УДК 621.833

Д.С.Блинов

ТОЧНОСТЬ СИЛОВЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ РОЛИКОВИНТОВЫХ ПЕРЕДАЧ С ЦЕЛЬНОЙ ГАЙКОЙ¹

Приведена методика и результаты исследования точности силовых планетарных роликовинтовых передач с цельной гайкой, в которых рабочая нагрузка передается с гайки на ролики и с роликов на винт через несколько сотен контактирующих витков (избыточных связей), что служит основной особенностью данных передач. Поэтому исследование было проведено статистико-вероятностными методами с использованием ЭВМ.

В силовых передачах к погрешностям кинематических планетарных роликовинтовых передач (ПРВП), которые были определены в работах [1, 2], прибавляются погрешности, вызываемые рабочей нагрузкой.

Общую кинематическую погрешность силовых ПРВП можно представить отрезком оси Z винта между двумя положениями гайки на винте. Первое положение (рис. 1, *a*) является эталонным. Для него детали ПРВП абсолютно точно изготовлены и собраны, винт передачи абсолютно точно установлен в опорных узлах, рабочая нагрузка отсутствует, температура деталей ПРВП нормальная ($t_0 = 20^{\circ}$ C). Во втором положении (рис. 1, *в*) находится гайка реальной силовой ПРВП, винт которой нагрелся во время работы до температуры t_{κ} . Если рассмотреть положение гайки этой ПРВП до приложения силы при нормальной температуре, то оно и будет определять погрешность кинематической передачи (рис. 1, *б*). Отсюда общая кинематическая погрешность силовой ПРВП, без учета влияния на указанную погрешность динамических явлений, определяется по следующей формуле:

$$\delta_{\Sigma} = \delta_{\rm ycr} + \delta_{\rm onop} + W_{\rm o} + \delta_{\Pi \rm PB\Pi} + \delta_{\rm \pi e \phi} + \delta_{\rm \tau e m \pi}, \tag{1}$$

где δ_{yct} — погрешность установки винта ПРВП в опорных узлах, мкм; δ_{onop} — перемещение винта с гайкой из-за деформаций опорных подшипников под действием рабочей нагрузки, мкм; W_o — суммарный

¹Настоящая статья является продолжением опубликованных ранее работ [1,2], посвященных исследованию точности кинематических планетарных роликовинтовых передач.



Рис. 1. Расчетная схема:

1 — винт; 2 — гайка со средней по длине плоскостью "П"; 3 — фиксирующая опора; 4 — "плавающая" опора; а — эталонная ПРВП; б — кинематическая ПРВП; в — силовая ПРВП; г — силовая ПРВП только для определения погрешностей

осевой зазор между витками резьбы винта, роликов и гайки, мкм; $\delta_{\Pi PB\Pi}$ — погрешность (перемещение гайки относительно винта) кинематической ПРВП из-за неточностей изготовления резьбовых деталей передачи по шагу резьбы, мкм; методика определения этой погрешности приведена в работах [1, 2]; $\delta_{\text{деф}}$ — осевое перемещение гайки из-за деформаций винта, резьбовых роликов и гайки ПРВП под действием рабочей нагрузки, мкм; $\delta_{\text{темп}}$ — осевое перемещение гайки из-за температурных деформаций деталей ПРВП, в первую очередь винта, мкм.

Постановка задачи, допущения. Рассмотрим передачи с цельной гайкой [3, с. 314, см. рис. 15.6], для которых без учета динамических эффектов определяется погрешность $\delta_{\text{деф}}$ (см. формулу (1)). При этом данную погрешность можно разложить следующим образом:

$$\delta_{\mathrm{дe}\Phi} = \delta_{\mathrm{d}e\Phi,\mathrm{B}} + \delta_{\mathrm{d}e\Phi,\mathrm{F}};\tag{2}$$

здесь $\delta_{\text{деф.в}}$ — упругое растяжение или сжатие винта как стержня, мкм; $\delta_{\text{деф.r}}$ — перемещения гайки, роликов и части винта, расположенной в пределах гайки, под действием силы, мкм;

$$\delta_{\text{деф.в}} = 1000 \frac{F_{\text{r}\Sigma} Z_{\text{гн}}}{A_{\text{B}} E},\tag{3}$$

где $F_{r\Sigma}$ — осевая сила на гайке, H; Z_{rH} — длина винта от фиксирующего его в осевом направлении опорного узла до ближайшего торца гайки, мм; $A_{\rm B}$ — площадь поперечного сечения винта по внутреннему диаметру резьбы, мм; E — модуль упругости материала винта — стали, МПа.

Погрешность $\delta_{\text{деф.r}}$ включает в себя: осевые перемещения винта и роликов как стержней, а гайки — как кольца; изгибные перемещения сопрягаемых витков винта и роликов, роликов и гайки; контактные перемещения сопрягаемых витков винта и роликов, роликов, роликов и гайки с учетом шероховатости их поверхностей.

Расчеты показали, что изгибные перемещения сопрягаемых витков значительно меньше контактных, так как изгибная жесткость низких витков резьбы, угол профиля которой составляет 90°, очень велика. Поэтому изгибные перемещения не рассматриваются.

Для определения $\delta_{\text{деф.r}}$ считаем, что гайка находится в произвольном начальном положении без нагрузки. Затем к гайке прикладывается сила и она перемещается в конечное положение. Отсюда погрешность $\delta_{\text{деф.r}}$ можно рассматривать как линейное, осевое перемещение (осадку) гайки ПРВП относительно винта из начального в конечное положение от действия силы.

Начальное положение гайки на винте определяется с учетом погрешностей изготовления резьбы винта, роликов и гайки по шагу (см. формулу (1) и рис. 1). При отсутствии нагрузки на гайке в начальном положении каждый ролик только одним витком взаимодействует с сопрягаемым витком, а между остальными сопрягаемыми витками этих деталей имеются зазоры, которые являются начальными для данного исследования. На роликах в осевом направлении фиксируется гайка, для чего в пространстве вдоль оси винта нужны три связи, поэтому три разных ролика, каждый одним витком, взаимодействуют с сопрягаемыми витками гайки. Между остальными витками этих трех роликов, а также всеми витками остальных роликов и сопрягаемыми витками гайки имеются осевые зазоры, которые также являются начальными для данного исследования. При расчете $\delta_{првп}$ [1,2] проводилась генерация шагов резьбы винта, роликов и гайки, а расчет проводился для последовательных дискретных поворотов винта. Пусть начальное положение гайки определяется координатой $Z_{гн}$, средней по длине плоскостью "П", нормальной к оси Z винта, а также определенными в работах [1, 2] углами наклона $\varphi_{rX_{\rm H}}$ и $\varphi_{rY_{\rm H}}$ указанной плоскости относительно осей X и Y, образующих с осью Z ортогональную систему координат.

