

УДК 519.63; 531

Ю. М. Гришин, Н. П. Козлов,  
А. Е. Комракова

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОБАРИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В КВАРЦЕВОЙ ЧАСТИЦЕ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРЕВЕ

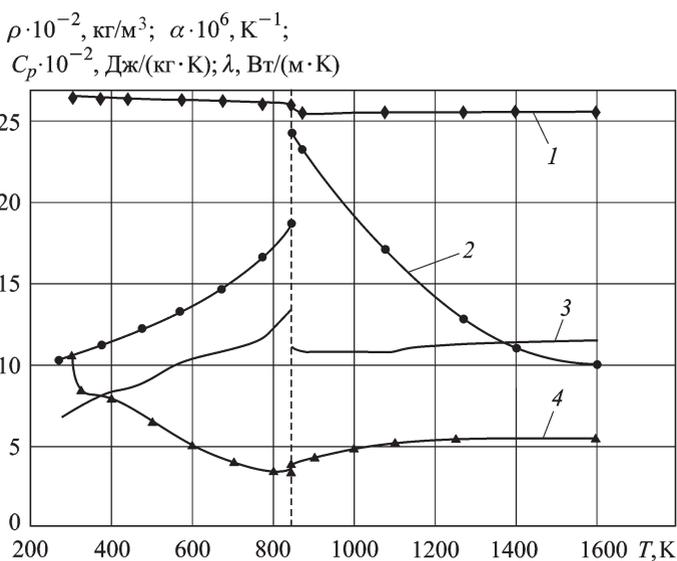
*Приведены результаты численного моделирования динамики термобарических напряжений в кварцевой частице при нестационарном нагреве в плазменном потоке. Выявлены особенности динамики термонапряжений в частице при условии нелинейности теплофизических свойств кварца и протекании фазового перехода  $\alpha$ - в  $\beta$ -кварц. Проведен анализ барической составляющей напряжения и установлены ее связи с температурой и составом газожидкостных включений в вакуоли. Определены условия, при которых может иметь место раскол нагреваемых частиц.*

**E-mail:** [ygrishin@power.bmstu.ru](mailto:ygrishin@power.bmstu.ru); [aekomrakova@gmail.com](mailto:aekomrakova@gmail.com)

**Ключевые слова:** нестационарный нагрев, плазменный поток, кварцевая частица, термобарические напряжения, плазмохимическая очистка.

Проблема разработки эффективной технологии обогащения природного кварца является актуальной задачей [1]. При этом наиболее сложный в технологии обогащения финишный этап, на котором требуется снизить концентрацию примесей (до значений 20 ppm и менее) предварительно обогащенного кварца, представляющего собой крупку частиц размерами 0,1...0,4 мм. Одним из перспективных методов финишного обогащения может стать плазмохимический метод [2], основанный на нагреве мелкодисперсных кварцевых частиц в стационарной плазменной струе, генерируемой электродуговым или индукционным плазмотроном. При ограниченном времени пребывания в потоке ( $t_k \sim 10^{-2}$  с) частицы, в зависимости от их размеров и параметров плазменной струи, нагреваются до температур 500...1500 К. При этом в результате действия различных физико-химических механизмов происходит удаление из них минеральных примесей (включая и частичное удаление из решетки структурных примесей) и газожидкостных включений (ГЖВ).

Наряду с механизмом прямой плазмохимической очистки поверхностей частиц от примесей (десорбцией, испарением и др.) при таком способе обработки кварцевых частиц, эффективным механизмом обогащения может являться процесс их раскола в результате действия



**Рис. 1. Зависимость теплофизических свойств кварца от температуры:**  
 1 — плотность; 2 — коэффициент объемного расширения; 3 — удельная массовая теплоемкость; 4 — коэффициент теплопроводности

возникающих термобарических напряжений. При этом происходит открытие внутренних поверхностей частиц с последующей плазмохимической очисткой, вскрытие внутренних полостей (вакуолей) с выводом содержащихся в них ГЖВ и т.д.

В связи с этим возникает важная задача — анализ пространственно-временной динамики термобарических напряжений в кварцевой частице при нестационарном нагреве и определение условий, при которых наблюдается раскол обрабатываемых частиц.

Основные теплофизические свойства кварца [3, 4]: плотность ( $\rho$ ), коэффициент теплопроводности ( $\lambda$ ), удельная массовая теплоемкость ( $C_p$ ) и коэффициент объемного расширения ( $\alpha$ ) как функции температуры приведены на рис. 1. Как известно [3], кварц может пребывать в двух основных фазовых состояниях:  $\alpha$ - и  $\beta$ -кварц, взаимопревращения которых происходят при температуре  $T_{\alpha\beta} = 846$  К. Из рис. 1 видно, что теплофизические свойства кварца являются сильно нелинейными функциями температуры, особенно в области температуры фазового перехода  $T_{\alpha\beta}$ , прохождение которой сопровождается существенным изменением всех параметров, но, в первую очередь, коэффициента объемного расширения. Отметим, что в области температур 1100...1500 К кварц может находиться еще в двух модификациях:  $\gamma$ -тридимит и  $\beta$ -кристобалит. Однако согласно данным работы [3] процессы образования этих фаз требуют значительного времени, так что при нестационарном и быстром нагреве эти фазовые переходы можно не учитывать.

Механические свойства природного кварца, а именно, пределы прочности при растяжении  $\sigma_{вр}$  и сжатии  $\sigma_{сж}$ , коэффициент Пуассона  $\sigma$ , модуль упругости  $E$ , в литературных источниках существенно различаются. Практически отсутствует информация о зависимостях этих параметров от температуры. Поэтому в расчетах пренебрегали зависимостью этих свойств от температуры и использовали значения механических свойств кварца, приведенные в работе [4]:  $\sigma_{вр} = 50$  МПа,  $\sigma_{сж} = 1,1$  ГПа,  $\sigma = 0,12$ ,  $E = 9,05 \cdot 10^{10}$  Па.

По своим механическим свойствам кварц относится к категории хрупких материалов, по-разному реагирующих на сжатие и растяжение. При этом предел прочности кварца при растяжении  $\sigma_{вр}$  существенно меньше, чем предел прочности при сжатии  $\sigma_{сж}$ . Поэтому эквивалентное напряжение для оценки условий разрушения определяли по теории Мора:

$$\sigma_{эКВ} = \sigma_1 - k\sigma_3, \quad (1)$$

где  $\sigma_1, \sigma_3$  — главные напряжения;  $k = \sigma_{вр}/\sigma_{сж}$ .

