

## **ПРОБЛЕМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГРУНТОВ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНЫХ МАШИН**

*Эффективность использования математических моделей движения колесных машин в значительной мере зависит от качества вводимых в модель характеристик грунтов. Сложность представления этих характеристик объясняется влиянием большого числа факторов на характеристики деформируемости грунтов. Проанализированы известные математические модели деформации грунта, начиная от простейшей, и подробно рассмотрена модель деформации грунта, разработанная авторами. Эта модель учитывает влияние на деформацию грунта при воздействии колес большинства реально действующих факторов: нагрузки, размеров и формы поверхности контакта, направления действия суммарной силы, приложенной к колесу, скорости движения.*

При разработке транспортных и специальных машин, используемых на местности, оценивается влияние основных конструктивных параметров на эффективность машины при различных условиях эксплуатации. Решать эти задачи экспериментально очень трудно и дорого из-за большого многообразия свойств грунтовых поверхностей. За более короткое время и с меньшими затратами эти задачи решаются расчетными методами с использованием математического моделирования движения машины по грунтовой поверхности.

Это направление широко развивается. Однако на пути получения достоверных результатов расчетными методами встретилось много трудностей.

В последние годы внимание исследователей было сосредоточено на решении следующих проблем:

- как учесть в математических моделях грунта влияние площади и формы поверхности контакта движителя с грунтом;
- как учесть неоднородность грунта по глубине;
- как изменяется сопротивление грунта вдавливанию в зависимости от направления действующей нагрузки;
- как изменяются параметры грунта, входящие в математические модели, в результате прохода различного числа колес по одному следу;
- как определить конкретные величины параметров грунта, используемых в математических моделях;
- как использовать накопленные данные по физическим свойствам

грунтов (влажность, плотность, механический состав) при моделировании движения колесных и гусеничных машин.

Предложено и используется большое число моделей, описывающих восприятие грунтом вдавливающих и сдвигающих нагрузок. Они отличаются диапазоном условий применимости.

Самая ранняя модель

$$q = ch^\mu, \quad (1)$$

где  $h$  — погружение вдавливаемого тела в грунт;  $q$  — давление на грунт;  $c$  и  $\mu$  — параметры, характеризующие свойства грунта.

Диапазон применимости этой модели очень узок, так как значения параметров  $c$  и  $\mu$  зависят не только от свойств грунта, но и от параметров движителя (площади и формы поверхности контакта, эластичности) и режима нагружения (динамики и направления действующей на грунт нагрузки). Кроме того, эта модель непригодна для многих грунтов с ограниченной толщиной верхнего мягкого слоя на более жестком основании.

В процессе многолетнего исследования взаимодействия с грунтом колесных и гусеничных движителей модели грунта изменяли в целях учета все большего числа факторов, влияющих на поведение грунта под нагрузкой. При этом параметры грунта в этих моделях все более приближаются к независимым от параметров движителя и режима нагружения.

Были предложены модели, учитывающие влияние площади вдавливаемого тела (штампа) на функцию  $q(h)$ :

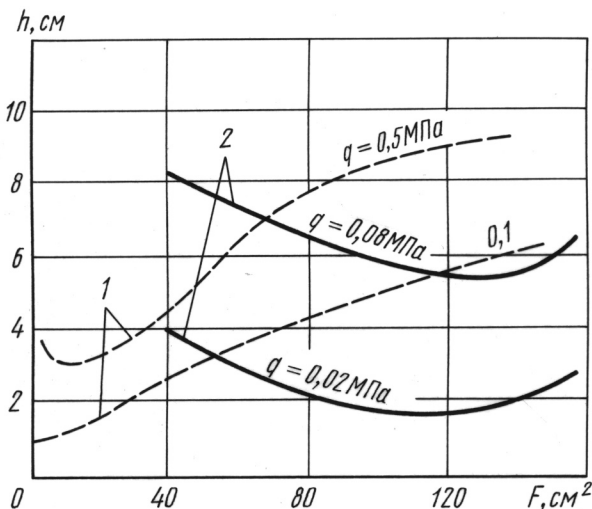
$$q = C_1 \left( \frac{h}{D} \right)^\mu; \quad (2)$$

$$q = \left( \frac{C_2}{b} + C_3 \right) h^\mu; \quad (3)$$

$$q = (C_4 + C_5 D) \left( \frac{h}{D} \right)^\mu, \quad (4)$$

где  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, \mu$  — параметры грунта;  $D$  — диаметр круга, равновеликого площади поверхности нагружения;  $b$  — ширина поверхности нагружения.

