

УДК 629.7.031.7

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СИЛЫ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ НА СОЛНЕЧНЫЙ ПАРУС С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА ПАРУСА ОТ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Н.А. Неровный, В.Н. Зимин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

e-mail: nick.nerovny@bmstu.ru; zimin@bmstu.ru

Приведен обзор современных исследований в области солнечных парусов. Показана актуальность исследования феномена зависимости оптических характеристик тонкопленочных материалов от механических напряжений в контексте солнечных парусов. Выведены соотношения для силы светового давления, действующего на бесконечно малый элемент с учетом зависимости оптических характеристик от длины волны, направления в пространстве, температуры материала и механических напряжений в материале. Выполнена постановка совместной задачи о нахождении деформированной формы паруса, его температурного состояния и распределения сил светового давления, а также главного вектора и главного векторного момента сил светового давления.

Ключевые слова: солнечный парус, световое давление, оптические характеристики, зависимость от напряжений.

DETERMINATION OF THE RADIATION PRESSURE FORCE ACTING ON A SOLAR SAIL TAKING INTO ACCOUNT STRESS-DEPENDENT OPTICAL PARAMETERS OF SAIL MATERIAL

N.A. Nerovnyi, V.N. Zimin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

e-mail: nick.nerovny@bmstu.ru; zimin@bmstu.ru

A review of recent research in the field of solar sailing is given. The urgency of investigating a phenomenon of dependence of optical parameters of thin film materials on mechanical stresses is shown in the context of solar sails. Relationships are derived for a force due to radiation pressure acting on an infinitesimal element with allowance for dependence of optical characteristics on the wavelength, direction in space, material temperature and mechanical stresses in the material. The formulation of a combined problem is performed for finding a deformed shape of solar sail, its thermal state, and radiation pressure force distribution as well as a resultant vector and resultant couple of radiation pressure forces.

Keywords: solar sail, radiation pressure, optical parameters, dependence on stress.

В настоящее время ведутся активные теоретические и экспериментальные исследования в области солнечных парусов: выполнены несколько успешных экспериментов по раскрытию солнечных парусов на космических аппаратах, разрабатываются новые космические эксперименты с солнечными парусами, проводятся наземные испытания перспективных материалов и конструкций, которые возможно применять для создания парусов.

При создании подобных конструкций часто невозможно провести полноценную наземную отработку изделий: например, для отработки раскрытия бескаркасных солнечных парусов необходимо обеспечить микрогравитацию внутри большого вакуумированного объема в течение длительного времени. Поэтому большое значение имеет увеличение физической адекватности и точности расчетных моделей для солнечных парусов — моделей прочности, тепловых моделей. Учет большего числа разнообразных физических эффектов при расчетах потенциально способен повысить вероятность успеха летных испытаний солнечных парусов.

Цель настоящей работы — исследование феномена зависимости оптических характеристик тонкопленочных материалов от механических напряжений в них применительно к силе давления на солнечный парус. Покажем сначала актуальность исследований в рамках работ по солнечным парусам.

Краткий обзор современных исследований по солнечным парусам. Приоритетом в области проведения экспериментов с солнечными парусами в космическом пространстве обладает Россия. Так, в 1993 г. на борту КА “Прогресс М-15” был успешно осуществлен космический эксперимент “Знамя-2”, разработанный в РКК “Энергия”, в ходе которого была раскрыта бескаркасная тонкопленочная конструкция, стабилизированная вращением [1]. В 1999 г. была предпринята неудачная попытка эксперимента “Знамя-2.5” с солнечным парусом большего размера — во время раскрытия полотно солнечного паруса зацепилось за антенну. Работы по продолжению экспериментов “Знамя” (“Знамя-3” и “Знамя-СБ”) продолжаются и сейчас [2, 3].

В 2010 г. японским космическим агентством (JAXA) в качестве балансирующего груза межпланетной станции Planet-C был запущен космический аппарат IKAROS с бескаркасным солнечным парусом, стабилизированным вращением [4]. В ходе эксперимента было отработано многоэтапное раскрытие солнечного паруса для последующего использования такой технологии при создании автоматической межпланетной станции.

