А. М. Дмитриев, А. Л. Воронцов

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОСАДКИ И ВЫСАДКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗАГОТОВОК. Часть III. ВЫСАДКА ПОЛОЙ ЗАГОТОВКИ

Определено напряженное состояние при высадке полых цилиндрических заготовок. Получены формулы для расчета основных технологических параметров высадки и прогнозирования разрушения. Точность теоретических результатов подтверждена сопоставлением с экспериментальными данными.

Очаг пластической деформации при высадке фланца на полой заготовке представим в виде двух областей (рис. 1). В этой схеме применена цилиндрическая система координат ρ , θ , z с началом координат на уровне неподвижного нижнего инструмента. Высаживающий инструмент движется со скоростью v_0 .

Принимаем следующие допущения: материал считаем жесткопластическим, а упрочнение учитываем средней по очагу пластической деформации величиной напряжения текучести σ_s ; силы контактного трения определяем по закону Зибеля как $\tau_{\kappa} = \mu \beta \sigma_s$, где μ — коэффициент трения по напряжению текучести, а β — коэффициент Лоде.

В решении используем относительные величины напряжений, отнесенные к σ_s .

В обеих областях кинематически возможные скорости определяются выражениями:

$$egin{aligned} v_z &= f(z); \ v_
ho &= rac{1}{2} rac{\partial f(z)}{\partial z} \left(
ho - rac{d^2}{4
ho}
ight) \;. \end{aligned}$$

С учетом этого напряженное состояние в областях **1** и **2** определяется выражениями, аналогичными полученным в работе [1], но с другими постоянными коэффициентами, учитывающими иные граничные условия.

Рассмотрим область 1. Здесь изменение постоянных коэффициентов связано с целесообразностью получения обобщенного решения с различными коэффициентами трения по



Рис. 1. Высадка фланца на полой заготовке

верхней и нижней контактным поверхностям, которое можно затем распространить на случаи высадки изделий сложной формы. В соответствии с формулами работы [1] напряженное состояние в области **1** определено выражениями:

$$\tau_{\rho z} = (C_2 - C_1 z) \left(\rho - \frac{d_0^2}{4\rho} \right);$$
(1)

$$\sigma_z = (C_1 z - 2C_2)z + \frac{1}{12\beta}\frac{d_0^2}{\rho^2} + \frac{C_1}{2}\rho^2 - \frac{C_1 d_0^2}{4}\ln\rho + C_3 ; \qquad (2)$$

$$\sigma_{\rho} = \beta + (C_1 z - 2C_2)z + \frac{1}{12\beta} \frac{d_0^2}{\rho^2} + \frac{C_1}{2} \rho^2 - \frac{C_1 d_0^2}{4} \ln \rho + C_3 .$$
(3)

Из граничных условий $\tau_{\rho z} = \beta \mu$ при $\rho = D/2$, z = 0 и $\tau_{\rho z} = -\beta \mu_2$ при $\rho = D/2$ и z = h следует, что произвольные постоянные в выражении касательного напряжения будут

$$\begin{cases} C_1 = \frac{2\beta(\mu + \mu_2)D}{(D^2 - d_0^2)h}, \\ C_2 = \frac{2\beta\mu D}{D^2 - d_0^2}. \end{cases}$$
(4)

Используя граничное услови
е $\sigma_{\rho}=0$ приz=hи $\rho=D/2,$ находим произвольную постоянную

$$C_3 = -\beta - (C_1 h - 2C_2)h - \frac{d_0^2}{3\beta D^2} - \frac{C_1 D^2}{8} + \frac{C_1 d_0^2}{4} \ln \frac{D}{2}.$$
 (5)

Подставив в выражение (2) z = h, учитывая соотношение (5), получим формулу для нормальных напряжений на поверхности контакта с верхним инструментом:

$$\sigma_{z1} = -\beta + \frac{d_0^2}{3\beta} \left(\frac{1}{4\rho^2} - \frac{1}{D^2} \right) - \frac{C_1}{8} \left(D^2 - 4\rho^2 + 2d_0^2 \ln \frac{2\rho}{D} \right) .$$
(6)