По результатам экспериментального исследования установлено, что функция  $h(b)$  при  $q = \text{const}$  имеет минимум (рис. 1). Это означает, что влияние площади штампа на функцию  $q(h)$  различно в зонах  $b < b_{\text{опт}}$  и  $b > b_{\text{опт}}$ . Причем значение  $b_{\text{опт}}$  существенно различно для связных и фрикционных грунтов.



**Рис. 1. Зависимость деформации грунта от площади штампа:**  
 1 — глинистый грунт; 2 — стерня на песчаном грунте

Формула (2) отражает только зону  $b > b_{\text{опт}}$  и может быть использована лишь для глинистых и тяжелосуглинистых грунтов, у которых зона  $b < b_{\text{опт}}$  мала. Формула (3) [1] пригодна для большего диапазона грунтов. Однако зона  $b < b_{\text{опт}}$  и этой формулой не отражается в достаточной мере.

Формула (4) [2] наиболее полно отражает влияние площади штампа на функцию  $q(h)$ .

Можно ли формулы (2)–(4) применять для грунтов неоднородных по глубине, в частности, для весьма распространенных грунтов с верхним слабым слоем небольшой толщины на более жестком основании?

Функция  $q(h)$  для этих грунтов имеет вид, показанный на рис. 2. Для нее характерно наличие выпуклой и вогнутой зон. Степенные уравнения могут описать только выпуклую кривую при  $\mu < 1$  или только вогнутую кривую при  $\mu > 1$ . Их применение в рассматриваемых условиях приводит к существенным ошибкам.

Более универсальными, пригодными и для двухслойных грунтов, являются формулы:

$$q = \left[ \frac{1}{q_s} + \frac{b}{Eh} \operatorname{arctg} \left( \frac{H_r - h}{b} \right) \right]^{-1}; \quad (5)$$

$$q = q_s (1 - e^{-hk_1}) + q_{sn} e^{-(H_r - h)k_2}, \quad (6)$$

**Рис. 2. Характер зависимости  $q(h)$  на двухслойном грунте**

где  $q_s$  — несущая способность верхнего слоя;  $q_{sn}$  — несущая способность нижнего слоя (основания);  $H_r$  — толщина верхнего мягкого слоя;  $E$  — модуль деформации грунта;  $k_1, k_2$  — параметры деформации верхнего и нижнего слоев грунта.

Формула (5) [3, 4] многие годы используется в моделях расчета проходимости автомобилей. Параметры  $q_s, E$  и  $H_r$  имеют строгий физический смысл. Для определения несущей способности  $q_s$  в механике грунтов предложено несколько формул. В практике расчетов используется формула  $q_s = bX_1 + c_0X_2 + hX_3$ , где  $X_1, X_2, X_3$  — параметры, зависящие от угла внутреннего трения, рис. 3 [3, 4].

Формула (6) [5] привлекает физической ясностью структуры, однако, она содержит большое число параметров грунта, по которым еще нет накопленных статистических данных.

Для грунтов с верхней коркой или задернованным слоем применяется формула  $q_s = c_0 H_g S_n / F$ , где  $H_g$  — толщина корки;  $S_n, F$  — периметр и площадь поверхности нагружения;  $c_0$  — внутреннее сцепление.

Под воздействием движителя на грунт суммарная нагрузка как правило приложена не по нормали к поверхности грунта, а под различными углами. Чем больше отклонение вектора нагрузки от нормали, тем меньше несущая способность грунта, определяемая его предельным напряженным состоянием (рис. 4). Особенно сильно это явление проявляется на песчаных грунтах, на которых предельная по

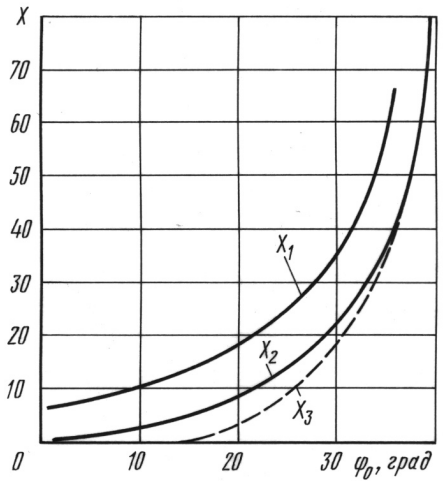


Рис. 3. Графики для определения параметров несущей способности грунта в зависимости от угла внутреннего трения