Следующий успешный эксперимент на космическом аппарате, в ходе которого был раскрыт солнечный парус, был также проведен в 2010 г. на борту малого космического аппарата Nanosail-D2, разработанного по заказу НАСА [5]. В отличие от эксперимента “Знамя”, на борту Nanosail-D2 был раскрыт каркасный солнечный парус. Помимо раскрытия тонкопленочной конструкции, задачей эксперимента также являлась отработка технологии сведения с орбиты малых космических аппаратов: при начальной высоте перигея космического аппарата, равного 623 км, после раскрытия паруса аппарат сошел с орбиты за 240 дней [6].

В США ведется параллельная разработка двух космических аппаратов с каркасным солнечным парусом — LightSail-1 и Sunjammer. Проект LightSail-1 разрабатывает компания Stellar Exploration по заказу американского Планетарного общества (Planetary Society). Данный проект является развитием технологии каркасного солнечного паруса Nanosail-D2. Цель эксперимента — демонстрация активных межорбитальных маневров на околоземной орбите большой высоты [7].

Космический аппарат Sunjammer разрабатывает компания L'Garde [8]. Целью данного космического эксперимента является демонстрация технологии раскрытия каркасного солнечного паруса и выполнения межорбитальных перелетов. Разработчик предполагает использовать такую технологию для вывода на некеплеровые орбиты спутников связи и спутников наблюдения за космической погодой.

Помимо работ над каркасными солнечными парусами, в США возобновились теоретические исследования в области бескаркасных, в частности роторных, солнечных парусов. Исторически активные работы над роторными солнечными парусами (гелиороторами) начались в США раньше, чем над каркасными. Первым предложил идею создания технологии гелиоротора в США МакНил в 1960-х годах [9], хотя сама идея гелиоротора была высказана Ф. Цандером еще в 1920-е годы [10]. В 1970-е годы в Лаборатории изучения реактивного движения НАСА (NASA JPL) активно прорабатывалась идея отправки межпланетной станции-гелиоротора к комете Галлея в 1981 г., но впоследствии от этой идеи отказались [11]. В настоящее время интерес к роторным солнечным парусам возник снова: выполнены работы по анализу динамики тонкопленочного роторного полотна при различных режимах, осуществлены многочисленные наземные эксперименты, показавшие правильность математических моделей, предложены варианты конструкций космических аппаратов с роторным солнечным парусом. Работы проводятся в Университете Колорадо в Боулдере и финансируются НАСА. Хороший обзор текущего состояния работ над гелиоротором содержится в диссертации [12], а также в статьях [11, 13].

В Европе также ведутся исследования и разработка космических аппаратов с солнечным парусом на борту. Немецкое космическое агентство (DLR) разрабатывает космический аппарат Gossamer-1 с каркасным солнечным парусом [14].

В Люксембурге работает международная группа исследователей, изучающих свойства существующих материалов применительно к их использованию в солнечных парусах [15]. Группа занимается определением механических характеристик материалов, разрабатывает технологии для получения полотен большой площади, определяет рекомендации к элементам конструкции солнечных парусов.

В России помимо работ над проектом “Знамя” в МГТУ им. Н.Э. Баумана ведется разработка космического эксперимента “Парус-МГТУ” [16], в ходе которого с малого космического аппарата, запущенного с Международной космической станции, должен быть раскрыт прототип двухлопастного роторного солнечного паруса. Разработка ведется с 2009 г. коллективом студентов, аспирантов и преподавателей МГТУ им. Н.Э. Баумана. В 2012 г. космический эксперимент “Парус-МГТУ” вошел в долгосрочную программу космических исследований на МКС по секции “Космическое образование” [17]. Данная работа выполнена в рамках подготовки космического эксперимента “Парус-МГТУ”.

Зависимость оптических характеристик от механических напряжений в материале. На сегодняшний день первоочередной задачей в области солнечных парусов является отработка их раскрытия и анализ динамики их последующего поведения. Вместе с тем для создания полноразмерных солнечных парусов в будущем необходимо провести анализ влияния различных факторов на оптические и механические характеристики материалов и, следовательно, на эффективность целевого применения конструкции, на его прочность и тепловой режим. Такими факторами могут являться: эффекты радиационной и температурной деградации, неидеальность формы поверхности, зависимость оптических и термодинамических характеристик от механических напряжений и др.

В дальнейшем будем рассматривать влияние механических напряжений в материале на оптические характеристики, которые, в свою очередь, влияют на тепловой режим конструкции и на эффективную тягу солнечного паруса. Затем, зная данные зависимости, получим выражение для эффективной тяги солнечного паруса.

