. В. Основы теории термического контакта при локальном трении // Вопросы трения и проблемы смазки: Сб. статей. – М.: Наука, 1968. – С. 5–72.
5. Евтушенко А. А., Иваник Е. Г. Термонапряженное состояние на локальном термическом контакте при трении верчения // Инженерно-физический журнал. – 1996. – Т. 69, № 1. – С. 72–78.
6. Аттетков А. В., Волков И. К. Фрикционный разогрев материала движущимся тепловым источником // Химическая физика. – 1998. – Т. 17, № 1. – С. 120–127.
7. Аттетков А. В., Волков И. К. Математическое моделирование процессов теплопереноса в области с движущейся границей в условиях нестационарного теплообмена с внешней средой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Естественные науки”. – 1999. – № 1. – С. 37–45.
8. Аттетков А. В., Волков И. К. Аналитический метод решения задач теплопроводности для полупространства с покрытием в нестационарных условиях теплообмена с внешней средой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Машиностроение”. – 2000. – № 1. – С. 18–28.

9. Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уралцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М.: Наука, 1967. – 736 с.
10. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1964. – 272 с.
11. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.
12. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

Статья поступила в редакцию 17.10.2005



Александр Владимирович Аттетков родился в 1955 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1979 г. Канд. техн. наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники. Автор около 100 научных работ в области физики горения и взрыва, химической физики и математического моделирования.

A.V. Attetkov (b. 1955) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1979. PhD (Eng), senior researcher, ass. professor of “Applied Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University.

Author of over 100 publications in the field of physics of combustion and explosion, chemical physics and mathematical simulation.



Игорь Куприянович Волков родился в 1946 г., окончил Казанский государственный университет в 1970 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры “Математическое моделирование” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники. Автор более 100 научных работ в области математической физики, математического моделирования и математической генетики.

I.V. Volkov (b. 1946) graduated from the Kazan State University in 1970. D. Sc. (Phys.-Math.), professor of “Mathematical Simulation” department of the Bauman Moscow State Technical

University. Winner of the RF Government Prize for Science and Technology. Author of more than 100 publications in the field of mathematical physics, mathematical simulation and mathematical genetics.



Елена Сергеевна Тверская окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2002 г. Канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель кафедры “Математическое моделирование” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат конкурсов “Грант Москвы в области наук и технологий в сфере образования”. Автор 15 научных работ в области математического моделирования.

Ye.S. Tverskaya graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2002. Ph. D. (Phys.-Math.), senior teacher of “Mathematical Simulation” department of the Bauman Moscow State Technical University. Winner of competitions “Moscow Grant for Sciences and Technologies in the sphere of Education”. Author of 15 publications in the field of mathematical simulation.