Критерием разрушения кварцевой частицы является значение эквивалентного напряжения  $\sigma_{эКВ}$ , равное пределу прочности при растяжении или превысившее его:  $\sigma_{эКВ} \geq \sigma_{вр}$ .

Физико-математическая модель задачи сформулирована в рамках следующих допущений. При расчетах полей температур и термобарических напряжений предполагали, что кварцевая частица имеет в среднем изотропные свойства и форму сферы диаметром  $d = 0,1 \dots 0,4$  мм. Частица может быть как сплошной, так и содержать внутри себя сферические полости (вакуоли) диаметрами  $d_v = (0,1 \dots 0,2)d$ , заполненные ГЖВ. В настоящей работе полагали, что в частице может быть одна вакуоль, размещенная в центре.

Температурное поле  $T(r, t)$  внутри частицы является сферически-симметричным и рассчитывается на основе численного решения задачи нестационарной теплопроводности с известными нелинейными свойствами кварца и ГЖВ и заданным законом изменения температуры поверхности частицы  $T_s$  от времени  $t$ :

$$T_s(t) = T_0 + T_m (1 - \exp(-t/t_p)), \quad (2)$$

где  $T_0 = 300$  К — начальная температура частицы;  $T_m$  — максимальное значение изменения температуры поверхности, К;  $t_p = 10^{-3}$  с — характерный масштаб времени нагрева поверхности частицы до максимальных температур. Аппроксимационная формула (2) получена на основе результатов решения задачи нагрева частицы в аргонной струе стационарного плазмотрона с параметрами, соответствующими условиям эксперимента [2]. Следует отметить, что значение  $T_m$  зависит как от диаметра частиц, так и от параметров плазменной струи [2]. В расчетах значение  $T_m$  варьировалось в диапазоне от 200 до 1200 К.

Поскольку теплота фазового перехода  $\alpha$ - $\beta$ -кварц  $\Delta H_{\alpha\beta} = 1,8 \times 10^{-2}$  Дж/кг [3] существенно меньше значения удельной энтальпии кварца при температуре  $T_{\alpha\beta}$ , то при расчете температурного поля частицы можно пренебречь влиянием фазового перехода, т.е. задачу формулировать не как задачу Стефана, а как обычную задачу нестационарной теплопроводности, описываемую дифференциальным уравнением Фурье–Кирхгофа в сферических координатах:

$$\rho(T)C_p(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda(T)r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right). \quad (3)$$

В отсутствие вакуоли уравнение (3) решается в области  $r \in (0, d/2)$ , а при наличии вакуоли — в области  $r \in (d_b/2, d/2)$ .

Начальные и граничные условия для уравнения (3) следующие:

$$\begin{aligned} t = 0, \quad T = T_0 = 300 \text{ К}; \\ T(r = d/2, t) = T_s(t); \\ \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = 0 \quad \text{— для частицы без вакуоли}; \\ \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=d_b/2} = 0 \quad \text{— для частицы с вакуолью}. \end{aligned} \quad (4)$$

Последнее выражение записано в предположении, что температура ГЖВ в вакуоли в среднем по объему одинакова и равна температуре поверхности вакуоли. Компоненты тензора напряжений в кварцевой частице  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$ , главные ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ) и эквивалентные ( $\sigma_{\text{экв}}$ ) напряжения определялись на основе результатов численного решения соответствующего уравнения равновесия [5], записанного относительно вектора смещения  $\mathbf{u}$ , имеющего в условиях сферической симметрии только радиальную компоненту  $u(r)$ ,

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2(u(r, t))}{\partial r}\right) = \frac{1 + \sigma}{3(1 - \sigma)}\frac{\partial}{\partial r}\left(\alpha(T(r, t))(T(r, t) - T_0)\right), \quad (5)$$

где  $\alpha(T(r, t))$  — коэффициент объемного расширения.

Уравнение (5) решали со следующими краевыми условиями:

$$\begin{aligned} r = 0, \quad u = 0, \\ r = d/2, \quad \sigma_{rr} = 0 \quad \text{или} \quad (1 - \sigma)\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{4\sigma}{d}u = \frac{1 + \sigma}{3}\alpha(T - T_0) \end{aligned} \quad (6)$$

— для частицы без вакуоли;

$$\begin{aligned} r = d_b/2, \quad \sigma_{rr} = -P \quad \text{или} \quad (1 - \sigma)\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{4\sigma}{d_b}u = \\ = \frac{1 + \sigma}{3}\alpha(T - T_0) - \frac{P(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}{E}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$r = d/2, \quad \sigma_{rr} = 0 \quad \text{или} \quad (1 - \sigma)\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{4\sigma}{d}u = \frac{1 + \sigma}{3}\alpha(T - T_0)$$

— для частицы с вакуолью.

Здесь  $P = P(\bar{T}(t))$  — давление ГЖВ на поверхности вакуоли, которое рассчитывалось (см. ниже) по среднеинтегральной (по объему вакуоли) температуре  $\bar{T}(t)$  на данный момент времени.

Тензоры деформаций  $u_{ik}$  и напряжений  $\sigma_{ik}$  имеют только диагональные компоненты, которые рассчитываются по формулам [5]:

$$u_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad u_{\theta\theta} = u_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r};$$

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \left[ 2\sigma u_{\theta\theta} + (1 - \sigma) u_{rr} - \frac{1 + \sigma}{3} \alpha (T - T_0) \right];$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \left[ u_{\theta\theta} + \sigma u_{rr} - \frac{1 + \sigma}{3} \alpha (T - T_0) \right].$$

В этом случае главные напряжения определяются по соотношениям

$$\sigma_1 = \max(\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}), \quad \sigma_3 = \min(\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}).$$

Численное решение уравнений (3)–(6) проведено методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS 11.0. Для решения задачи был выбран тип квадратичного 20-узлового элемента: для тепловой задачи — solid90, для прочностной — solid186. С учетом сферической симметрии расчетной областью являлась 1/8 часть сферической частицы. Краевые условия на плоских границах расчетной области соответствовали условиям симметрии: производные искомых функций по нормали к поверхности равны нулю. Общее число элементов в расчетной области различно для частиц разных размеров, и, как показали результаты тестовых расчетов, их число для частиц диаметром  $d = 0,1$  мм должно составлять 13500, а при  $d = 0,4$  мм — 23328.

Анализ полученных результатов начнем с выявления особенностей пространственно-временного распределения температурного поля  $T(r, t)$  и термических напряжений  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T$  в безвакуольной частице.