Анализ существующей открытой литературы по данному вопросу не позволил выявить данные, которые бы однозначно указывали на степень влияния рассматриваемого феномена на оптические характеристики. Так, в большинстве источников, в которых анализируются оптические характеристики полиимидных и полиэтилентерефталатных пленок, не указывается, при каких механических нагрузках были получены данные характеристики. Вместе с тем возможно получить косвенные свидетельства в пользу данного феномена из других исследований.

В работе [18] приведены результаты исследования отражательных характеристик тонких пленок из оксида цинка в зависимости от поперечных деформаций в плоском напряженном состоянии. Измерения были проведены для диапазона энергий фотонов от 3,36 до 3,41 эВ, что соответствует диапазону длин волн от 370 до 364 нм (ближний ультрафиолетовый диапазон). Спектральная отражательная способность для определенных длин волн может изменяться в широких пределах: так,

для энергии 3,36 эВ, соответствующей длине волны 370 нм, отражательная способность, имеющая значение 0,4 при $\varepsilon_{zz} = -0,00075$, при $\varepsilon_{zz} = -0,00058$ имеет значение, близкое к 0,2. Для указанного диапазона энергий максимальное изменение интегральной отражательной способности составляет 0,15. Измерения проводились при температуре образца 4 К.

В недавно вышедшей статье [19] приведены результаты моделирования зависимости оптических и электрических характеристик *из первых принципов*, что означает решение уравнений квантовой механики применительно к материалу, для CdSe-пленки нанометровой толщины при двухосном растяжении. В статье приведены результаты расчета в диапазоне энергий от 0 до 8 эВ, что соответствует всему электромагнитному спектру, начиная от длины волны 155 нм и больше, при изменении поперечной деформации от $-0,1$ до $0,1$. Полученный спектральный коэффициент отражения меняется в существенных пределах для всего рассматриваемого диапазона — например, в коротковолновой части спектра коэффициент отражения может изменяться практически от нуля при деформации $0,1$ до $0,25$ при поперечной деформации, равной $-0,1$.

Постановка задачи. Рассмотрим феномен зависимости оптических характеристик от механических напряжений в контексте эффективной силы светового давления на солнечный парус. Определим все факторы (собственное, поглощенное, отраженное и пропущенное излучение в зависимости от направления в пространстве, длины волны, температуры и механических напряжений), которые влияют на световое давление на поверхность солнечного паруса. Затем запишем итоговое выражение для эффективной силы тяги солнечного паруса. При выводе соотношений будем считать, что полотно солнечного паруса воспринимает только растягивающие напряжения, а сдвиговые напряжения отсутствуют.

Сила давления собственного излучения. Рассмотрим силу давления собственного электромагнитного излучения. Зададим известной направленной спектральной степенью черноты $\varepsilon'_\lambda(\lambda, \beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T)$, показывающую, во сколько раз интенсивность излучения в заданном направлении меньше интенсивности излучения абсолютно черного тела в том же направлении. Запишем выражение для направленной интегральной степени черноты [20]:

$$\varepsilon'(\beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{\pi \int_0^\infty \varepsilon'_\lambda i'_{\lambda b} d\lambda}{\sigma T^4}, \quad (1)$$

где σ — постоянная Стефана – Больцмана, $i'_{\lambda b}(\lambda, T)$ — спектральное распределение интенсивности излучения абсолютно черного тела, описываемое законом Планка:

$$i'_{\lambda b}(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)}. \quad (2)$$

Здесь h – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, k – постоянная Больцмана. Постоянную Стефана – Больцмана можно выразить через фундаментальные постоянные следующим образом:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}. \quad (3)$$

Введем единичный вектор \mathbf{r} (рис. 1), задающий направление компоненты силы светового давления в данном направлении:

$$\mathbf{r}(\beta, \theta) = \sin \beta \cos \theta \mathbf{e}_1 + \sin \beta \sin \theta \mathbf{e}_2 + \cos \beta \mathbf{e}_3,$$

где \mathbf{e}_i – орты декартовой системы координат, $i = 1, 2, 3$.

Запишем выражение для силы светового давления в направлении \mathbf{r} :

$$d\mathbf{F}^{Sr}(\beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = -\frac{\varepsilon' \sigma T^4}{c} \mathbf{r} dS. \quad (4)$$

В обозначении силы надстрочный индекс S обозначает, что рассматривается собственное излучение (self emission).