Сила высадки, приходящаяся на поверхность контакта области 1 с верхним инструментом, будет равна:

$$P_{1} = 2\pi \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} |\sigma_{z1}| \rho d\rho = \frac{\pi}{4} \left\{ \beta (D^{2} - d^{2}) + \frac{d_{0}^{2}}{3\beta} \left(1 - \frac{d^{2}}{D^{2}} - 2\ln\frac{D}{d} \right) + \frac{C_{1}}{16} \left[2d_{0}^{2} \left(d^{2} - D^{2} + 2d^{2}\ln\frac{D}{d} \right) + D^{4} - 2D^{2}d^{2} + d^{4} \right] \right\}.$$
 (7)

Подставив в выражение (3) z = h, $\rho = d/2$, учитывая соотношение (5), получим значение радиального напряжения в характерной точке границы между областями **1** и **2**:

$$\sigma_{\rho 1} = -\frac{d_0^2}{3\beta} \left(\frac{1}{D^2} - \frac{1}{d^2} \right) - \frac{C_1}{8} \left(D^2 - d^2 - 2d_0^2 \ln \frac{D}{d} \right) .$$
(8)

Теперь рассмотрим область **2**, в которой напряженное состояние определено выражениями, аналогичными формулам (1)–(3):

$$\tau_{\rho z} = \left(C_5 - C_4 z\right) \left(\rho - \frac{d_0^2}{4\rho}\right);\tag{9}$$

$$\sigma_z = (C_4 z - 2C_5)z + \frac{1}{12\beta}\frac{d_0^2}{\rho^2} + \frac{C_4}{2}\rho^2 - \frac{C_4 d_0^2}{4}\ln\rho + C_6 ; \qquad (10)$$

$$\sigma_{\rho} = \beta + (C_4 z - 2C_5)z + \frac{1}{12\beta}\frac{d_0^2}{\rho^2} + \frac{C_4}{2}\rho^2 - \frac{C_4 d_0^2}{4}\ln\rho + C_6.$$
(11)

Из граничных условий $\tau_{\rho z} = 0.5\beta$ при $\rho = d/2$, z = 0 и $\tau_{\rho z} = -\beta \mu_1$ при $\rho = d/2$ и z = h следует, что произвольные постоянные в выражении касательного напряжения будут

$$\begin{cases} C_4 = \frac{2\beta(0, 5 + \mu_1)d}{(d^2 - d_0^2)h}; \\ C_5 = \frac{\beta d}{d^2 - d_0^2}. \end{cases}$$
(12)

Используя граничное условие $\sigma_{\rho 2} = \sigma_{\rho 1}$ при z = h и $\rho = d/2$, находим произвольную постоянную

$$C_{6} = -\beta - \frac{1}{3\beta} \left(\frac{d_{0}}{d}\right)^{2} - (C_{4}h - 2C_{5})h - \frac{C_{4}}{8} \left(d^{2} - 2d_{0}^{2}\ln\frac{d}{2}\right) + \sigma_{\rho 1}.$$
 (13)

Подставив в выражение (10) z = h, учитывая соотношение (13), получим формулу для нормальных напряжений на поверхности контакта с верхним инструментом:

$$\sigma_{z2} = -\beta + \frac{d_0^2}{3\beta} \left(\frac{1}{4\rho^2} - \frac{1}{d^2} \right) - \frac{C_4}{8} \left(d^2 - 4\rho^2 + 2d_0^2 \ln \frac{2\rho}{d} \right) + \sigma_{\rho 1} .$$
(14)

С учетом этого, силу высадки, приходящуюся на поверхность контакта области 2 с верхним инструментом, можно выразить как

$$P_2 = 2\pi \int_{\frac{d_0}{2}}^{\frac{d}{2}} |\sigma_{z2}| \rho d\rho = \frac{\pi}{4} \left\{ \beta (d^2 - d_0^2) + \frac{d_0^2}{3\beta} \left(1 - \frac{d_0^2}{d^2} - 2\ln\frac{d}{d_0} \right) + \right.$$

$$+\frac{C_4}{16}\left[(d^2-3d_0^2)(d^2-d_0^2)+4d_0^4\ln\frac{d}{d_0}\right]-\sigma_{\rho 1}(d^2-d_0^2)\right\}.$$
 (15)