Нагрев частицы происходит на фоне монотонного возрастания температуры поверхности  $T_s$  по закону (2) до максимального асимптотического значения  $T_0 + T_m$ . Характерный масштаб времени выравнивания температуры в частице  $t_b \sim d^2/4a$  ( $d$  — диаметр частицы,  $a \approx 2,5$  мм<sup>2</sup>/с — коэффициент температуропроводности кварца) существенно зависит от диаметра и составляет  $t_b \sim 10^{-3}$  с — при  $d = 0,1$  мм и  $t_b \sim 10^{-2}$  с — при  $d = 0,4$  мм. Сравнение времен выравнивания  $t_b$  с характерным масштабом времени нагрева  $t_p = 10^{-3}$  с указывает на то, что в мелких частицах ( $d = 0,1$  мм) градиент температур велик только на начальной фазе, т.е. в промежутке времени от 0 до  $\sim 2t_p$ , а в течение остального времени температура распределена по частице практически равномерно. Чем крупнее частица, тем заметнее эффекты нестационарности нагрева, проявляющиеся в на-

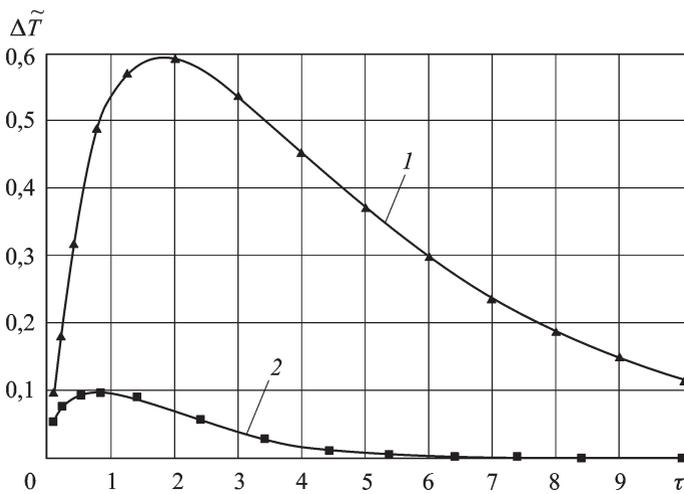


Рис. 2. Динамика изменения безразмерного перепада температур  $\Delta \tilde{T}$  при нагреве частиц различных диаметров при  $T_m = 500$  К:  
 1 –  $d = 0,1$  мм; 2 –  $d = 0,4$  мм

личии существенно бóльших перепадов температур, которые наблюдаются практически в течение всего времени нагрева  $t_K$ . Для иллюстрации на рис. 2 представлена расчетная зависимость безразмерного перепада температур  $\Delta \tilde{T} = (T_s(\tau) - T(r=0, \tau))/T_m$  от безразмерного времени  $\tau = t/t_p$  для частиц диаметрами 0,1 и 0,4 мм при  $T_m = 500$  К. Эти кривые для различных значений  $T_m$  приблизительно одинаковы. Как видно, максимальные значения температурного перепада  $\Delta \tilde{T}_{\max}$  наблюдаются в моменты времени  $t_m$ , длительность которых в зависимости от диаметра частицы варьируются в интервале  $(0,8 \dots 2)t_p$ . Увеличение диаметра частиц приводит к росту  $t_m$  и заметному увеличению максимального перепада температур, так например  $\Delta \tilde{T}_{\max}(d = 0,4) / \Delta \tilde{T}_{\max}(d = 0,1) \approx 6$ . Указанные особенности поведения температурного перепада в известной степени определяют картину изменения во времени и значения возникающих термических напряжений  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T$ .

При условии  $T_m < T_{\alpha\beta} - T_0 = 546$  К, когда кварцевая частица остается в  $\alpha$ -фазе в течение всего времени нагрева, типичная картина пространственного распределения  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T$  по  $r$  для различных моментов времени показана на рис. 3. В этих случаях эквивалентные напряжения достигают максимальных значений в центре частицы и монотонно убывают по радиусу. На рис. 4 для частиц с различными  $d$  при  $T_m = 500$  К приведены зависимости изменения во времени эквивалентных напряжений в центре частицы  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T(r = 0, t)$ . Как видно, зависимость  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T(r = 0, t)$  качественно коррелирует с картиной изменения перепада температур в частице во времени (см. рис. 2). Практически совпадают полуширины колоколообразных кривых генерируемого термонапряжения и температурного перепада;  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T(r = 0, t)$  достигает

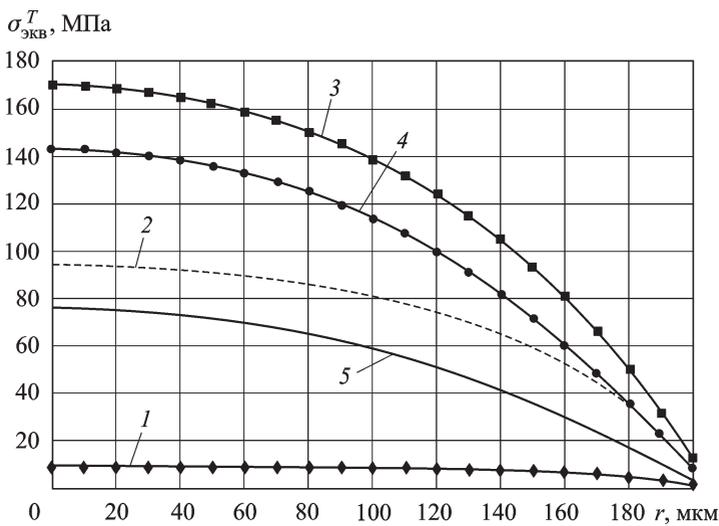


Рис. 3. Распределение эквивалентных термических напряжений  $\sigma_{\text{эКВ}}^T(r, t)$  по радиусу частицы диаметром  $d = 0,4$  мм при  $T_m = 500$  К в различные моменты времени:

1 -  $t = 0,1t_p$ ; 2 -  $t = 0,8t_p$ ; 3 -  $t = 3t_p$ ; 4 -  $t = 6t_p$ ; 5 -  $t = 10t_p$