Как и прежде, I и n — это порядковый номер ролика и число роликов, а J и $N_{\rm p}$ — порядковый номер витка I-го ролика вдоль оси Z и число витков каждого ролика и гайки вдоль произвольной образующей. Тогда для начального положения известны зазоры $W_{\rm BPH}[I, J]$ вдоль оси Z между сопрягаемыми витками винта и роликов и зазоры $W_{\rm PFH}[I, J]$ между сопрягаемыми витками роликов и гайки. Для контактирующих витков винта и роликов, роликов и гайки величины зазоров будут равны нулю. Если в расчете величина какого–либо зазора будет отрицательной, то это означает, что сопрягаемые витки вступили в контакт и деформируются, а абсолютная величина данного зазора равна совместному, упругому перемещению сопрягаемых витков — сближению витков.

После приложения силы $F_{\Gamma\Sigma}$ к гайке для определения только $\delta_{\text{деф. г}}$ она займет конечное положение, которое определяется координатой $Z_{\Gamma \kappa}$, а также углами наклона $\varphi_{\Gamma \kappa X}$ и $\varphi_{\Gamma \kappa Y}$ средней плоскости гайки относительно осей X и Y (см. рис. 1, ϵ). При этом между сопрягаемыми витками винта и роликов вдоль оси Z образуются зазоры (сближения) $W_{\text{ВРК}}[I, J]$, а между сопрягаемыми витками роликов и гайки — зазоры (сближения) $W_{\text{РГК}}[I, J]$.

Если вычислить модуль разности $Z_{\rm rh} - Z_{\rm rk}$, то эта величина и будет искомой погрешностью $\delta_{\rm деф,r}$ или осадкой $W_{\rm r}$ ($W_{\rm r} = \delta_{\rm деф,r}$) гайки относительно винта под действием осевой силы. Следует отметить, что $Z_{\rm rk}$ может располагаться на оси Z с разных сторон от $Z_{\rm rh}$ в зависимости от направления силы $F_{\rm r\Sigma}$. Осадку гайки $W_{\rm r}$ определяют два слагаемых: $W_{\rm Bp}$ — осадка роликов относительно винта, зависящая от зазоров $W_{\rm BPK}[I, J]$ сопрягаемых витков винта и роликов; $W_{\rm pr}$ — осадка гайки относительно роликов, зависящая от зазоров $W_{\rm prk}[I, J]$ сопрягаемых витков винта и роликов; $W_{\rm pr}$ — осадка гайки относительно роликов, зависящая от зазоров $W_{\rm prk}[I, J]$ сопрягаемых витков винта и роликов; $W_{\rm pr}$ — осадка гайки относительно роликов, зависящая от зазоров $W_{\rm prk}[I, J]$ сопрягаемых витков винта и роликов; $W_{\rm pr}$ — осадка гайки относительно роликов, зависящая от зазоров $W_{\rm prk}$ (I, J) сопрягаемых витков винта и роликов с $W_{\rm prk}$ – осадка гайки относительно роликов, зависящая от зазоров $W_{\rm prk}$ (I, J) сопрягаемых витков винта и роликов (I, J) сопрягаемых витков витков витков витков витков витков витков роликов и гайки.

Цель исследования состоит в том, чтобы определить зависимость величины осадки $W_{\rm r}$ гайки от осевой силы $F_{\rm r\Sigma}$, действующей на гайку. Для этого необходимо определить для заданных силы, геометрических параметров ПРВП и начальных зазоров $W_{\rm BPH}[I, J]$ и $W_{\rm P\Gamma H}[I, J]$

конечное положение гайки, которое зависит от зазоров $W_{\rm BPK}[I,J]$ и $W_{\rm P\Gamma K}[I,J].$

Разработка пространственной физической модели ПРВП. ПРВП состоит из винта, n роликов, каждый из которых теоретически N_p витками взаимодействует с витками винта и таким же количеством витков — с витками гайки. Чаще всего число роликов равно 10, а количество витков равно нескольким десяткам. Таким образом, теоретически сила с гайки на ролики передается через (nN_p) пятен контакта. Через пятна контакта в таком же числе сила передается с роликов на винт. Следовательно, конструкция имеет многочисленные избыточные связи и пространственное нагружение всех деталей.

Учет шероховатости контактирующих поверхностей сопрягаемых витков. Был выполнен обзор литературных данных, разработан и проведен эксперимент по построению графической зависимости величины осадки гайки от рабочей нагрузки для ПРВП с тремя роликами. Затем начальный участок кривой жесткости аппроксимировался степенной зависимостью. Почти все зависимости, предложенные в литературных источниках, очень плохо описывали эксперименты. Объясняется это тем, что площадь контакта сопрягаемых витков винта и ролика, также как и площадь контакта ролика и гайки составляет не больше 0,1...0,2 мм², т.е. контактная площадь очень мала, и такие случаи в литературе не описаны. Например, в книге [4] рассматриваются детали с малыми плоскими номинальными площадями контакта (менее 100...150 см²), что в десятки тысяч раз больше, чем площадь контакта сопрягаемых витков деталей ПРВП.

Результаты эксперимента показали, что жесткость самого шероховатого слоя очень низкая. Это объясняется тем, что при малой площади контакта протяженность площадки контакта составляет 100...400 мкм, а расстояния между вершинами микронеровностей, как показали результаты метрологических измерений, равны 20...40 мкм. Таким образом, вероятность взаимодействия вершин микронеровностей сопрягаемых витков очень мала, и происходит в большей мере проникновение вершин микронеровностей одной поверхности во впадины сопрягаемой поверхности. Поэтому в настоящей работе предлагается модель взаимодействия сопрягаемых витков 1 и 2, которая показана на рис. 2. Профиль каждого витка условно делится на гладкий (см. рис. 2, а, сплошные линии) и профиль шероховатого слоя (штриховые линии). При этом h_1 и h_2 — толщины шероховатых слоев витков 1 и 2. Упругий контакт (сближение W, мкм) сопрягаемых витков происходит последовательно. Сначала сближаются только шероховатые слои сопрягаемых витков толщиной h_1 и h_2 (см. рис. 2, δ), при этом витки, ограниченные



Рис. 2. Модель сопрягаемых витков 1 и 2 с шероховатыми поверхностями: *a* — до контакта витков; б — при контакте только шероховатых поверхностей витков

гладкими профилями, не деформируются из-за малой нагрузки и большой их жесткости. При $W = W_{\rm m} = h_1 + h_2$, сближение шероховатых слоев заканчивается, а если сближение $W > h_1 + h_2$, то величина зазора складывается из двух слагаемых $W = W_{\rm m} + W_{\rm r}$ ($W_{\rm m} = h_1 + h_2$; $W_{\rm r}$ — сближение витков, ограниченных гладкими профилями, как упругих тел).