Удельная сила высадки с учетом формул (4), (7), (8), (12) и (15) определяется выражением

$$q = \frac{P_1 + P_2}{\frac{\pi (D^2 - d_0^2)}{4}} = \beta \left\{ 1 + \frac{d_0^2}{3\beta^2} \left(\frac{1}{D^2} - \frac{2}{D^2 - d_0^2} \ln \frac{D}{d_0} \right) + \frac{1}{8(D^2 - d_0^2)h} \left[\frac{(\mu + \mu_2)D}{D^2 - d_0^2} \left((D^2 - d^2)(D^2 - 4d_0^2 + d^2) + 4d_0^4 \ln \frac{D}{d} \right) + (0, 5 + \mu_1)d \left(d^2 - 3d_0^2 + \frac{4d_0^4}{d^2 - d_0^2} \ln \frac{d}{d_0} \right) \right] \right\}.$$
 (16)

Полная сила высадки полой заготовки определяется по формуле

$$P = \sigma_s F q, \tag{17}$$

в которую следует подставлять площадь

$$F = \frac{\pi (D^2 - d_0^2)}{4}.$$
 (18)

Накопленные деформации при такой высадке можно найти как

$$e_i = \ln \frac{D^2 - d_0^2}{d^2 - d_0^2}.$$
(19)

Если кривая упрочнения построена для условных относительных степеней деформации *e*, то их следует определять по формуле

$$e = 1 - \mathrm{e}^{-e_i}.\tag{20}$$

На основе общей формулы (16) получим расчетные соотношения для различных частных случаев высадки полых изделий, подставляя среднее значение $\beta = 1, 1$.

Для высадки фланца (см. рис. 1) в формулу (16) следует подставить $\mu_2 = \mu$ и, учитывая разъяснения к выражению (13) из работы [2], $\mu_1 = \mu d/D$, в результате получим:

$$\begin{split} q &= 1, 1 \left\{ 1 + 0, 275 d_0^2 \left(\frac{1}{D^2} - \frac{2}{D^2 - d_0^2} \ln \frac{D}{d_0} \right) + \right. \\ &+ \frac{1}{8(D^2 - d_0^2)h} \left[\frac{2\mu D}{D^2 - d_0^2} \left((D^2 - d^2)(D^2 - 4d_0^2 + d^2) + 4d_0^4 \ln \frac{D}{d} \right) + \right. \end{split}$$

$$+d\left(0,5+\mu\frac{d}{D}\right)\left(d^{2}-3d_{0}^{2}+\frac{4d_{0}^{4}}{d^{2}-d_{0}^{2}}\ln\frac{d}{d_{0}}\right)\right]\right\}.$$
 (21)

Для высадки поперечного утолщения (рис. 2) в формулу (16) следует подставить $\mu_2 = \mu$ и $\mu_1 = 0, 5$, тогда получим

$$q = 1, 1 \left\{ 1 + 0, 275d_0^2 \left(\frac{1}{D^2} - \frac{2}{D^2 - d_0^2} \ln \frac{D}{d_0} \right) + \frac{1}{8(D^2 - d_0^2)h} \left[\frac{2\mu D}{D^2 - d_0^2} \left((D^2 - d^2)(D^2 - 4d_0^2 + d^2) + 4d_0^4 \ln \frac{D}{d} \right) + d \left(d^2 - 3d_0^2 + \frac{4d_0^4}{d^2 - d_0^2} \ln \frac{d}{d_0} \right) \right] \right\}.$$
 (22)

Для высадки изделия сложного профиля, имеющего поперечную симметрию верха и низа высаживаемой части относительно плоскости разъема инструмента и жесткие зоны по верхней и нижней границам очага пластической деформации (рис. 3, *a*), в формулу (63) из работы [1] следует подставить $\mu = 0, 5$ и d_0 вместо *d*, в результате чего получим:

$$q = 1, 1 \left\{ 1 + 0, 275d_0^2 \left(\frac{1}{D^2} - \frac{2}{D^2 - d_0^2} \ln \frac{D}{d_0} \right) + \frac{D}{8h(D^2 - d_0^2)^2} \left[(D^2 - 3d_0^2)(D^2 - d_0^2) + 4d_0^4 \ln \frac{D}{d_0} \right] \right\} .$$
 (23)

Для высадки изделия сложного профиля, имеющего поперечную симметрию верха и низа высаживаемой части относительно плоскости разъема инструмента и жесткие зо-

ны на части верхней и нижней границ очага пластической деформации (рис. 3, δ), в формулу (22) следует вместо d подставлять значение d_1 .