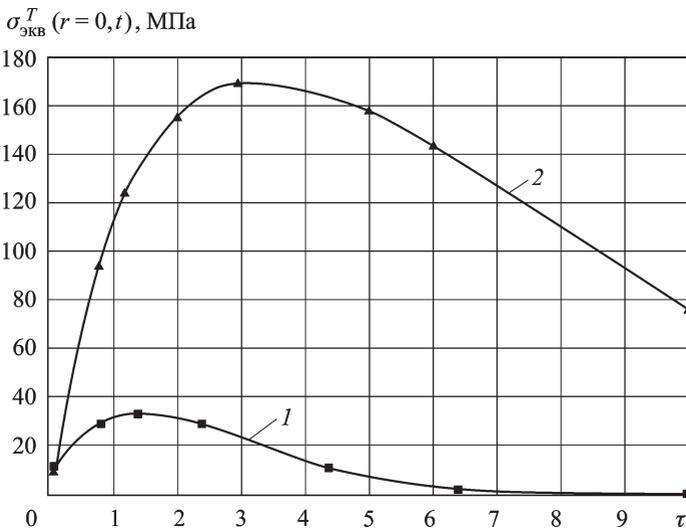
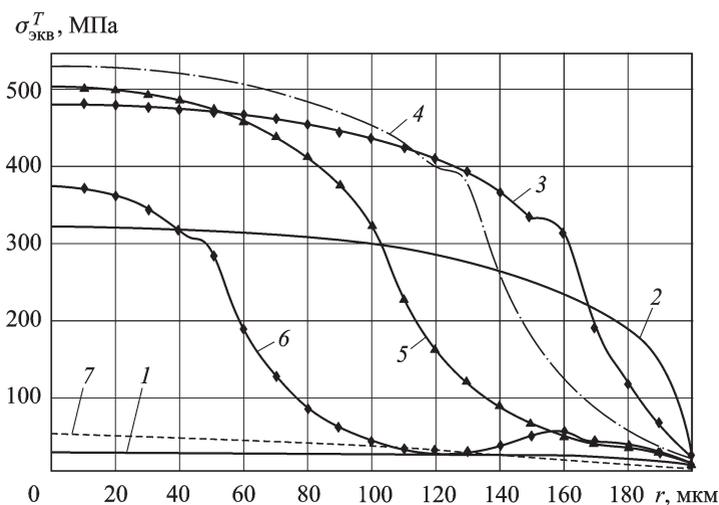


Рис. 4. Динамика эквивалентных термических напряжений в центре частицы  $\sigma_{\text{эКВ}}^T(r = 0, t)$  при  $T_m = 500$  К:

1 -  $d = 0,1$  мм; 2 -  $d = 0,4$  мм

максимальных значений  $\sigma_{\text{эКВ}}^T$  в моменты времени  $t_{m1}$ , близкие к  $t_m$ , для которых максимальны  $\Delta \tilde{T}$ . При увеличении диаметра частицы так же, как и для  $\Delta \tilde{T}$ , наблюдается рост  $t_{m1}$  и  $\sigma_{\text{эКВ}}^T$ . После прохождения максимального значения  $\sigma_{\text{эКВ}}^T(r = 0, t)$  плавно уменьшается во времени по закону, близкому к закону снижения  $\Delta \tilde{T}$ .

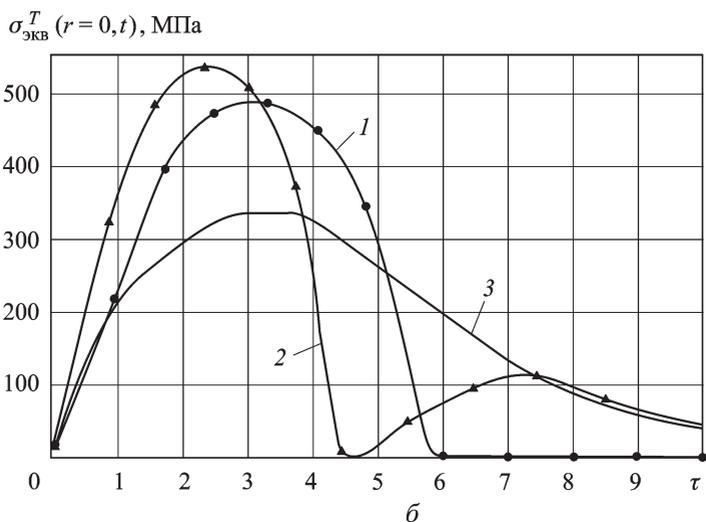
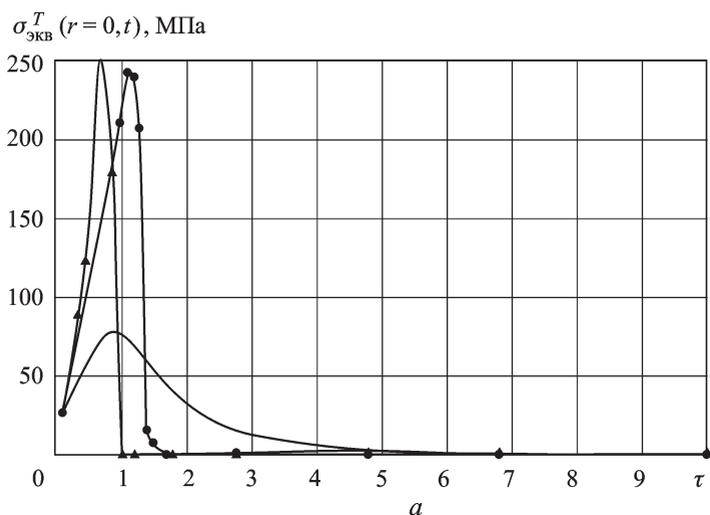
При значениях  $T_m > T_{\alpha\beta} - T_0$ , когда осуществляется режим нагрева частицы с фазовым переходом, на начальной стадии нагрева до  $T_s = T_{\alpha\beta}$  пространственно-временная картина поведения  $\sigma_{\text{эКВ}}^T$  полно-



**Рис. 5. Распределение эквивалентных термических напряжений по радиусу частицы  $d = 0,4$  мм при  $T_m = 1200$  К в различные моменты времени:**  
 $1 - t = 0,1t_p$ ;  $2 - t = 0,9t_p$ ;  $3 - t = 1,6t_p$ ;  $4 - t = 2,3t_p$ ;  $5 - t = 3t_p$ ;  $6 - t = 3,8t_p$ ;  $7 - t = 10t_p$

стью аналогична приведенной выше. В момент времени  $t_{\alpha\beta}$  (определяемый из соотношения  $\tau_{\alpha\beta} = t_{\alpha\beta}/t_p = \ln[T_m/(T_m - T_{\alpha\beta} + T_0)]$ ), когда температура поверхности частицы достигает значения температуры фазового перехода  $T_{\alpha\beta}$ , ситуация существенно изменяется. По частице к ее центру начинает двигаться фронт фазового перехода, перед которым кварц находится в  $\alpha$ -фазе, а за которым — в  $\beta$ -фазе. Фазовый переход происходит при значительном изменении коэффициента объемного расширения, что приводит к резкому увеличению эквивалентных напряжений в центральной области частицы (занятой  $\alpha$ -фазой) и существенному их снижению во внешнем слое, представляющем собой  $\beta$ -фазу кварца (рис. 5). В динамике это выглядит следующим образом: к центру частицы вместе с фронтом фазового перехода движется фронт своеобразной “термодеформационной” волны (ТДВ), разграничивающий области высоких и низких значений эквивалентных напряжений. По мере прохождения фронта фазового перехода по частице на стадии роста общего температурного перепада  $\Delta\hat{T}$  в областях перед фронтом ТДВ наблюдается рост  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T$ , максимальные значения достигаются в момент времени  $t_{m2}$ , когда фронт ТДВ находится в точках  $r \sim d/4$ . Дальнейшее продвижение ТДВ к центру частицы сопровождается резким снижением значений  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T$  перед фронтом.