Взяв за основу эмпирическую зависимость [4, с. 139] и данные эксперимента, с помощью ЭВМ была получена формула, связывающая сближение шероховатых слоев с нагрузкой, а также были определены толщины шероховатых слоев $h_1 \approx 3Ra_1$ и $h_2 \approx 3Ra_2$ (Ra — параметр шероховатости, мкм). Окончательно можно получить следующую эмпирическую формулу:

$$F_{\rm m} = 63, 8A_{\rm m}W_{\rm m}^2, \tag{4}$$

где $F_{\rm m}$ — нормальная контактная сила между шероховатыми слоями, H; $A_{\rm m}$ — площадь контакта шероховатых слоев, мм²; $W_{\rm m}$ — сближение шероховатых слоев, мкм.

При генерации шагов винта, роликов и гайки для их витков произвольным образом в границах, определенных метрологическими измерениями, назначался параметр шероховатости *Ra*.

Для расчета $W_{\rm III}$ проектируется на ось Z и получается для рассматриваемого сопряжения следующее осевое сближение: $W_{\rm III.BP}[I, J]$ — для шероховатых слоев J-го витка I-го ролика с сопрягаемым витком винта; $W_{\rm II.PF}[I, J]$ — для шероховатых слоев J-го витка, расположенного на противоположной образующей I-го ролика, с сопрягаемым витком гайки. После проецирования на ось Z в рассматриваемом со-



Рис. 3. Профиль витка ролика: *а* — до приработки; *б* — после приработки

пряжении нормальной контактной силы $F_{\rm m}$ получаются осевые усилия $F_{\rm m.sp}[I, J]$ и $F_{\rm m.pr}[I, J]$.

Учет профиля продольного сечения витков ролика. Чтобы предотвратить кромочные контакты витков ролика с витками винта и гайки, ролики изготовляют с выпуклыми профилями. После сборки ПРВП проводят обязательную операцию обкатки (приработку), после которой на выпуклом профиле ролика образуется прямолинейный участок (рис. 3). Протяженность прямолинейного участка $L_{прям}$ в среднем составляет 0,2...0,3 мм [5]. Профили витков винта и гайки после приработки практически не меняют форму и остаются треугольными [6].

Чтобы обоснованно назначить при генерации шагов ролика размеры прямолинейного участка его витка, была выявлена корреляционная связь между размером $L_{прям}$ прямолинейного участка *J*-го витка ролика и следующей величиной:

$$\Delta P[J] = \sum_{i=1}^{J} P_{\rm p}[i] - P_{\rm p.cp}J,\tag{5}$$

где $P_{\rm p}[i]$ — шаг *i*-го витка ролика; $P_{\rm p.cp}$ — среднее значение шагов ролика. В результате виткам ролика, имеющим больший накопленный шаг, назначался и больший размер прямолинейного участка, и наоборот.

Расчетная схема контакта сопрягаемых витков винта и ролика с гладкими профилями. Как было отмечено ранее, виток ролика после приработки имеет прямолинейный участок длиной $L_{прям}$. Профиль со-прягаемого витка винта также прямолинейный, т.е. у сопрягаемых витков винта и ролика одна из главных кривизн равна нулю. Отсюда, рас-

сматривая контакт сопрягаемых витков с позиции теории деформаций соприкасающихся тел [7], витки винта и ролика можно заменить цилиндрами, радиусы которых равны:

— для винта

$$R_{\rm\scriptscriptstyle BII} = \frac{D_{\scriptscriptstyle\rm B}}{2\cos^2\left(\frac{P_{\scriptscriptstyle\rm H}H_{\scriptscriptstyle\rm B}}{\pi D_{\scriptscriptstyle\rm B}}\right)\sin 45^\circ};\tag{6}$$

— для ролика

$$R_{\rm pu} = \frac{D_{\rm p}}{2\cos^2\left(\frac{P_{\rm u}}{\pi D_{\rm p}}\right)\sin 45^\circ},\tag{7}$$

где 45° — это половина угла профиля резьбы деталей ПРВП; $D_{\rm B}$ и $D_{\rm p}$ – средний диаметр резьбы винта и ролика, мм; $H_{\rm B}$ — число заходов винта (чаще всего число заходов равно 5); $P_{\rm H}$ — номинальный шаг резьбы винта, роликов и гайки, мм.

Как было установлено в работе [8], первоначальный контакт сопрягаемых витков винта и ролика смещен относительно плоскости, проходящей через оси этих деталей. Следовательно, если сопрягаемые витки заменить цилиндрами, то осуществится внешний контакт двух цилиндров со скрещивающимися осями. Если рассчитать углы между указанной плоскостью и осями цилиндров, то они равны для ПРВП с пятизаходными винтами $1,2^{\circ}$ и $3,6^{\circ}$ — для цилиндров, заменяющих виток винта и виток ролика. Пренебрегая указанными углами наклона осей цилиндров к плоскости, проходящей через оси винта и ролика, будем считать, что происходит внешний контакт двух цилиндров с параллельными осями.

Решение задачи о внешнем контакте двух цилиндров с параллельными осями известно [7]. Для получения зависимостей между зазорами цилиндров $W_{\rm врц}$, половиной ширины площадки контакта $b_{\rm врц}$ и необходимой для этого зазора силой $F_{\rm врц}$ используем следующие формулы [7]:

$$b_{\rm врп} = 1,522 \sqrt{\frac{F_{\rm врц} R_{\rm вп} R_{\rm рц}}{E L_{\rm прям} (R_{\rm вц} + R_{\rm рц})}};$$
(8)

$$W_{\rm врц} = 0.579 \left(\frac{F_{\rm врц}}{EL_{\rm прям}}\right) \left(\ln\left(\frac{4R_{\rm вц}R_{\rm рц}}{b_{\rm врц}^2}\right) + 0.814 \right).$$
(9)

Для расчета конкретной ПРВП удобно, выбрав массив значений $W_{\rm врц}$, численными методами, используя ЭВМ, найти значения $b_{\rm врц}$ и

 $F_{\rm врц}$, соответствующие значениям $W_{\rm врц}$, а затем аппроксимировать зависимости $b_{\rm врц}$ от $W_{\rm врц}$ и $F_{\rm врц}$ от $W_{\rm врц}$, и использовать эти зависимости в расчетах. При этом средняя погрешность при аппроксимации указанных зависимостей составит около 1 % и не превысит 3 %.