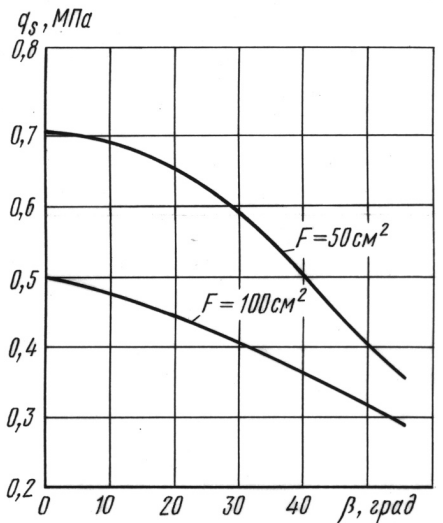
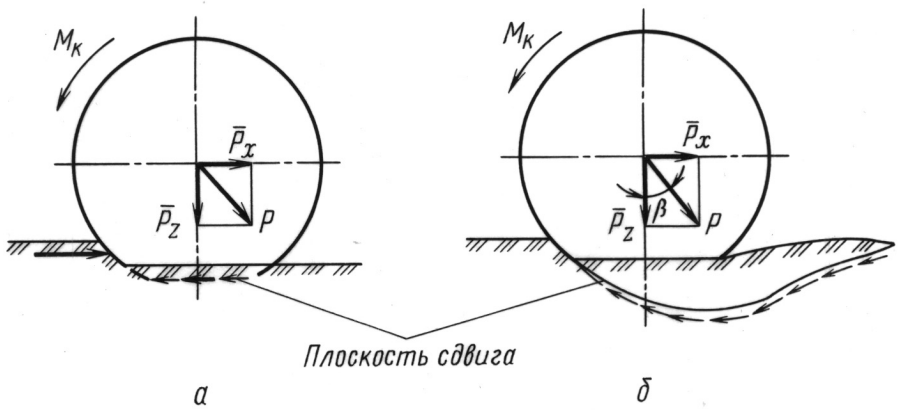


Рис. 4. Изменение несущей способности грунта в зависимости от угла между вектором нагрузки и нормалью к поверхности грунта



**Рис. 5.** Схемы ограничения сцепления колеса с грунтом:  
*a* — на связном грунте; *б* — на песчаном грунте

сцеплению с грунтом сила тяги определяется не скольжением (буксованием) колеса, а потерей грунтом несущей способности (рис. 5, схема 2). Предложения по математическому описанию этого явления даны в работах [3, 4, 6]. Практическое подтверждение получила формула

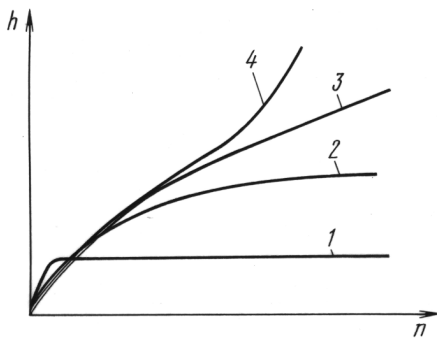
$$q_{s\beta} = bX_1 \frac{\pi - 4\beta \operatorname{tg} \varphi_0}{\pi + 4\beta \operatorname{tg} \varphi_0} + c_0X_2 \frac{3\pi - 2\beta}{3\pi + 2\beta} + hX_3, \quad (7)$$

где  $\beta$  — угол между вектором нагрузки и нормалью к поверхности грунта.

Сложным оказался вопрос расчетного определения изменения инвариантных параметров грунта в результате воздействия колес автомобиля. Решение этого вопроса имеет важное значение для определения показателей взаимодействия с грунтом колес,двигающихся по колее, образованной впереди прошедшими колесами, а также для определения уплотнения грунта — важного экологического показателя.

В предыдущие годы накоплен обширный материал по изменению глубины колеи при последовательном проходе колес по одному следу. Установлено четыре зависимости (рис. 6).

Зависимость 1 наблюдается на связных грунтах при влажности ниже предела пластичности.



**Рис. 6.** Характеристики изменения глубины колеи в зависимости от числа проходов колес

Зависимость 2 характерна для пластичного состояния грунта, когда нагрузка не превышает несущей способности. Зависимость 3 получается на грунтах с влажностью ниже предела текучести при нагрузке выше несущей способности грунта. Зависимость 4 установлена для грунтов с влажностью, близкой к пределу текучести, или при воздействии нагрузок, значительно превышающих несущую способность.