Характер изменения во времени  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T$  в центре частиц с различными диаметрами и при различных значениях  $T_m$  показан на рис. 6. Временная зависимость  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T(r = 0, t)$  носит характер импульса колоколообразной формы длительностью, по порядку величины совпадающей со временем прохождения фронтом фазового перехода (а следовательно, ТДВ) тела частицы, т.е.  $t_b \sim d^2/a$ . Поэтому длительность



**Рис. 6.** Динамика эквивалентных термических напряжений в центре частицы  $d = 0,1$  (а) и  $0,4$  мм (б) при различных значениях  $T_m$ :

1 –  $T_m = 900$  К, 2 –  $T_m = 1200$  К, 3 –  $T_m = 900$  К,  $\alpha = \text{const} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

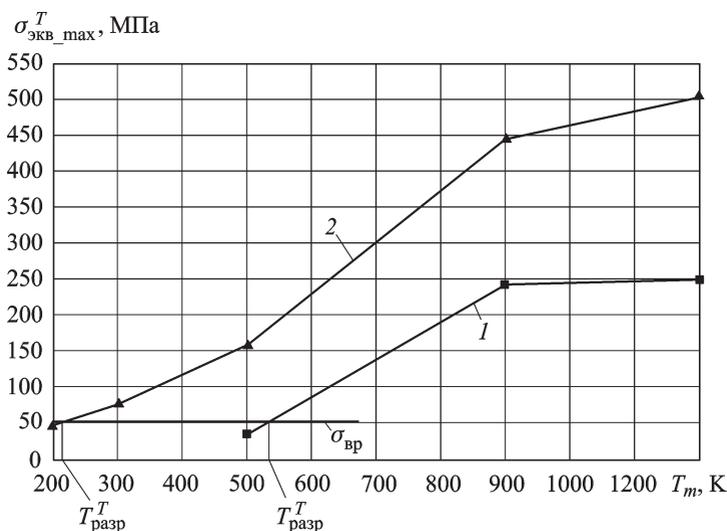
импульса  $\sigma_{\text{экв}}^T(r=0, t)$  у мелкой частицы значительно меньше, чем у крупной. Абсолютный максимум  $\sigma_{\text{экв}}^T$  имеет место в момент времени  $t_{m2} \approx t_{\alpha\beta} + t_b/2$ , который зависит от  $T_m$  и от диаметра частицы. Величина  $\sigma_{\text{экв}}^T$  является функцией  $T_m$  и  $d$  (рис. 7). В момент достижения фронтом ТДВ центра частицы эквивалентные напряжения в центре частиц достигают практически нулевых значений. В последующие моменты времени при фактически нулевом перепаде температур напряжения в центре малоразмерных частиц остаются практически нулевыми (см. рис. 6, а). Для крупных частиц (см. рис. 6, б) после перехода кварца в  $\beta$ -модификацию и еще существенных перепадах температур  $\Delta T$  при  $T_m \geq 1100$  К наблюдается повторный рост напряжений растяжения до значений, близких к порогу разрушения частицы.

Чтобы наглядно продемонстрировать влияние эффекта прохождения ТДВ, на рис. 6 приведены результаты расчетов эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{эКВ}}^T(r=0, t)$  в частицах при условии постоянства коэффициента объемного расширения  $\alpha$  во всем интервале температур. В частности, для частицы с  $d = 0,1$  мм и при  $T_m = 900$  К, эквивалентные напряжения с учетом нелинейности  $\alpha$  более чем в 3 раза превосходят аналогичные значения при  $\alpha = \text{const}$ . Для частицы с  $d = 0,4$  мм это различие несколько меньше, но также существенно и составляет  $\sim 1,5$ .

Резюмируя сказанное о термических напряжениях, возникающих при нестационарном нагреве кварцевых частиц до  $T_s > T_{\alpha\beta}$ , можно отметить, что частицы в этом случае фактически подвергаются ударному воздействию с генерацией напряжений растяжения, значительно превышающих допустимые значения, и, следовательно, кварцевые частицы в этих случаях будут гарантированно расколоты.

На рис. 7 приведены графики зависимостей максимальных эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{эКВ}}^T_{\text{max}} = \sigma_{\text{эКВ}}^T(r=0, t_{m1})$  от  $T_m$  для двух значений диаметра  $d$ . Эти данные позволяют определить минимальное значение  $T_m^{\text{разр}}$ , при котором возникающие термические напряжения в центре частицы будут превышать допустимые значения  $\sigma_{\text{вр}}$  и частица будет расколота. По этой температуре можно оценить абсолютное значение температуры термического разрушения частицы  $T^T_{\text{разр}} = T_m^{\text{разр}} + T_0$ , которая является функцией диаметра частицы и для крупных частиц ( $d = 0,4$  мм) составляет  $\approx 520$  К, а для частиц с  $d = 0,1$  мм —  $\approx 850$  К.

При наличии в частицах вакуоли с ГЖВ дополнительно имеет место деформация, обусловленная действием давления нагреваемого



**Рис. 7.** Максимальные эквивалентные термические напряжения в центре частицы  $\sigma_{\text{эКВ}}^T_{\text{max}} = \sigma_{\text{эКВ}}^T(r=0, t_{m1})$  в зависимости от значений  $T_m$ : 1 —  $d = 0,1$  мм; 2 —  $d = 0,4$  мм

ГЖВ. При этом в частице наряду с термонапряжением  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^T$  возникает дополнительно барическая составляющая напряжений  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^P$ , и частица подвергается комплексному термобарическому воздействию с напряжением  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^{TP}$ .