Для определения сближения $W_{\Gamma,BP}[I, J]$ *J*-го гладкого витка *I*-го ролика с сопрягаемым витком винта, а также осевой силы $F_{\Gamma,BP}[I, J]$ в этом сопряжении необходимо спроектировать W_{BPH} и F_{BPH} на ось *Z*. Затем, учитывая контакт шероховатых слоев сопрягаемых витков винта и ролика, получим искомые значения осевого сближения в сопряжении и осевую силу:

$$W_{\rm Bp\kappa}[I,J] = W_{\rm III.Bp}[I,J] + W_{\rm F.Bp}[I,J];$$
(10)

$$F_{\rm Bp\kappa}[I,J] = F_{\rm III.Bp}[I,J] + F_{\rm F.Bp}[I,J].$$
(11)

Расчетная схема контакта сопрягаемых витков ролика и гайки с гладкими профилями. Так как углы подъема резьбы ролика и гайки одинаковы, то первоначальная линия контакта сопрягаемых витков ролика и гайки лежит в плоскости, проходящей через оси ролика и гайки. Как уже отмечалось, виток ролика после приработки имеет прямолинейный участок, протяженностью $L_{прям}$, профиль витка гайки также прямолинейный. При этом гайка имеет внутреннюю резьбу. Отсюда видно, что контакт сопрягаемых витков ролика и гайки можно рассматривать как внутренний контакт двух цилиндров с параллельными осями. Радиус цилиндра-витка ролика определяется по формуле (7), а радиус цилиндра-витка гайки по следующей формуле:

$$R_{\rm ru} = \frac{D_{\rm r}}{2\cos^2\left(\frac{P_{\rm H}H_{\rm r}}{\pi D_{\rm r}}\right)\sin 45^\circ}.$$
 (12)

Известная задача Герца для данного случая не пригодна, так как в основе этой задачи лежит допущение о том, что площадка контакта плоская. Получить необходимые расчетные зависимости можно, используя задачу о внутреннем контакте двух цилиндров в постановке И.Я. Штаермана [9]. Однако в указанной работе для тел, выполненных из одинакового материала, определена только зависимость полуугла контакта от безразмерного коэффициента.

Поэтому, основываясь на выполненных ранее исследованиях [10, 11], в которых была продолжена задача И.Я. Штаермана, можно определить необходимые для расчета теоретические зависимости. В итоге для расчета данной ПРВП были разработаны с достаточной точностью (средние погрешности составляют $1 \dots 3$ %) регрессионные уравнения, которые связывают $b_{\rm pru}$ и $W_{\rm pru}$, а также $F_{\rm pru}$ и $W_{\rm pru}$.



Рис. 4. Пятно контакта при взаимодействии витков винта и ролика с гладкими профилями в двух проекциях

Для определения сближения $W_{\text{г.рг}}[I, J]$ *J*-го витка *I*-го ролика с сопрягаемым витком гайки и осевой силы $F_{\text{г.рг}}[I, J]$ в этом сопряжении необходимо спроецировать $W_{\text{ргц}}$ и $F_{\text{ргц}}$ на ось *Z*. Затем, учитывая контакт шероховатых слоев сопрягаемых витков ролика и гайки, можно получить искомые значения осевого сближения в сопряжении и усилия, которое вызывает это сближение:

$$W_{\rm pr\kappa}[I,J] = W_{\rm m.pr}[I,J] + W_{\rm r.pr}[I,J];$$
(13)
$$F_{\rm pr\kappa}[I,J] = F_{\rm m.pr}[I,J] + F_{\rm r.pr}[I,J].$$
(14)

Определение формы и размеров площадки контакта между сопрягаемыми витками деталей ПРВП. На рис. 4 изображены профили витков ролика и винта, показанные в момент первоначального касания (штриховая линия) и при сближении на величину $W_{\rm врц}$ (сплошная

линия). В сопряжении витков винта и ролика, имеющих гладкие профили, с учетом принятых допущений взаимодействуют цилиндры, т.е. площадка (пятно) контакта имеет прямоугольную форму с длиной $L_{\text{прям}}$ и шириной $2b_{\text{врц}}$. Назовем это прямоугольное пятно контакта основной частью площадки контакта. Из–за того, что прямолинейный участок 2'-3' витка ролика с двух сторон переходит в радиусные участки 1'-2' и 3'-4' (см. рис. 4), длина и площадь пятна контакта увеличиваются с ростом величины сближения $W_{\text{врц}}$.

Очевидно, что часть радиусного профиля витка ролика (например, на участке 3' - 4') также будет деформироваться. Были выполнены расчеты, для которых указанные части радиусного профиля витка ролика заменялись прямолинейными участками, которые параллельны профилю витка винта. Отсюда, с витком-цилиндром винта взаимодействует виток ролика, преобразованный в основной цилиндр с радиусом $R_{\rm pu}$, три цилиндра с радиусами $R_{\rm pu1} \dots R_{\rm pu3}$, расположенные с одной стороны от основного цилиндра и три таких же цилиндра, расположенные с другой стороны от основного цилиндра (см. рис. 4). В результате взаимодействия витка-цилиндра винта с виткомцилиндром ролика с радиусами $R_{\text{рц1}}$ и $R_{\text{рц3}}$ получались дополнительные участки пятна контакта (прямоугольные полоски а-е, см. рис. 4), для которых подбирались огибающие линии 2-1-6 и 3-4-5. Эти линии лучше всего аппроксимируются уравнением эллипса. Кроме того, считаем, что дополнительные участки площадки контакта расположены в одной плоскости с основной частью плошалки контакта.