Запишем выражение для проекции полной силы в направлении \mathbf{e}_i со стороны собственного электромагнитного излучения, действующее на площадку площади dS :

$$dF_i^{S1}(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\mathbf{F}^{Sr} \cdot \mathbf{e}_i d\beta d\theta. \quad (5)$$

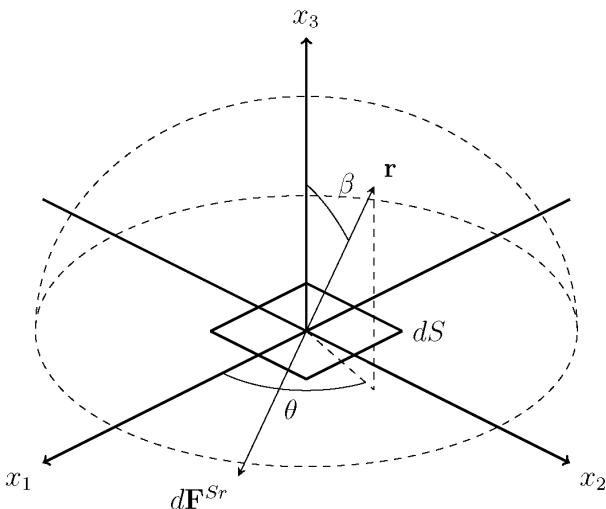


Рис. 1. К выводу силы светового давления собственного излучения

Подставляя в (5) выражения (1), (2) и (4), окончательно получаем

$$dF_i^{S1}(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = -dS \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_i \int_0^{\infty} \varepsilon'_\lambda \frac{hc}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)} d\lambda d\beta d\theta. \quad (6)$$

Заметим, что принимая $\varepsilon'_\lambda(\lambda, \beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \varepsilon = \text{const}$, из выражения (6), используя (3), получаем

$$dF_1^{S1} = 0, \quad dF_2^{S1} = 0, \quad dF_3^{S1} = -\frac{\varepsilon \sigma T^4}{c} dS,$$

что совпадает с известным выражением для силы давления от собственного излучения [21] на одну из поверхностей тонкопленочного материала.

В общем случае распределение степени черноты на передней поверхности (надстрочный индекс F) не совпадает с распределением степени черноты на задней поверхности (надстрочный индекс B). Задавая известными направленную спектральную степень черноты для передней поверхности $\varepsilon'_\lambda{}^F$ и для задней поверхности $\varepsilon'_\lambda{}^B$, получаем выражение для полной силы давления собственного электромагнитного излучения, действующей на двусторонний элемент площадью dS :

$$dF_i^S(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = -hc \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_i (\varepsilon'_\lambda{}^F - \varepsilon'_\lambda{}^B)}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)} d\beta d\theta d\lambda dS. \quad (7)$$

Сила давления поглощенного излучения. Выражение для полной силы светового давления, помимо учета собственного излучения, должно также учитывать вклад поглощенного, отраженного и пропущенного излучений. При выводе выражения для силы светового давления от поглощенного излучения будем считать, что падающее излучение вне зависимости от направления и поглощательной способности полностью передает количество движения площадке dS . Учет поглощательной способности проводится косвенно, в силу закона сохранения энергии, при рассмотрении вклада давления от отраженного и пропущенного излучений. Тем не менее поглощательная способность оказывает влияние на температурное поле полотна солнечного паруса, поэтому для строгости рассуждений зададим известным распределение направленной спектральной поглощательной способности $\alpha'_\lambda(\lambda, \beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T)$, которая показывает, какая доля от падающего в данном направлении внешнего излучения поглощается материалом. Направленная интегральная поглощательная способность связана с направленной спектральной поглощательной способностью следующим

образом [20]:

$$\alpha'(\beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{\int_0^{\infty} \alpha'_\lambda i'_\lambda{}^A d\lambda}{\int_0^{\infty} i'_\lambda{}^A d\lambda}, \quad (8)$$

где $i'_\lambda{}^A(\lambda, \beta, \theta)$ — направленная спектральная интенсивность падающего излучения, которая в данном случае зависит только от свойств источника излучения и от пространственного положения источника относительно площадки dS . В дальнейшем нам понадобятся следующие зависимости:

$$i^A(\beta, \theta) = \int_0^{\infty} i'_\lambda{}^A d\lambda \quad (9)$$

— направленная интегральная интенсивность падающего излучения;

$$i^A = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} i^A d\beta d\theta \quad (10)$$

— полусферическая интегральная интенсивность падающего излучения.