Вопрос цикличности нагружения грунта тесно связан со временем действия нагрузки. Для деформации грунта требуется определенное время. При движении автомобиля время действия нагрузки от колеса на участок грунта, равный длине контакта, мало. При последовательных проходах колес суммарное время действия нагрузки увеличивается и, следовательно, возрастает деформация грунта (глубина колеи).

При уплотнении влажных грунтов происходит выдавливание воды и перетекание ее. На это требуется время. Чем меньше время действия нагрузки на грунт, тем меньше уплотнение грунта, меньше нагрузки, передаваемые через скелет грунта и больше — через воду. Соответственно снижаются силы трения между частицами грунта и сопротивление сдвигу, но вместе с тем повышается модуль деформации грунта, снижается глубина распространения напряжений.

Основываясь на этих явлениях, предлагается учитывать влияние времени действия нагрузки на глубину колеи введением в правую часть уравнения (5) динамического коэффициента  $k_d = 1 + \alpha/(t\varphi_0)$ , где  $t$  — время действия нагрузки, с,  $\varphi_0$  — угол внутреннего трения грунта, рад.,  $\alpha$  — 0,0087 рад.·с.

Время действия нагрузки можно выразить через скорость, длину контакта и число проходов колес по одному следу ( $t = Ln/v$ ) и таким образом учитывать в расчетах влияние скорости и число проходов на глубину колеи, сопротивление качению, сцепление колес с грунтом.

В качестве примера на рис. 7,а приведены зависимости глубины колеи от числа проходов, полученные по кривой деформируемости грунта  $q(h)$ , при условии, что глубина колеи определяется давлением  $q_d = q/[1 + \alpha v/Ln\varphi_0]$  (рис. 7, б). Характер зависимостей полностью соответствует экспериментальным кривым, приведенным на рис. 6, что свидетельствует о пригодности указанного метода для практических расчетов.

Последующие исследования были направлены на разработку методов определения измененных в результате проходов колес физико-механических параметров грунта (влажности  $W$ , плотности  $\rho$ , модуля деформации  $E$ , угла внутреннего трения  $\varphi_0$ , внутреннего сцепления  $c_0$ ). Работа ведется в нескольких направлениях.

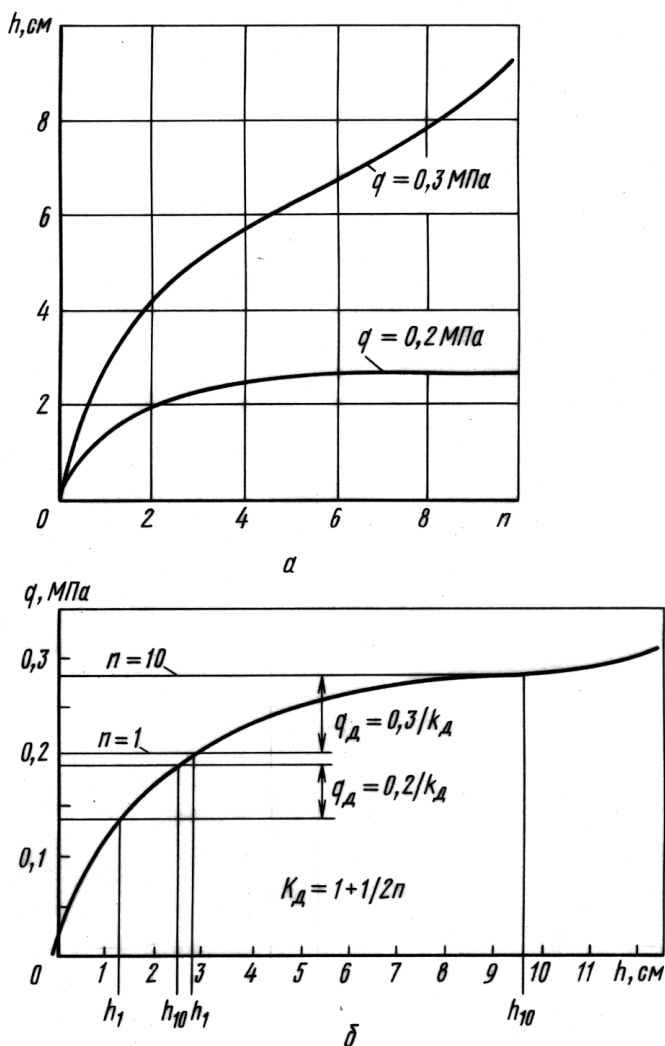


Рис. 7. Использование динамического коэффициента  $k_d$  для определения глубины колеи в зависимости от числа проходов