Действительная площадь пятна контакта с учетом взаимодействия шероховатых



Рис. 5. Пятно контакта при взаимодействии витков винта и ролика с учетом взаимодействия шероховатых поверхностей в двух проекциях

слоев сопрягаемых витков еще больше, и в соответствии с принятыми допущениями это пятно показано штрих-пунктирной кривой на рис. 5. Для сравнения на этом же рисунке сплошной кривой показано пятно контакта витков с гладким профилем.

Точно так же увеличивается первоначальное пятно контакта при сопряжении витков роликов и гайки. Разница состоит только в том, что данное пятно контакта является неплоским, хотя выполненные расчеты показали, что отклонение пространственного пятна контакта от плоского пятна при малых его размерах является очень незначительным.

Размеры площадок контакта между сопрягаемыми витками деталей ПРВП определяются по программам с помощью ЭВМ.

Определение контактного давления между сопрягаемыми витками деталей ПРВП. Сопряжение витков винта и ролика с гладкими профилями преобразовано во внешний контакт цилиндров с параллельными осями, поэтому контактное давление на основной части площадки контакта определяется по известной формуле Герца с наибольшим значением [7]:

$$p_{\rm Bpu} = 0.418 \sqrt{\frac{F_{\rm Bpu} E(R_{\rm Bu} + R_{\rm pu})}{L_{\rm прям} R_{\rm Bu} R_{\rm pu}}}.$$
 (15)



Рис. 6. Эпюра давления на площадке контакта витков винта и ролика с гладкими профилями в трех проекциях



Рис. 7. Дополнительная эпюра контактного давления шероховатых слоев витков винта и ролика в трех проекциях

При детальном рассмотрении переход прямолинейного участка витка ролика в радиусный происходит плавно. Это позволяет сделать допущение о том, что в месте перехода нет концентрации давления. Как показали расчеты, на дополнительной части площадки контакта давление распределяется по эллипсоиду и, с учетом отсутствия указанной концентрации, плавно переходит в эпюру давления на основной части площадки контакта (рис. 6).

Эпюра контактного давления, возникающая из-за взаимодействия шероховатых слоев витков винта и ролика, показана на рис. 7. На основной части и на дополнительных частях площадки контакта витков винта и ролика с гладкими профилями (сплошная кривая, см. рис. 7) сближение шероховатых слоев достигает максимального значения, поэтому давление на всей этой площадке постоянно и равно с учетом формулы (4)

$$p_{\rm III} = F_{\rm III} / A_{\rm BPII}, \tag{16}$$

где $A_{\text{врц}}$ — суммарная площадь основной и дополнительных частей площадки контакта витков винта и ролика с гладкими профилями, мм².

Если из общей площади контакта шероховатых слоев $A_{\rm III}$ (штрихпунктирная кривая, см. рис. 7) вычесть $A_{\rm врп}$, то получится часть площади, на которой сближение шероховатых слоев не достигает максимального значения. Будем считать, что в точках этой части площади контакта давление пропорционально сближению. Как показали расчеты, это давление от границы площадки шероховатых поверхностей до границы площадки контакта витков винта и ролика с гладкими профилями меняется по линейному закону от нулевого значения до значения $p_{\rm III}$ (см. рис. 7). Для сопряжения витков ролика и гайки с гладкими профилями на основной части площадки контакта давление определяется с помощью рядов Фурье [10, 11]. На дополнительной части площадки контакта его определяют так же, как и при контакте витков винта и ролика, и давление плавно стыкуется с давлением на основной части площадки контакта. Дополнительная эпюра, возникающая из-за контакта шероховатых слоев ролика и гайки, определяется точно так же, как и при контакте винта и ролика.

Контактное давление между сопрягаемыми витками деталей ПРВП и суммарная нормальная сила в сопряжении рассчитываются по программам с помощью ЭВМ.

Методика расчета. Исследование проводили в несколько этапов, не считая большой подготовительной работы, чтобы существенно сократить время счета на ЭВМ.

1. Задают величину осадки из исходного положения среднего вдоль оси сечения гайки относительно роликов $W_{\rm pr}$.

2. Для конечного положения гайки вычисляют значения конечных зазоров (сближений) :

$$W_{\rm pr\kappa}[I,J] = W_{\rm pr\mu}[I,J] - W_{\rm pr}.$$
(17)

Если $W_{\text{ргк}}[I, J] < 0$, то для *J*-го витка *I*-го ролика сближение с сопрягаемым витком гайки равно модулю $W_{\text{ргк}}[I, J]$. В противном случае в сопряжении указанных витков ролика и гайки еще не выбран зазор. Если получилось сближение, то по его величине определяют, является ли этот контакт контактом только шероховатых слоев или смешанным — сначала шероховатых слоев, а затем витков ролика и гайки с гладкими профилями. Далее вычисляют значения площади контакта шероховатых слоев и соответствующего давления; значения площади контакта витков ролика и гайки с гладкими профилями и контактного давления (для смешанного контакта); размеры площадки или площадок контакта; суммарную, нормальную силы; осевую силу (проекцию нормальной силы на ось гайки), которая для угла профиля резьбы 90° и малого угла подъема резьбы практически равна радиальной силе (проекции нормальной силы на радиальную ось).

3. Для каждого ролика суммируют радиальные силы на витках и получают суммарные радиальные силы $F_{Rpr}[I]$, которые равны суммарным радиальным силам на гайке $F_{Rr}[I]$.

4. На гайку действует система сходящихся сил $F_{Rr}[I]$, которая должна быть уравновешена. Чтобы найти уравновешенное состояние гайки, вводят функцию, равную сумме проекций всех сил $F_{Rr}[I]$ на какуюнибудь ось. Если проводить ряд последовательных вычислений, то уравновешенное состояние гайки будет тогда, когда введенная функция поменяет знак. Последовательные вычисления проводят для четырех вложенных циклов. В первом цикле дается смещение оси гайки в одну и в другую сторону из начального положения по оси Х. Во втором цикле дается аналогичное смещение по оси У. В третьем цикле средняя плоскость гайки наклоняется в одну и другую сторону относительно оси Х. В четвертом цикле дается такой же наклон средней плоскости гайки относительно оси У. Как правило, количество уравновешенных состояний гайки достигает 10...20 и более. Выбранным конечным уравновешенным состоянием гайки является такое, для которого суммарная осевая сила на гайке $F_{r\Sigma}$ будет минимальной. Объясняется это тем, что механическая система займет такое положение из ряда возможных положений, для которого сила будет наименьшей. В итоге к исходным значениям углов наклона среднего сечения гайки $\Delta \varphi_{{}_{\Gamma}X{}_{\mathrm{H}}}$ и $\Delta \varphi_{{}_{\Gamma}Y_{H}}$ добавляются найденные конечные углы наклона этого же сечения гайки $\Delta \varphi_{rX\kappa}$ и $\Delta \varphi_{rY\kappa}$, а также смещения $\Delta X_{r\kappa}$ и $\Delta Y_{r\kappa}$ оси гайки относительно оси винта по осям X и Y. Как показал расчет, величины $\Delta X_{\rm rk}$ и $\Delta Y_{\rm rk}$ невелики и не влияют на искомую погрешность ПРВП, поэтому ими можно пренебречь. Значения $\Delta \varphi_{rX_{k}}$ и $\Delta \varphi_{rY_{k}}$ составляют в среднем 0,00002...0,00003 радиан. Значение главного опрокидывающего гайку момента, как показал расчет, невелико. В конструкции ПРВП этот момент воспринимается базовыми элементами гайки, которые предназначены для соединения ее с исполнительным механизмом.