Выражение для силы давления от поглощенного излучения с учетом данного в начале параграфа замечания в направлении \mathbf{r} примет вид (рис. 2)

$$d\mathbf{F}^{Ar}(\beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = -\frac{i^A}{c} \mathbf{r} dS. \quad (11)$$

Надстрочный индекс A означает, что рассматривается задача поглощения внешнего излучения (absorption).

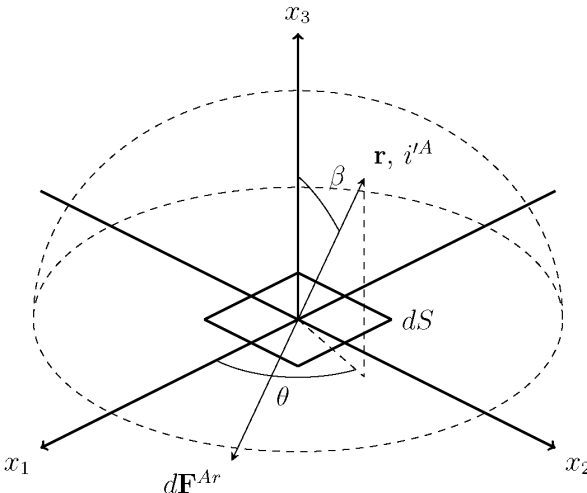


Рис. 2. К выводу силы светового давления поглощенного излучения

Выражение для проекции полной силы давления от поглощенного излучения в направлении \mathbf{e}_i примет вид

$$dF_i^A(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\mathbf{F}^{Ar} \cdot \mathbf{e}_i d\beta d\theta. \quad (12)$$

Подставляя (11) в (12), используя (8)–(10), окончательно получаем

$$dF_i^A(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = -hc \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_i i_\lambda'^A}{2\pi hc^2} d\beta d\theta d\lambda dS. \quad (13)$$

Рассмотрим случай, когда элементарная площадка dS освещается точечным источником света, находящимся в полуплоскости $\theta = 0$ под углом β_0 к нормали. Интенсивность падающего излучения зададим следующим образом:

$$i_\lambda'^A = q(\lambda) \cos \beta \delta(\beta - \beta_0) \delta(\theta), \quad (14)$$

где $\delta(\beta - \beta_0)$ — дельта-функция Дирака, $q(\lambda)$ — некоторая функция, характеризующая спектральные характеристики источника излучения.

Здесь и далее принимаем, что функция Хевисайда, являющаяся первообразной дельта-функции, при нуле принимает значение 1, $H(0) = 1$.

Введем интегральный поток излучения от источника

$$q_0 = \int_0^\infty q(\lambda) d\lambda. \quad (15)$$

Из (13), используя (14) и (15), получаем

$$dF_1^A = -\frac{q_0}{c} \cos \beta_0 \sin \beta_0 dS, \quad dF_2^A = 0, \quad dF_3^A = -\frac{q_0}{c} \cos^2 \beta_0 dS, \quad (16)$$

что совпадает с известным выражением для силы давления поглощенного излучения [21].

Сила давления отраженного излучения. Рассмотрим силу давления со стороны отраженного излучения. Зададим известным двунаправленный спектральный коэффициент яркости отражения (безразмерный коэффициент отражения) $\rho_\lambda''(\lambda, \beta^R, \theta^R, \beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T)$. Надстрочный индекс R означает, что рассматривается задача отражения (reflectivity). С учетом того, что источник излучения имеет направленную спектральную интенсивность, выражаемую ранее введенной зависимостью $i_\lambda'^A(\lambda, \beta, \theta)$, запишем выражение для двунаправленного интегрального коэффициента отражения:

$$\rho''(\beta^R, \theta^R, \beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \int_0^\infty \rho_\lambda'' i_\lambda'^A d\lambda / i'^A, \quad (17)$$

где i'^A определяется из (9).