1. В.В. Сапожниковым экспериментально установлено, что на связных грунтах зависимость внутреннего сцепления  $c_0$  от числа циклов нагружения имеет сложный характер. Вначале наблюдается повышение  $c_0$ , а затем происходит разрушение структуры и  $c_0$  монотонно снижается. Угол внутреннего трения  $\varphi_0$  монотонно возрастает. Им предложен метод определения механических параметров грунта  $E_n$ ,  $\varphi_{0n}$ ,  $c_{0n}$  в зависимости от числа проходов колес при известных исходных значениях  $E$ ,  $\varphi_0$ ,  $c_0$ . Накапливаются материалы по количественным значениям коэффициентов, которые входят в расчетные формулы [7].

2. Я.С. Агейкиным и В.П. Жураковским разработан метод определения плотности и влажности грунта после прохода колес. Механические

параметры грунта  $E$ ,  $\varphi_0$ ,  $c_0$  определяются в зависимости от вида грунта, влажности и плотности [3].

В работах В.В. Ларина разработана методика определения  $E$ ,  $\varphi_0$ ,  $c_0$  по физическим параметрам грунта с использованием таблиц [8].

Аналогичные разработки, но в иной форме выполнены М.И. Ляско [9].

При определении силы сцепления колеса с грунтом наиболее часто используют уравнения

$$\tau_{\max} = q \operatorname{tg} \varphi_0 + c_0; \quad (8)$$

$$\tau = \tau_{\max} [1 - \exp(-j/k_\tau)], \quad (9)$$

где  $j$  — сдвиг грунта;  $k_\tau$  — параметр, характеризующий нарастание  $\tau$  при увеличении  $j$ . Замена  $q$  на  $q/k_d$  в формуле (8) дает возможность учитывать время действия нагрузки.

В последнее время усилия исследователей направлены на выяснение зависимости  $\tau_{\max}$  и  $k_\tau$  от высоты грунтозацепов, расстояния между ними, а также от режима (динамики) нагружения.

По данным Н.Ф. Кошарного [10] сопротивление сдвигу несвязных грунтов практически не зависит от скорости сдвига. При увеличении скорости сдвига от 0,2 до 1,2 м/с сопротивление сдвигу на среднем суглинке увеличивается примерно на 20 %. По опытным данным В.А. Кузьменко возрастание сопротивления сдвигу при увеличении скорости более 1 м/с происходит еще более интенсивно.

Для водонасыщенных связных грунтов применяют известные реологические модели [3]. Для жидких грунтов — модель Ньютона, для текучих — модель Шведова–Бингама, для мягкопластичных — модель псевдопластичного тела:

$$\tau = \tau_0 + \eta_n (ds_\tau/dh)^p, \quad (10)$$

при  $\tau = 0$ ,  $p = 1$  — модель Ньютона; при  $\tau \neq 0$ ,  $p = 1$  — модель Шведова–Бингама; при  $\tau_0 \neq 0$ ,  $p \neq 1$  — модель псевдопластичного тела, где  $\eta_n$  — коэффициент пластической вязкости;  $ds_\tau/dh$  — градиент скорости сдвига.

Самым слабым местом является определение количественных значений параметра  $k_\tau$ . Значительный вклад в решение этого вопроса сделан Г.Ю. Ястребовым [11].

Современные модели движения колесной машины по грунту включают в себя следующие механические параметры грунта: толщину верхнего мягкого слоя  $H_r$ , модуль деформации  $E$ , угол внутреннего трения  $\varphi_0$ , внутреннее сцепление  $c_0$ , коэффициент продольного сдвига  $k_\tau$ . Все эти параметры можно отнести к инвариантным (независимым) параметрам грунта. Их количественные значения определяются с помощью



различных пенетрометров. Идет процесс накопления этих данных для различных регионов страны. При этом серьезные трудности возникают из-за большого многообразия почвогрунтов и нестабильности их состояния.

Применение осредненных значений указанных параметров грунта не всегда возможно. Во многих случаях целесообразно использовать статистические характеристики грунта, в частности, интегральные функции распределения.

Увязать между собой интегральные функции большого числа перечисленных параметров и вводить их в математические модели весьма сложно. Значительно проще получить статистические характеристики физических параметров грунта: влажности и плотности и использовать функциональные и корреляционные связи механических параметров грунта с физическими.