Для высадки изделия сложного профиля, не имеющего поперечной симметрии верха и низа высаживаемой части относительно плоскости разъема инструмента, при наличии жесткой зоны по всей верхней поверхности (рис. 4, *a*), в формулу (16) следует подставить $\mu_2 = 0,5$ и, с учетом выражения (13) из работы [2], $\mu_1 = 0,5d/D$, в результате чего получим:



Рис. 2. Высадка поперечного утолщения на полой заготовке



Рис. 3. Высадка изделия сложного профиля с одинаковой протяженностью жестких зон по верхней и нижней границам (*a*) и на части верхней и нижней границ (б) очага пластической деформации



Рис. 4. Варианты высадки полой заготовки с жесткой зоной по всей верхней поверхности (a) и на части верхней поверхности (δ)

$$q = 1, 1 \left\{ 1 + 0, 275d_0^2 \left(\frac{1}{D^2} - \frac{2}{D^2 - d_0^2} \ln \frac{D}{d_0} \right) + \frac{1}{8(D^2 - d_0^2)h} \left[\frac{(0, 5 + \mu)D}{D^2 - d_0^2} \left((D^2 - d^2)(D^2 - 4d_0^2 + d^2) + 4d_0^4 \ln \frac{D}{d} \right) + 0, 5d \left(1 + \frac{d}{D} \right) \left(d^2 - 3d_0^2 + \frac{4d_0^4}{d^2 - d_0^2} \ln \frac{d}{d_0} \right) \right] \right\}.$$
 (24)

Для высадки изделия сложного профиля, не имеющего поперечной симметрии верха и низа высаживаемой части относительно плоскости разъема инструмента, при наличии жесткой зоны на части верхней поверхности (рис. 4, δ), в формулу (16) следует подставить $\mu_1 = 0, 5d/d_1$,

в результате чего получим:

$$q = 1, 1 \left\{ 1 + 0, 275d_0^2 \left(\frac{1}{D^2} - \frac{2}{D^2 - d_0^2} \ln \frac{D}{d_0} \right) + \frac{1}{8(D^2 - d_0^2)h} \left[\frac{(\mu + \mu_2)D}{D^2 - d_0^2} \left((D^2 - d^2)(D^2 - 4d_0^2 + d^2) + 4d_0^4 \ln \frac{D}{d} \right) + 0, 5d \left(1 + \frac{d}{d_1} \right) \left(d^2 - 3d_0^2 + \frac{4d_0^4}{d^2 - d_0^2} \ln \frac{d}{d_0} \right) \right] \right\}, \quad (25)$$

где

$$\mu_2 = \frac{0, 5(d_1 - d) + \mu(D - d_1)}{D - d}.$$
(26)

Для высадки изделия сложного профиля, не имеющего поперечной симметрии верха и низа высаживаемой части относительно плоскости разъема инструмента, при наличии жесткой зоны по всей нижней поверхности (рис. 5, *a*) в формулу (82) из работы [1], вместо коэффициента трения μ , следует подставить 0, $5(0, 5+\mu)$, в результате чего получим:

$$q = 1, 1 \left\{ 1 + 0,275d_0^2 \left(\frac{1}{D^2} - \frac{2}{D^2 - d_0^2} \ln \frac{D}{d_0} \right) + \frac{(0,5+\mu)D}{8h(D^2 - d_0^2)^2} \left[(D^2 - 3d_0^2)(D^2 - d_0^2) + 4d_0^4 \ln \frac{D}{d_0} \right] \right\}.$$
 (27)

Для высадки изделия сложного профиля, не имеющего поперечной симметрии верха и низа высаживаемой части относительно плоскости разъема инструмента, при наличии жесткой зоны на части нижней



Рис. 5. Варианты высадки полой заготовки с жесткой зоной по всей нижней поверхности (a) и на части нижней поверхности (δ)

поверхности (рис. 5, δ), в формулу (16) следует подставить $\mu_2 = \mu$, $\mu_1 = \mu d_1/D$, а вместо $d - d_1$, в результате чего получим:

$$q = 1, 1 \left\{ 1 + 0, 275d_0^2 \left(\frac{1}{D^2} - \frac{2}{D^2 - d_0^2} \ln \frac{D}{d_0} \right) + \frac{1}{8(D^2 - d_0^2)h} \left[\frac{2\mu D}{D^2 - d_0^2} \left((D^2 - d_1^2)(D^2 - 4d_0^2 + d_1^2) + 4d_0^4 \ln \frac{D}{d_1} \right) + d_1 \left(0, 5 + \mu \frac{d_1}{D} \right) \left(d_1^2 - 3d_0^2 + \frac{4d_0^4}{d_1^2 - d_0^2} \ln \frac{d_1}{d_0} \right) \right] \right\}.$$
 (28)

Прогнозирование разрушения при высадке полых изделий осуществляется по методике, подробно изложенной в работе [2].