Расчет пространственных распределений компонент тензора барических напряжений  $\sigma_{rr}^P$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}^P$ ,  $\sigma_{\theta\theta}^P$  в случае одной, центральной вакуоли может быть проведен по известной формуле [5], из которой следует, что возникающие напряжения максимальны на поверхности вакуоли (при  $r = d_b/2$ ) и являются сильно ( $\sim 1/r^3$ ) затухающими функциями  $r$ . При  $(d_b/d)^3 \ll 1$  напряжения на поверхности вакуоли имеют вид

$$\sigma_{rr}^P (r = d_b/2, t) \approx -P(t); \quad \sigma_{\varphi\varphi}^P (r = d_b/2, t) = \sigma_{\theta\theta}^P \approx P(t)/2,$$

а соответствующее эквивалентное напряжение (1) определяется по формуле

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^P (r = d_b/2) \approx \left( \frac{1}{2} + k \right) P. \quad (8)$$

Таким образом, для анализа термобарических напряжений, возникающих в частице с вакуолью, необходимо установить связь давления  $P$  с составом и температурой ГЖВ. Основными компонентами ГЖВ в природном кварце являются [6] вода и углекислый газ, причем соотношение их объемов в вакуоли при нормальных условиях может быть произвольным. В силу малости объема вакуоли  $V_b \sim d_b^3$  в сравнении с объемом частицы  $V \sim d^3$  ( $V_b/V \approx 10^{-3} \dots 10^{-2}$ ) при расчете давления ГЖВ полагали, что рассматриваемая двухкомпонентная система в процессе нагрева находится в состоянии термодинамического равновесия при среднеинтегральной по объему вакуоли температуре  $\bar{T}$ , определяемой из решения тепловой задачи (3), (4). Объемы, занимаемые водяным компонентом ( $V_{\text{H}_2\text{O}}(\bar{T}, P)$ ) и углекислым газом ( $V_{\text{CO}_2}(\bar{T}, P)$ ) при текущей температуре  $\bar{T}(t)$  и давлении  $P(t)$ , связаны соотношением

$$V_{\text{CO}_2}(\bar{T}, P) + V_{\text{H}_2\text{O}}(\bar{T}, P) = V_b,$$

которое можно записать в виде

$$m_{\text{CO}_2} v_{\text{CO}_2}(\bar{T}, P) + m_{\text{H}_2\text{O}} v_{\text{H}_2\text{O}}(\bar{T}, P) = V_b, \quad (9)$$

где  $m_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $m_{\text{CO}_2}$  — соответственно массы водяного компонента и  $\text{CO}_2$ ;  $v_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $v_{\text{CO}_2}$  — соответственно удельные массовые объемы водяного компонента и  $\text{CO}_2$ .

Будем считать, что при  $\bar{T} = 300$  К давление ГЖВ равно  $P_0 = 0,1$  МПа и вода при этом занимает объем  $V_{\text{H}_2\text{O}}(\bar{T}_0, P_0)$ , а углекислый газ — объем  $V_{\text{CO}_2}(\bar{T}_0, P_0)$ . Вводя начальную объемную долю содержания углекислого газа  $X = V_{\text{CO}_2}(\bar{T}_0, P_0)/V_b$  и учитывая соотношения

$$m_{\text{CO}_2} = \frac{V_{\text{CO}_2}(\bar{T}_0, P_0)}{v_{\text{CO}_2}(\bar{T}_0, P_0)}, \quad m_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{V_{\text{H}_2\text{O}}(\bar{T}_0, P_0)}{v_{\text{H}_2\text{O}}(\bar{T}_0, P_0)},$$

выражение (9) можно записать в окончательном виде

$$X \frac{v_{\text{CO}_2}(\bar{T}, P)}{v_{\text{CO}_2}(\bar{T}_0, P_0)} + (1 - X) \frac{v_{\text{H}_2\text{O}}(\bar{T}, P)}{v_{\text{H}_2\text{O}}(\bar{T}_0, P_0)} = 1, \quad (10)$$

которое при известных термических уравнениях состояния компонентов ( $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ ) устанавливает искомую функциональную связь давления ГЖВ  $P$  с температурой  $\bar{T}$  и начальной объемной долей содержания  $\text{CO}_2$   $X$ .

Расчет зависимости  $P = P(\bar{T}, X)$  по выражению (10) проведен с использованием данных из работы [5] при вариации  $\bar{T} = 300 \dots 1500$  К и  $X = 0 \dots 1$ .

Результаты расчетов приведены на рис. 8 в виде зависимостей  $P = P(\bar{T}, X)$  для различных значений  $X$ . Отметим некоторые особенности изменения состояния ГЖВ и поведения давления в процессе нагрева частицы. Для описания состояния водяного компонента на рис. 8 проведена линия насыщения  $\text{H}_2\text{O}$  (ОК). Видно, что можно выделить три диапазона изменения  $X$ , в которых характер зависимости  $P$  от  $\bar{T}$  существенно различен, а следовательно, различен и уровень возникающих барических напряжений растяжения.

При высоком газосодержании ( $X \in (0,7; 1)$ ) давление  $P$  изменяется с ростом температуры  $\bar{T}$  по линии  $HC A(X)B(X)$ . На участке от точки  $C$  (с температурой  $T_C = 380 \dots 387$  К) до точки  $A(X)$  (линия  $CA(X)$  совпадает с линией насыщения воды  $OK$ ) вода находится в двухфазном состоянии, а давление ГЖВ равно давлению насыще-