Методика определения параметров  $E$ ,  $\varphi_0$ ,  $c_0$ ,  $k_T$  в зависимости от вида грунта, его влажности и плотности разработана несколькими исследователями [3, 4, 6–8, 10]. В Московском государственном индустриальном университете накоплен большой объем информации по статистическим характеристикам почвогрунтов, создается банк данных по почвогрунтовым поверхностям, необходимый для математического моделирования движения колесных машин по грунтовым поверхностям.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б е к к е р М. Г. Введение в теорию систем местность–машина. – М.: Машиностроение, 1973. – 519 с.
2. В о н г Дж. Теория наземных транспортных средств. – М.: Машиностроение, 1982. – 280 с.
3. А г е й к и н Я. С., В о л ь с к а я Н. С. Динамика колесной машины при движении по неровной грунтовой поверхности. – М.: МГИУ, 2003. – 124 с.
4. А г е й к и н Я. С. Проходимость автомобилей. – М.: Машиностроение, 1981. – 232 с.
5. К л и м а н о в А. В. Зависимость между напряжениями и деформацией переувлажненной почвы // Тр. конференции “Взаимодействие ходовых систем с почво-грунтом”. – Минск, 1983.
6. А г е й к и н Я. С., Я с т р е б о в Г. Ю. Оценка деформируемости и сцепных свойств грунтов при расчете проходимости колесных и гусеничных тракторов. Межвуз. сб. Алтайского политехнического института, 1989. С. 4–11.
7. С а п о ж н и к о в В. В. Оценка возможности многократного движения колес по одной колее на слоистых грунтах // Сб. “Проблемы совершенствования автомобильной техники”. – М.: МВТУ, 1986.
8. Л а р и н В. В. Зависимости изменения основных физико-механических показателей почвенно-грунтовых поверхностей // Изв. вузов. Машиностроение. – 1987. – № 3. – С. 82–86.
9. К с е н е в и ч И. П., С к о т н и к о в В. А., Л я с к о М. И. Ходовая система–почва–урожай. – М.: Агропромиздат, 1985. – 304 с.

10. Кошарный Н. Ф. Технично-эксплуатационные свойства автомобилей высокой проходимости. – Киев: Вища школа, 1981. – 208 с.
11. Ястребов Г. Ю. Выбор расчетных значений коэффициента тангенциальной эластичности грунта // Межвуз. сб. “Повышение экологичности и эффективности автомобиля”. – М.: МАСИ, 1990. – С. 54–58.

Статья поступила в редакцию 28.06.2004

Яков Семенович Агейкин родился в 1924 г., окончил в 1953 г. Академию бронетанковых войск. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Автомобили и двигатели” МГИУ, заслуженный деятель науки РФ. Автор более 150 научных работ в области проходимости колесных машин.

Ya.S. Ageikin (b. 1924) graduated from the Academy of Armoured Forces in 1953. D. Sc. (Eng.), professor of “Automobiles and Engines” department of the Moscow State Industrial University. Author of more than 150 publications in the field of cross-country ability of wheeled vehicles.



Наталья Станиславовна Вольская родилась в 1952 г., окончила в 1975 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Автомобили и двигатели” МГИУ. Автор более 10 научных работ в области проходимости колесных машин.

N.S. Volskaya (b. 1924) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Automobiles and Engines” department of the Moscow State Industrial University. Author of more than 10 publications in the field of cross-country ability of wheeled vehicles.



---

**В издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
в 2004 г. вышла в свет книга**

**Суржиков С.Т.**

Оптические свойства газов и плазмы. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 576 с.: 230 ил. (Компьютерные модели физической механики).

Рассмотрены методы компьютерного моделирования спектральных и групповых оптических моделей нагретых газов и низкотемпературной плазмы, которые используются в задачах физической механики, радиационной газо- и плазмодинамики, теплообмена излучением, аэрофизики и при создании авиационно-космической техники. Обсуждаются проблемы автоматизации расчета спектральных оптических свойств. Приведены спектральные оптические свойства газовых смесей, представляющих практический интерес для аэрокосмических приложений.

Для научных сотрудников и инженеров — специалистов в области теплообмена излучением, физической газовой динамики и физики низкотемпературной плазмы, а также для студентов и аспирантов физико-технических специальностей университетов.

По вопросам приобретения обращаться по тел. 433-82-98;  
e-mail: surg@ipmnet.ru