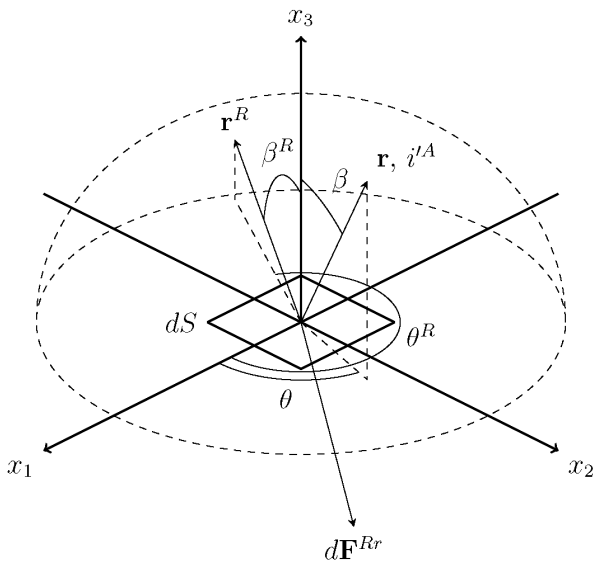


Рис. 3. К выводу силы светового давления отраженного излучения

Введем направленно-полусферическую отражательную способность

$$\rho'(\beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho'' \cos \beta^R d\beta^R d\theta^R. \quad (18)$$

Запишем выражение для компоненты силы давления в направлении \mathbf{r} (рис. 3) от отраженного излучения с учетом того, что двунаправленная отражательная способность задана в безразмерном виде

$$d\mathbf{F}^{Rr}(\beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = -\frac{2\pi\rho' i^A}{c} \mathbf{r}_0 dS, \quad (19)$$

где вектор \mathbf{r}_0 введен, чтобы учесть физическую особенность — сила давления отраженного света находится в одной полуплоскости с падающим лучом. Математически это выражается следующим образом:

$$\mathbf{r}_0 = [A]\mathbf{r},$$

где $[A]$ — матрица перехода, компоненты которой A_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, заданы следующим образом:

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выражение для полной силы давления от отраженного излучения в проекции на направление \mathbf{e}_i будет иметь следующий вид:

$$dF_i^R(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\mathbf{F}^{Rr} \cdot \mathbf{e}_i d\beta d\theta. \quad (20)$$

Подставляя в (20) выражение (19), используя (17), (18), окончательно получаем:

$$dF_i^R(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = -hc \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \{A\} \mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_i \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\rho_\lambda'' i_\lambda'^A}{2\pi c^2} \cos \beta^R d\beta^R d\theta^R d\beta d\theta d\lambda dS. \quad (21)$$

Запишем выражение для силы давления отраженного излучения от точечного источника, находящегося в полуплоскости $\theta = 0$ под углом β_0 к нормали с направленной спектральной интенсивностью излучения, выражаемой зависимостью (14). В случае зеркального отражения ($\rho'' = \rho\delta(\beta^R - \beta)\delta(\theta^R - \theta - \pi)$) получим

$$dF_1^R = \frac{\rho q_0}{c} \sin \beta_0 \cos \beta_0 dS, \quad dF_2^R = 0, \quad dF_3^R = -\frac{\rho q_0}{c} \cos^2 \beta_0 dS, \quad (22)$$

что совпадает с известным выражением для силы давления при зеркальном отражении.

Сила давления пропущенного излучения. Рассмотрим силу давления со стороны пропущенного излучения. Будем считать известным двунаправленный спектральный коэффициент пропускания $\tau_\lambda''(\lambda, \beta^T, \theta^T, \beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T)$. Надстрочный индекс T означает, что рассматривается задача пропускания света (transmissivity). Аналогично случаю отражения света, запишем выражение для двунаправленного интегрального коэффициента пропускания:

$$\tau''(\beta^T, \theta^T, \beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda'' i_\lambda'^A d\lambda}{i'^A}, \quad (23)$$

где i'^A определяется из (9).

Введем направленно-полусферический коэффициент пропускания

$$\tau'(\beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tau'' \cos \beta^T d\beta^T d\theta^T. \quad (24)$$

Запишем выражение для компоненты силы давления в направлении \mathbf{r} от пропущенного излучения с учетом того, что двунаправленный коэффициент пропускания задан в безразмерном виде, а также с учетом того, что сила давления от пропущенного излучения сонаправлена с \mathbf{r} (рис. 4):

$$d\mathbf{F}^{Tr}(\beta, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{2\pi \tau' i'^A}{c} \mathbf{r} dS. \quad (25)$$