5. Каждый ролик в радиальном и осевом направлениях должен быть уравновешен, поэтому сначала задается малое значение осадки ролика относительно винта $W_{\rm p}[I]$. Затем в цикле осадка увеличивается, для нее вычисляют значения конечных зазоров (сближений) между сопрягаемыми витками ролика и винта:

$$W_{\rm Bpk}[I, J] = W_{\rm Bph}[I, J] - W_{\rm p}[I].$$
(18)

Далее вычисляют те же параметры, что для пункта 2 методики расчета. Для каждого ролика суммируют радиальные силы на витках и определяют суммарную радиальную силу $F_{R_{BP}}[I]$. Если получилось, что $F_{R_{PT}}[I] \approx F_{R_{BP}}[I]$, то расчеты в цикле завершаются и все величины, соответствующие последнему значению $F_{R_{BP}}[I]$, считаются окончательными, в том числе и осадка ролика относительно винта $W_p[I]$.

6. Рассмотрим схему нагружения каждого ролика (рис. 8). По осям Z и Y ролик уравновешен, так как по этому условию заканчивался расчетный цикл по возрастанию $W_p[I]$. Неуравновешенная окружная сила вдоль оси X, нормальной к плоскости, образованной осями Z и Y, а также опрокидывающие моменты уравновешиваются реакциями в отверстиях сепараторов.



Рис. 8. Ролик с действующей на него нагрузкой в двух проекциях

7. Из условия равенства сил в месте контакта сопрягаемых витков ролика и винта получаем радиальную $F_{R_{\rm B}}[I, J]$, осевую $F_{A_{\rm B}}[I, J]$ и окружную $F_{t_{\rm B}}[I, J]$ силы на каждый рабочий виток винта; суммарные по образующим винта силы: радиальную $F_{R_{\rm B},{\rm obp}}[I]$, осевую $F_{A_{\rm B},{\rm obp}}[I]$ и окружную $F_{t_{\rm B},{\rm obp}}[I]$. Если просуммировать указанные силы, то получим суммарные силы, действующие на винт: радиальную $F_{R_{\rm B}\Sigma} \approx 0$, так как гайка самоуравновешена и радиальные нагрузки с гайки через ролики передаются на винт; осевую $F_{A_{\rm B}\Sigma} \approx F_{r\Sigma}$; окружную $F_{t_{\rm B}\Sigma}$, которая дает крутящий момент на винте без учета сил и моментов трения. Неуравновешенные опрокидывающие моменты воспринимаются опорами винта.

8. Так как величины осадки роликов относительно винта $W_{\rm p}[I]$ не равны между собой, это означает, что комплект роликов относительно винта повернут в двух плоскостях. Для определения указанных углов поворота $\Delta \varphi_{\rm PXK}$ и $\Delta \varphi_{\rm PYK}$ методом наименьших квадратов в пространстве строилась плоскость через n точек, соответствующих $W_{\rm p}[I]$. Величины $W_{\rm p}[I]$ отстоят от построенной плоскости в среднем на величину, равную около $5 \dots 10$ % $W_{\rm p}[I]$ наибольшей по величине. Далее определяли указанные углы. Координата точки пересечения построенной плоскости с осью Z определяет осадку $W_{\rm Bp}$ комплекта роликов относительно винта.

9. Определяют суммарную осадку гайки относительно винта для предварительного расчета, которая соответствует осевой силе на гайке $F'_{r\Sigma}$:

$$W_{\rm r}' = W_{\rm Bp} + W_{\rm pr}.\tag{19}$$

На этом предварительный расчет заканчивается.

10. Для уточненного расчета определяли перемещения гайки и винта от действия найденных осевых сил. Далее, начиная с пункта 1 методики расчета, вычисления повторялись. Рассчитанные перемещения винта и гайки учитывают в формулах (17) и (18). Результатом уточняющего расчета служат значения двух сил: осевой силы на гайке $F_{r\Sigma}$ и соответствующей ей силы осадки гайки относительно винта

$$W_{\rm r} = W_{\rm Bp} + W_{\rm pr} = \delta_{\rm ge\phi,r},\tag{20}$$

что и требовалось получить.

Кроме того, сложив углы наклона средней плоскости гайки для конечного положения $\Delta \varphi_{\Gamma XK}$ и $\Delta \varphi_{\Gamma YK}$ и углы поворота комплекта роликов относительно винта $\Delta \varphi_{PXK}$ и $\Delta \varphi_{PYK}$, получим суммарный угол наклона средней плоскости гайки относительно оси винта. Как показали результаты расчета, указанный суммарный угол составляет в среднем 0,00003...0,00004 радиан и не влияет на погрешность $\delta_{\text{пеф.г.}}$.

Результаты расчетов. В настоящей статье представлены данные только по погрешности $\delta_{\text{деф.r}} = W_{\text{г}}$. Для простоты будем использовать обозначение $W_{\text{г}}$, а также составляющие указанной погрешности $W_{\text{вр}}$ и $W_{\text{рг}}$. Если рассмотреть график зависимости $F_{\text{г}\Sigma}$ от $W_{\text{г}}$, то эта зависимость характеризует жесткость гайки ПРВП. На рис. 9 приведена указанная зависимость ПРВП, для которой средний шаг винта $P_{\text{в}} = 1,600085$ мм, средний шаг всех роликов $P_{\text{р}} = 1,599972$ мм, а средний шаг гайки $P_{\text{г}} = 1,599822$ мм.