Гидростатическое давление для схем на рис. 1, 2, 3, *б*, 4, *б* и 5, *б*, с учетом зависимости (86) из работы [1], определяется по формуле:

$$\sigma = -0,367 - 0,202 \frac{d_0^2}{D^2} - 1,1 \frac{\mu Dh}{D^2 - d_0^2}.$$
(29)

Гидростатическое давление для схемы (см. рис. 3, *a*) определяется по той же формуле (29) с подстановкой в нее $\mu = 0, 5$. Для схем, приведенных на рис. 4, *a* и 5, *a*, гидростатическое давление в опасной точке определяется по формуле:

$$\sigma = -0,367 - 0,202 \frac{d_0^2}{D^2} - 0,55 \frac{(0,5+\mu)Dh}{D^2 - d_0^2}.$$
(30)

Накопленную деформацию в опасной точке удобно определять как

$$e_{iA} = (1+2\mu)\ln\frac{D^2 - d_0^2}{d^2 - d_0^2}.$$
(31)

Пример 1. Из отожженной стали 20Х выдавливанием была получена полая цилиндрическая заготовка с $d_0 = 22,7$ мм, которая затем была высажена по схеме на рис. 1 до размеров D = 40 мм, d = 34,5 мм и h = 5,3 мм (рис. 60, г, на с. 233 и п. 15 в табл. 44 на с. 228 справочника [3]). Сила окончания высадки равнялась $P_3 = 1200$ кН. Требуется определить силу окончания высадки теоретически и сравнить полученное значение с экспериментальным, учитывая, что при выдавливании заготовка получила в зоне последующей высадки накопленную деформацию $e_{i0} = 0,67$.

Решение. По формуле (19) определяем накопленную деформацию высадки $e_{i1} = 0,474$. Вычисляем суммарную накопленную деформацию $e_i = e_{i0} + e_{i1} = 1,144$. Так как кривая упрочнения *1* отожженной стали 20Х, показанная на рис. 36, с. 63 справочника [3], построена для условных степеней деформации, то по формуле (20) вычисляем

e = 0,682, после чего находим напряжение текучести $\sigma_s = 880$ МПа. В связи с тем, что после выдавливания обновление смазочного слоя заготовки не производилось, принимаем среднее значение коэффициента трения $\mu = 0, 3$ и по формуле (24) вычисляем относительную удельную силу высадки фланца q = 1,589. По выражению (18) находим наибольшую площадь поперечного сечения в момент окончания высадки F = 851,9 мм², после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки P = 1191 кН. Таким образом, расхождение по отношению к теоретической величине $\delta = 0,7$ %.

Рассмотрим далее пример выполнения конкретных технологических расчетов для наиболее общего случая высадки, обобщающего методику практических вычислений для полых изделий сложной формы.

Пример 2. Из фосфатированной и омыленной трубной заготовки, выполненной из стали 35, получают изделие, характерные стадии высадки которого показаны на рис. 6 (не в масштабе). Требуется определить изменение силы по ходу высадки и оценить возможность появления трещин. Для определения напряжения текучести стали 35 использовали аппроксимацию, соответствующую кривой упрочнения 8, показанной на рис. 40, с. 64 справочника [3]:



$$\sigma_s = 1260 - 640e^{-e_i} - 220e^{-10e_i} \text{ MIIa.}$$
(32)

Рис. 6. Изменение геометрии трубной заготовки по ходу высадки поперечного утолщения сложной формы

Решение. Определяем силу начала высадки. Поскольку накопленная деформация $e_i = 0$, то, согласно зависимости (32), $\sigma_s = 400$ МПа. С учетом хорошей смазки принимаем $\mu = 0, 1$. Так как схема на рис. 6, *а* соответствует рис. 2, то относительную удельную силу находим по формуле (22), в которую подставляем $d_0 = 20$ мм, D = d = 35 мм и h = 32, 5 мм: q = 1, 117. По выражению (18) вычисляем начальную площадь поперечного сечения F = 648, 0 мм², после чего по формуле (17) вычисляем силу начала высадки P = 290 кН.