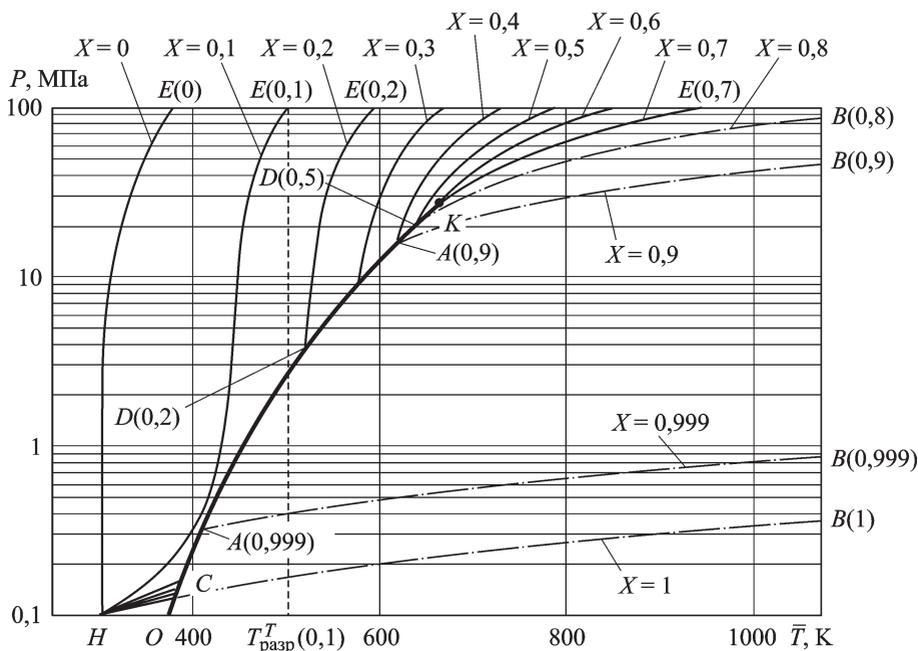


Рис. 8. Зависимость давления ГЖВ от температуры  $\bar{T}$  и параметра  $X$

ния воды  $P = P_n(\bar{T})$ . Температура  $T_{A(X)}$ , соответствующая точкам  $A$ , зависит от  $X$  и лежит в диапазоне от  $T_c = 387$  К до критической температуры воды  $T_k = 647$  К. Например, при  $X = 0,9$  двухфазность водяного компонента наблюдается до  $T_{A(0,9)} = 620$  К, а при  $X = 0,7$  — до температуры, близкой к критической  $T_k = 647$  К. Соответственно максимальные давления ГЖВ в этом диапазоне значений  $X$  при  $\bar{T} < T_k$  всегда меньше критического давления воды  $P_k = 22,1$  МПа, а эквивалентные барические напряжения  $\sigma_{\text{эКВ}}^P$  меньше предела прочности кварца  $\sigma_{\text{вр}}$ . При нагреве до температур, больших чем  $T_{A(X)}$ , система гомогенизируется, и двухкомпонентная система становится газофазной смесью паров воды и газа, давление которой с ростом  $\bar{T}$  увеличивается (участок  $A(X)B(X)$ ) относительно медленно, подчиняясь приблизительно уравнению состояния идеального газа. Значения давлений ГЖВ, при которых  $\sigma_{\text{эКВ}}^P$  может превысить допустимый порог  $\sigma_{\text{вр}} = 50$  МПа, наблюдаются, например, для  $X = 0,8$  при  $\bar{T} \approx 1300$  К, а для  $X \geq 0,9$  при  $\bar{T} > 1500$  К. Учитывая, что при динамическом нагреве эти значения температур превышают значения температуры термического разрушения частиц, можно для такого состава ГЖВ считать роль барических напряжений в разрушении частиц незначительной.

В случае, если  $X \in (0,1; 0,7)$ , давление ГЖВ изменяется по линии  $HCD(X)E(X)$ , так же и для  $X > 0,7$  после нагрева ГЖВ до температур, превышающих  $T_c$ , вода переходит в двухфазное состояние и остается таковой вплоть до значений температур, соответствующим точкам  $D(X)$ . При этом давление ГЖВ определяется давлением насыщения воды, т.е.  $P(\bar{T}) = P_n(\bar{T})$ . При дальнейшем увеличении температуры на участке  $D(X)E(X)$  водяной компонент из парожидкостного состояния возвращается в жидкое агрегатное состояние, т.е. ГЖВ в областях повышенных температур ( $\bar{T} > T_D$ ) остаются гетерогенной системой, и давление в ней является сильно возрастающей функцией температуры, причем скорость роста  $P$  с увеличением  $\bar{T}$  тем выше, чем меньше  $X$ .

Наконец, если  $0 \leq X \leq 0,1$ , то, как показывает расчет по выражению (10), водяной компонент остается в жидком состоянии при любом значении температур ГЖВ. При этом давление в ГЖВ, изменяясь по линии  $HE(X)$ , является сильно возрастающей функцией температуры. Нагрев ГЖВ до температур 400...500 К приводит к росту давления до значений  $\sim 10^2$  МПа, вызывающих соответственно генерацию барических напряжений  $\sigma_{\text{эКВ}}^P$ , превышающих порог разрушения кварцевых частиц.

Из сказанного следует, что при анализе прочности частиц с ГЖВ в случае, если в их составе находится жидкий компонент с объемной долей более 0,3, возникающие давления необходимо учитывать, и они могут оказывать заметное влияние на значение возникающих термо-

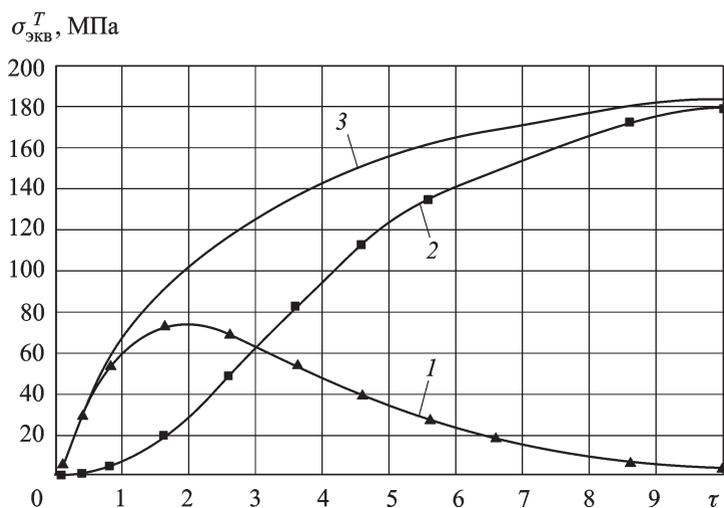


Рис. 9. Динамика эквивалентных термобарических напряжений на поверхности вакуоли для частицы  $d = 0,4$  мм:

1 -  $\sigma_{\text{эКВ}}^T (r = d_{\text{в}}/2, t)$ ; 2 -  $\sigma_{\text{эКВ}}^P (r = d_{\text{в}}/2, t)$ ; 3 -  $\sigma_{\text{эКВ}}^{TP} (r = d_{\text{в}}/2, t)$

барических напряжений  $\sigma_{\text{эКВ}}^{TP}$  и на снижение температуры разрушения частицы.

На рис. 9 в качестве примера приведен расчетный график зависимости эквивалентного термобарического напряжения на поверхности вакуоли  $\sigma_{\text{эКВ}}^{TP} (r = d_{\text{в}}/2, t)$  от времени для кварцевой частицы  $d = 0,4$  мм, содержащей вакуоль  $d_{\text{в}} = 0,08$  мм и заполненной жидким компонентом ( $X = 0$ ), при нагреве частицы с  $T_m = 200$  К. Там же приведены графики зависимостей от  $t$  отдельных составляющих эквивалентного термобарического напряжения: термического  $\sigma_{\text{эКВ}}^T (r = d_{\text{в}}/2, t)$  и барического  $\sigma_{\text{эКВ}}^P (r = d_{\text{в}}/2, t)$ . Видно, что на начальной фазе нагрева ( $t \approx 0 \dots 3t_p$ ), когда температура ГЖВ относительно мала, термические напряжения превышают барические. После прогрева центральной области частицы с ГЖВ барические напряжения становятся преобладающими. При этом полные термобарические напряжения  $\sigma_{\text{эКВ}}^{TP}$  являются монотонно возрастающими функциями времени. В данном случае максимальные значения термического напряжения в частице не достигают предельного значения  $\sigma_{\text{вр}}$ . Частица разрушается под действием термобарического напряжения, значение которого начинает превышать допустимый порог  $\sigma_{\text{вр}}$  в момент времени  $\approx 2t_p$ .