Кроме того, на этом же рисунке представлена зависимость $F_{r\Sigma}$ от W_{pr} , которая является одной из составляющих общей осадки гайки W_r .



Рис. 9. Зависимость силы $F_{\mathrm{r}\Sigma}$ на гайке от ее осадки W_{r}

При небольших значениях силы $F_{\Gamma\Sigma}$ величина $W_{D\Gamma}$ составляет больше половины от осадки гайки $W_{\rm r}$, т.е. $W_{\rm pr} > W_{\rm Bp}$. Затем с ростом осевой силы на гайке разница между $W_{\rm pr}$ и $W_{\rm bp}$ уменьшается, а при больших силах уже $W_{\rm BD} > W_{\rm pr}$. Такое соотношение между составляющими $W_{\rm DF}$ и $W_{\rm BD}$ объясняется рядом причин. В исходном положении только три ролика своими рабочими витками взаимодействовали с сопрягаемыми витками гайки, а в сопряжении винт-ролики каждый ролик своим рабочим витком взаимодействовал с витком винта. Поэтому для исходного положения жесткость сопряжения

ролик–гайка меньше, чем жесткость сопряжения ролик–винт. Далее с ростом осевой силы на гайке зазоры в этих двух указанных сопряжениях выбираются, и практически между всеми сопрягаемыми витками винта и роликов, роликов и гайки происходит контакт. При этом контактная жесткость между сопрягаемыми витками винта и ролика меньше, чем контактная жесткость между сопрягаемыми витками ролика и гайки, так как контакт сопрягаемых витков винта и ролика внешний, а контакт сопрягаемых витков ролика и гайки внутренний, при прочих равных условиях площадь пятна последнего контакта больше. Контактное давление в сопряжении витков ролика и гайки меньше, чем контактное давление в сопряжении витков ролика и винта, так как давление пропорционально осевой силе и обратно пропорционально площади пятна контакта. Поэтому с ростом осевой силы и начинает доминировать эта причина.

Как видно из зависимости $F_{r\Sigma}$ от W_r (см. рис. 9), при малой нагрузке гайка имеет значительную осадку, что объясняется низкой контактной жесткостью шероховатых слоев контактирующих витков деталей передачи, а также малым числом контактирующих витков. Чтобы повысить жесткость, а значит и точность ПРВП, необходимо выбрать зазоры между контактирующими витками деталей передачи и создать усилие преднатяга. Для этого нужно изменить конструкцию ПРВП [12].

С помощью графика, приведенного на рис. 9, по заданной нагрузке можно определить величину осадки гайки относительно винта или погрешность $\delta_{\text{ned.r}} = W_{\text{r}}$.

Распределение нагрузки $F_{r\Sigma}$ между роликами ПРВП. Осевая сила с гайки неравномерно распределяется между роликами, передающими ее на винт. Например, для произвольной осевой силы на гайке $F_{r\Sigma} = 3202$ Н наиболее нагруженные ролики, количество которых равно 10, воспринимают более 25 % указанной силы, а наименее нагруженные ролики — около 2 %. С ростом осевой силы неравномерность распределения нагрузки между роликами постепенно снижается. Для $F_{r\Sigma} = 38446$ Н наиболее нагруженный ролик воспринимает около 15 % указанной силы, а наименее нагруженный ролик — около 7 % и так далее.

Распределение нагрузки $F_{r\Sigma}$ между витками деталей ПРВП. Рассмотрим для произвольной осевой силы на гайке $F_{r\Sigma} = 3202$ Н распределение нагрузки между витками роликов в двух сопряжениях (между роликами и гайкой и между роликами и винтом), а также сколько витков роликов в этих сопряжениях вступили в контакт при указанной нагрузке.

Длина резьбовой части ролика равна $L_{\rm p}=80\,{\rm mm},$ а номинальный шаг резьбы — $P_{\rm H}=1,6\,{\rm mm}.$ Отсюда количество витков ролика на каж-

дой образующей равно 50. Условно разделим это количество витков ролика на 10 интервалов по 5 витков в каждом. Пусть m — индекс (номер) интервала, тогда m = 1, ..., 10. Десять роликов ПРВП в сопряжении с винтом и в сопряжении с гайкой имеют $N_{\Sigma} = 500$ витков, значит в каждом интервале общее количество витков равно $N_{\text{инт}\Sigma} = 50$.

Обозначим $N_{\text{инт}}[m]$ — общее количество витков в каждом интервале, которые находятся в контакте с сопрягаемыми витками. Тогда отношение $N_{\text{инт}}[m]/N_{\text{инт}\Sigma}$ называется относительным количеством контактирующих витков ролика, и оно представлено для различных интервалов на рис. 10: сплошной линией — для сопрягаемых витков ролика и гайки, штриховой линией — для сопрягаемых витков ролика и винта. Пусть F[m] — суммарная сила всех витков всех роликов, относящихся к данному интервалу. Тогда на рис. 11 показаны гистограммы F[m] или распределения суммарной осевой силы по тем же интервалам: сплошной линией — для сопрягаемых витков ролика и распределения витков ролика и винта.



Рис. 10. Гистограммы распределения контактирующих витков ролика вдоль его оси (по интервалам):

сплошная линия — для сопрягаемых витков ролика и гайки; штриховая — для сопрягаемых витков ролика и винта



Рис. 11. Гистограммы распределения суммарного осевого усилия на ролике вдоль его оси (по интервалам):

сплошная линия — для сопрягаемых витков ролика и гайки; штриховая — для сопрягаемых витков ролика и винта

Из гистограмм (см. рис. 10) видно, что не все витки ролика вступили в контакт с сопрягаемыми витками винта и гайки. Причина этого заключается в том, что первоначальные зазоры между витками в данном сопряжении различны по величине, а также в малой величине осевой силы на гайке. Кроме того, количество контактирующих витков неравномерно распределено вдоль оси ролика (по интервалам). Это также объясняется различной величиной начальных зазоров между витками ролика и гайки. А это различие зависит от соотношения средних шагов ролика и гайки и ролика и винта.

В сопряжении витков гайки и роликов последние имеют 256 контактирующих витков, а в сопряжении витков винта и роликов у последних работают 370 витков, т.е. практически в 1,5 раза больше. Такая разница объясняется также, как и ранее.

Распределение суммарной осевой силы на ролике в двух его сопряжениях (см. рис. 11) также зависит от начальных зазоров в указанных сопряжениях, поэтому гистограммы на рис. 10 и 11 качественно схожи.