Определяем силу, соответствующую стадии высадки, показанной на рис. 6, б. По формуле (19) находим накопленную деформацию $e_i = 0,375$, после чего по зависимости (32) определяем напряжение текучести $\sigma_s = 815$ МПа. Поскольку рабочий ход сравнительно невелик, то, по-прежнему, принимаем $\mu = 0, 1$. Так как схема на рис. 6, б соответствует схеме на рис. 4, a, то относительную удельную силу находим по формуле (24), в которую подставляем $d_0 = 20$ мм, d = 35 мм, D = 40 мм и h = 20 мм: q = 1,185. По выражению (18) вычисляем текущую площадь поперечного сечения F = 942,5 мм², после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки P = 910 кH, соответствующую рабочему ходу s = 10 мм.

Определяем силу, соответствующую стадии высадки, показанной на рис. 6, *в*. По формуле (19) находим накопленную деформацию $e_i = 0,678$, после чего по зависимости (32) определяем напряжение текучести $\sigma_s = 935$ МПа. Учитывая увеличение рабочего хода, принимаем с запасом $\mu = 0, 3$. Так как схема на рис. 6, *в* соответствует схеме на рис. 4, *a*, то относительную удельную силу находим по формуле (24), в которую подставляем $d_0 = 20$ мм, d = 35 мм, D = 45 мм и h = 10 мм: q = 1,437 (для сравнения укажем, что если, по-прежнему, принять $\mu = 0, 1$, то получим значение q = 1,368, которое отличается от найденного лишь на 4,8%, что указывает на достаточную устойчивость выведенных нами формул). По выражению (18) вычисляем текущую площадь поперечного сечения F = 1276, 3 мм², после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки P = 1715 кH, соответствующую рабочему ходу s = 13, 5 мм.

Определяем силу, соответствующую окончанию высадки (см. рис. 6, г). По формуле (19) находим накопленную деформацию $e_i = 1,027$, по зависимости (32) определяем напряжение текучести $\sigma_s = 1031$ МПа. Принимаем $\mu = 0, 3$. Так как схема на рис. 6, г соответствует схеме на рис. 4, б, то для значений $d_0 = 20$ мм, d = 35 мм, $d_1 = 45$ мм, D = 52 мм и h = 7 мм сначала по формуле (26) находим значение приведенного коэффициента трения $\mu_2 = 0, 418$, после чего по формуле (25) находим относительную удельную силу оконча-



Рис. 7. Изменение силы высадки



Рис. 8. Диаграмма пластичности стали 35 при температуре 20 °C

ния высадки: q = 1,677. По выражению (18) вычисляем наибольшую площадь поперечного сечения $F = 1809,6 \text{ мм}^2$, после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки P = 3128 кH, соответствующую рабочему ходу s = 16,5 мм.

Соответствующая расчетным значениям диаграмма изменения силы по ходу высадки показана на рис. 7.

Теперь выполним прогнозирование разрушения. Для значений $\mu = 0, 3, d_0 = 20$ мм, d = 35 мм, D = 52 мм и h = 7 мм по формуле (29) вычисляем относительное гидростатическое давление $\sigma = -0, 449$. Для данной величины находим по диаграмме пластичности на рис. 8 деформацию разрушения $e_p = 1, 8$. По формуле (31) находим накопленную деформацию в опасной точке $e_{iA} = 1, 643$. Так как $e_{iA} < e_p$, то делаем вывод, что разрушение не произойдет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Д м и т р и е в А. М., В о р о н ц о в А. Л. Общая теория осадки и высадки цилиндрических заготовок. Часть І. Осадка // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение". 2004. № 1. С. 82–104.
- 2. Д м и т р и е в А. М., В о р о н ц о в А. Л. Общая теория осадки и высадки сплошной цилиндрической заготовки. Часть II. Высадка // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение". – 2004. – № 4. –С. 57–77.
- Холодная объемная штамповка. Справочник / Под ред. Г.А. Навроцкого. М.: Машиностроение, 1973. – 496 с.

Статья поступила в редакцию 2.06.2003