Значение давления ГЖВ, при котором максимальные барические напряжения  $\sigma_{\text{эКВ}}^P (r = d_{\text{в}}/2, t)$  превышают допустимый порог  $\sigma_{\text{вр}}$  и частица с вакуолью будет разрушена, определяется по уравнению (7) и составляет для кварцевой частицы  $P_{\text{разр}} \approx 2\sigma_{\text{вр}} \approx 10^2$  МПа. Установленная зависимость  $P = P(\bar{T}, X)$  позволяет рассчитать (см. рис. 8) температуру  $T_{\text{разр}}^P(X)$ , при которой давление ГЖВ достигает значения  $P_{\text{разр}}$ . Величина  $T_{\text{разр}}^P(X)$  представляет собой температуру чисто бари-

ческого разрушения частицы, т.е. температуру, при нагреве до которой произойдет раскол частицы (без учета возникающих термических напряжений). Это температура для частиц с вакуолью является оценкой температуры разрушения сверху. Величина  $T_{\text{разр}}^P(X)$  не зависит от диаметров частицы и вакуоли и является функцией только состава ГЖВ —  $X$ . Ниже приведены расчетные значения  $T_{\text{разр}}^P(X)$  для различных значений  $X$  из диапазона  $0 \dots 0,7$ .

**Зависимость температуры барического разрушения кварцевых частиц от газосодержания ГЖВ**

$X$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$T_{\text{разр}}^P, \text{ К}$	378	502	595	669	732	789	852	946

Сравнение  $T_{\text{разр}}^T(X)$  и  $T_{\text{разр}}^P(X)$  доказывает, что температурный порог термического разрушения частиц с вакуолью может быть снижен за счет действия барических напряжений. Так, при нагреве крупных частиц ( $d = 0,4 \text{ мм}$ ), ГЖВ которых состоят в основном из водяного компонента ( $X \leq 0,1$ ), значения эффективных температур разрушения определяются температурой барического разрушения и будут находиться в диапазоне (378...500) К. При нагреве мелких частиц ( $d = 0,1 \text{ мм}$ ), с начальным газосодержанием ГЖВ, не превышающим 0,6, температуры разрушения в зависимости от  $X$  могут иметь значения (378...850) К. При  $X \geq 0,6$  кварцевые частицы будут разрушены за счет действия термических напряжений, т.е. при нестационарном нагреве до температур, соответствующих порогу термического разрушения  $T_{\text{разр}}^T(X)$ .

Полученные результаты доказывают, что при характерных для плазмохимического метода условиях нестационарного нагрева раскол (растрескивание) кварцевых частиц с  $d = 0,1 \dots 0,4 \text{ мм}$  может происходить при их нагреве до температур ниже температуры фазового перехода  $T_{\alpha\beta} = 846 \text{ К}$ . Поскольку это явление происходит с частицами, еще находящимися в потоке высокотемпературной плазмы, возможно протекание плазмохимической очистки от примесей вновь открывающихся поверхностей, а следовательно, в итоге может быть осуществлено не только поверхностное, но и объемное обогащение кварца. При наличии вакуолей с ГЖВ раскол (растрескивание) кварцевых частиц приведет к вскрытию каналов для вывода ГЖВ, и как итог будет получен конечный продукт — особо чистый кварц. Представленные результаты расчетов температур разрушения частиц кварца являются исходными данными для выбора оптимальных параметров плазменной струи и, соответственно, параметров плазменного генератора при переработке кварцевого концентрата с заданными дисперсностью и свойствами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б о р и с о в Л. А., С е р ы х Н. М., Г у л и н Е. Н. О перспективах использования существующей МСБ кварцевого сырья России в промышленности высоких технологий // Разведка и охрана недр. – 2003. – № 1.
2. Г р и ш и н Ю. М., К о з л о в Н. П., Б о р и с о в Л. А. Исследования модификации состава примесей частиц природного кварца в дисперсном плазменном потоке // ТВТ. – 2007. – Т. 45, № 5. – С. 777–781.
3. К о м о в И. Л., С а м о й л о в и ч М. И. Природный кварц и его физико-химические свойства. – М.: Мир, 1985.
4. Ю ш к и н Н. П. Механические свойства минералов. – Л.: Наука, 1971.
5. Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособ. для вузов. В 10 т. – Т. VII. Теория упругости. – М.: Физматлит, 2007.
6. Р е д д е р Э. Флюидные включения в минералах. Т. 1. – М.: Мир. 1987.
7. А л е к с а н д р о в А. А., О ч к о в А. В., О ч к о в В. Ф., О р л о в К. А. Сертифицированный пакет программ WaterSteamPro для вычислений теплофизических свойств воды и водяного пара. – М.: Изд-во МЭИ.

Статья поступила в редакцию 19.03.09

Юрий Михайлович Гришин родился в 1949 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1972 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Теплофизика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области теплофизики высокотемпературных сред и радиационно-плазмодинамических процессов.

Yu.M. Grishin (b. 1949) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1972. D. Sc. (Eng.), professor of “Thermal Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 100 publications in the field of thermal physics of high-temperature media and processes of radiation and plasma dynamics.

Николай Павлович Козлов родился в 1929 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1954 г. Д-р техн. наук, профессор, заведующий отделом НИИ “Энергетическое машиностроение” МГТУ им. Н.Э. Баумана, заслуженный деятель науки и техники РСФСР. Автор более 350 научных работ в области физики и техники низкотемпературной плазмы.

N.P. Kozlov (b. 1929) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1954. D. Sc. (Eng.), professor, head of department of Research Institute for Power Engineering of the Bauman Moscow State Technical University, Honored Scientist of the Russian Federation. Author of more than 350 publications in the field of physics and technology of low-temperature plasma.

Александра Евгеньевна Комракова родилась в 1987 г., студентка МГТУ им. Н.Э. Баумана.

A.Ye. Komrakova (b. 1987) – student of the Bauman Moscow State Technical University.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---