Исследование влияния величины рабочей осевой силы $F_{r\Sigma}$ на ее распределение по виткам роликов в сопряжениях с винтом и гайкой. Для этого исследования строили не гистограммы, а графики зависимости исследуемого параметра вдоль оси ролика или для различных интервалов. Для этого гистограммы перестраивали следующим образом. Брали 10 точек по числу интервалов, для которых абсциссами были середины интервалов, а ординатами — значения исследуемых параметров для соответствующих интервалов. Далее по этим десяти точкам методом наименьших квадратов определяли функции, плавные графики которых и приведены на рис. 12–15.

На рис. 12 представлены зависимости относительного количества контактирующих витков ролика в сопряжении с гайкой для различных по величине усилий $F_{r\Sigma}$.







Рис. 13. Распределение осевого усилия на гайке вдоль оси ролика для сопряжения с гайкой и различных сил



Рис. 14. Зависимости относительного количества контактирующих витков ролика вдоль его оси для сопряжения с винтом и различных сил



Рис. 15. Распределение осевого усилия на гайке вдоль оси ролика для сопряжения с винтом и различных сил

На рис. 13 приведено распределение общей силы $F_{r\Sigma}$ вдоль оси гайки, сопрягаемой с роликами, для различных по величине $F_{r\Sigma}$.

На рис. 14 и 15 представлены аналогичные зависимости, но для со-пряжений роликов с винтом.

Как видно из представленных на рис. 12 и 14 графиков, количество контактирующих витков роликов увеличивается с ростом осевой силы

на гайке (винте) $F_{r\Sigma}$. Причина этого явления заключается в том, что с ростом нагрузки уменьшаются величины зазоров, и все больше сопрягаемых витков становятся контактирующими. Более интенсивно этот процесс проходит для сопряжения роликов с винтом по причине, которая неоднократно отмечалась ранее.

По той же причине с возрастанием осевой силы на винте (гайке) $F_{r\Sigma}$ выравнивается распределение этой силы вдоль оси ролика (см. рис. 13 и 15).

Выводы. 1. В настоящее время наиболее перспективными передачами, преобразующими вращательное движение в поступательное, являются ПРВП, поэтому исследование точности этих передач является актуальным.

2. В опубликованных ранее работах представлены результаты исследований точности кинематических ПРВП, в которых осевая сила пренебрежимо мала. Эти исследования определяют исходные данные для изучения точности силовых ПРВП.

3. Кинематическую погрешность ПРВП от действия нагрузки можно условно разложить на погрешность, которая равна изменению длины винта как стержня, и погрешности, которые возникают из-за контактных деформаций сопрягаемых витков деталей ПРВП и осевых деформаций гайки, роликов и части винта, взаимодействующей с роликами. Изгибные деформации витков можно не учитывать из-за малости.

4. Так как одной из основных особенностей ПРВП является наличие многочисленных избыточных связей, то исследования проводили статистико-вероятностными методами, в основу которых положены данные метрологических измерений.

5. Разработанная ранее пространственная физическая модель ПР-ВП была дополнена фрагментами, описывающими контакт шероховатых слоев сопрягаемых витков деталей передачи, а также контакт гладких сопрягаемых витков винта и ролика, ролика и гайки. Для указанных фрагментов было разработано соответствующее математическое и программное обеспечение.

6. Для определения кинематических погрешностей ПРВП под действием нагрузки была разработана методика силового расчета ПРВП с определением напряженно-деформированного состояния деталей передачи.

7. Получена теоретическая характеристика осевой осадки гайки ПРВП относительно винта в зависимости от рабочей нагрузки. Для повышения жесткости ПРВП необходимо компенсировать осевые зазоры между витками резьбовых деталей ПРВП и создавать силы предварительного сжатия ее деталей. 8. Получены данные по распределению нагрузки, приложенной к гайке, между роликами; осевой нагрузки, действующей на ролик между его витками вдоль двух образующих, по которым витки ролика взаимодействуют с витками винта и витками гайки. Кроме того, получены данные по относительной частоте контакта витков роликов вдоль продольной оси при различной нагрузке. С увеличением нагрузки все указанные неравномерности ее распределения уменьшаются, а количество контактирующих витков во всех сопряжениях возрастает.

Работа выполнена по гранту Министерства образования РФ по фундаментальным исследованиям в области технических наук.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Б л и н о в Д. С. Исследование точности кинематических планетарных роликовинтовых передач // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение". – 2002. – № 3. С. 39–56.
- 2. Блинов Д.С. Точность кинематических планетарных роликовинтовых передач с резьбовой гайкой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение". – 2003. – № 1. – С. 69–86.
- 3. Р е ш е т о в Д. Н. Детали машин: Учебник для студентов машиностроительных и механических специальностей вузов. М.: Машиностроение, 1989.
- 4. Р е ш е т о в Д. Н. Работоспособность и надежность деталей машин. М.: Высшая школа, 1974.
- 5. С п о с о б измерения профилей резьб роликов планетарных роликовинтовых передач и обработка результатов / Д.С. Блинов, О.А. Ряховский, П.А. Соколов и др. // Вестник машиностроения. 1998. № 7.
- 6. С п о с о б измерения рабочих поверхностей ходовых резьб и обработка полученных результатов / Д.С. Блинов, О.А. Ряховский, П.А. Соколов и др. // Вестник машиностроения. 1997. № 2.
- 7. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в 3-х томах. Том 2; Под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. М.: Машиностроение, 1968.
- 8. Блинов Д.С., Ряховский О.А., Соколов П.А. Численный метод определения точки первоначального контакта витков двух винтов с параллельными осями и различными углами подъема резьбы // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение". – 1996. – № 3. – С. 93–97.
- 9. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости. М.: Гостехиздат, 1949.
- 10. Блинов Д.С., Шатилов А.А. Определение усилий закрепления заготовок в станочных приспособлениях методами контактной задачи теории упругости // В сб.: Повышение надежности и долговечности изделий технологическими методами. – М.: МВТУ, 1978.
- Блинов Д. С. Разработка и исследование самоцентрирующих зажимных механизмов точных переналаживаемых приспособлений: Дис. ... канд. техн. наук. – М.: МВТУ, 1984.
 - 12. Блинов Д.С. Новое направление в проектировании планетарных роликовинтовых передач // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение". – 2001. – № 4. – С. 52–61.

Статья поступила в редакцию 24.01.03