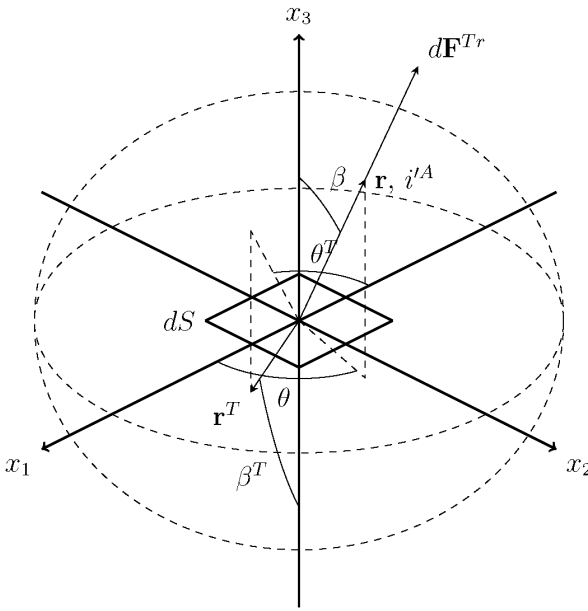


Рис. 4. К выводу силы светового давления пропущенного излучения

Выражение для полной силы давления от пропущенного излучения в проекции на направление \mathbf{e}_i будет иметь следующий вид:

$$dF_i^T(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} dF^{Tr} \cdot \mathbf{e}_i d\beta d\theta. \quad (26)$$

Подставляя в (26) выражение (25), используя (23), (24), окончательно получаем:

$$dF_i^T(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = hc \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_i \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tau_{\lambda}'' i' A}{2\pi c^2} \cos \beta^T d\beta^T d\theta^T d\beta d\theta d\lambda dS. \quad (27)$$

Выражение для полной силы светового давления на элемент dS . Выражение для полной силы светового давления, действующего на бесконечно малый элемент dS , получается как сумма вкладов в общее усилие от различных факторов:

$$dF_i = dF_i^S + dF_i^A + dF_i^R + dF_i^T. \quad (28)$$

Подставим вместо dF_i^S , dF_i^A , dF_i^R , dF_i^T выражения (7), (13), (21) и (27) соответственно, осуществим замену переменных $\beta_1 = \beta^R = \beta^T$, $\theta_1 = \theta^R = \theta^T$ и, используя индексную нотацию, запишем выражение для полной силы светового давления в проекциях на оси \mathbf{e}_i , действующего на бесконечно малый плоский элемент dS , с учетом зависимости оптических характеристик от направления, длины волны, механиче-

ских напряжений и температуры:

$$dF_i(\sigma_{11}, \sigma_{22}, T) = -hc \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} r_j e_i^m \left(E_{mj} \left[\frac{\varepsilon_\lambda'^F - \varepsilon_\lambda'^B}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)} + \frac{i_\lambda'^A}{2\pi hc^2} \right] + \right. \\ \left. + \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(A_{mj} \rho_\lambda'' - E_{mj} \tau_\lambda'') i_\lambda'^A}{2\pi hc^2} \cos \beta_1 d\beta_1 d\theta_1 \right) d\beta d\theta d\lambda dS, \quad (29)$$

где r_j — компоненты j вектора \mathbf{r} , e_i^m — компоненты m вектора \mathbf{e}_i , E_{mj} — компоненты единичной матрицы

$$E_{mj} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В формуле (29) проводится суммирование по повторяющимся индексам $m, j = 1, 2, 3$.

Эффективная сила светового давления на солнечный парус.

Найдем эффективную силу и эффективный момент от светового давления, действующего на солнечный парус в установившемся режиме. Свяжем с солнечным парусом глобальную систему координат, заданную направляющими векторами $\mathbf{e}_1^0, \mathbf{e}_2^0, \mathbf{e}_3^0$, и рассмотрим установившийся режим, в котором напряженно-деформированное состояние не изменяется с течением времени. Пусть форма деформированной поверхности солнечного паруса задана следующей зависимостью (рис. 5):

$$x_3^0 = -\Phi(x_1^0, x_2^0, \sigma_{11}, \sigma_{22}). \quad (30)$$

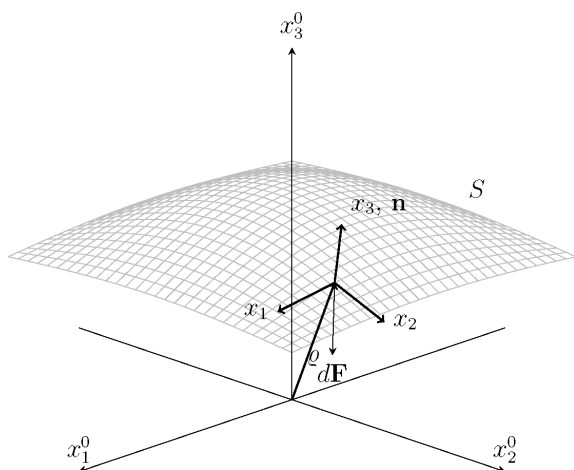


Рис. 5. Деформированная форма поверхности солнечного паруса

В точке с координатами (x_1^0, x_2^0, x_3^0) нормаль к поверхности полотна паруса будет задана следующим соотношением:

$$\mathbf{n}(x_1^0, x_2^0, \sigma_{11}, \sigma_{22}) = \frac{1}{\sqrt{1 + \Phi_{x_1^0}^2 + \Phi_{x_2^0}^2}} (\Phi_{x_1^0}, \Phi_{x_2^0}, 1)^T, \quad (31)$$

где $\Phi_{x_1^0}$ и $\Phi_{x_2^0}$ заданы следующим образом:

$$\Phi_{x_1^0}(x_1^0, x_2^0, \sigma_{11}, \sigma_{22}) = \frac{\partial}{\partial x_1^0} \Phi, \quad (32)$$

$$\Phi_{x_2^0}(x_1^0, x_2^0, \sigma_{11}, \sigma_{22}) = \frac{\partial}{\partial x_2^0} \Phi. \quad (33)$$

Выражение для площади площадки dS , заданной вектором $\varrho = \varrho_i e_i^0$, примет вид

$$dS(x_1^0, x_2^0, \sigma_{11}, \sigma_{22}) = \sqrt{1 + \Phi_{x_1^0}^2 + \Phi_{x_2^0}^2} dx_1^0 dx_2^0. \quad (34)$$

Пусть в недеформированном состоянии оси e_i совпадают с осями e_i^0 , $i = 1, 2, 3$. Орты e_i местной системы координат для деформированной поверхности, относительно которой задаются оптические характеристики, будут связаны с ортами глобальной системы координат через ортогональную матрицу поворота $[T(x_1^0, x_2^0)]$ следующим образом:

$$e_i(x_1^0, x_2^0, \sigma_{11}, \sigma_{22}) = [T]e_i^0, \quad (35)$$

причем на матрицу $[T]$ налагается условие $e_3(x_1^0, x_2^0, \sigma_{11}, \sigma_{22}) = [T]e_3^0 = \mathbf{n}$.

В общем случае механические напряжения в тонкопленочном материале являются функциями положения, температуры и внешних силовых факторов:

$$\sigma_{11}(x_1^0, x_2^0, T) = \Psi_1(x_1^0, x_2^0, T, d\mathbf{F}), \quad (36)$$

$$\sigma_{22}(x_1^0, x_2^0, T) = \Psi_2(x_1^0, x_2^0, T, d\mathbf{F}). \quad (37)$$

Зависимость для температуры зададим как функцию оптических параметров

$$T = T(x_1^0, x_2^0, \varepsilon_\lambda^F, \varepsilon_\lambda^B, \alpha'_\lambda, \rho''_\lambda, \tau''_\lambda). \quad (38)$$

Выражения (29)–(38) совместно с граничными условиями позволяют определить деформированную форму солнечного паруса, его температурное состояние и вычислить распределение внешней нагрузки от светового давления. Решая данную совместную задачу, найдем главный (эффективный) вектор и главный векторный момент от силы светового давления:

$$\mathbf{F} = \int_S d\mathbf{F}dS, \quad (39)$$

$$\mathbf{M} = \int_S \varrho \times d\mathbf{F}dS. \quad (40)$$

Главный вектор и главный векторный момент были выведены в квазистатической постановке. Построение точной теории динамики солнечного паруса вокруг центра масс требует решения совместной задачи динамики и теплопроводности с учетом инерционных характеристик как центрального тела, так и полотна солнечного паруса, а также с учетом конечной теплопроводности материала паруса, наличия внутренних источников теплоты и возможности самооблучения и переотражения внешнего излучения элементами конструкции, что выходит за рамки данной статьи, однако предполагаются дальнейшие исследования в данной области.

Заключение. Исследование влияния механических напряжений на оптические характеристики тонкопленочных материалов представляется важной задачей для построения более адекватных тепловых моделей космических тонкопленочных конструкций. Помимо измерений нормальных оптических характеристик, необходимо также провести измерения полных индикатрис поглощения, отражения и пропускания в зависимости от механических напряжений. Данные характеристики необходимо рассмотреть как для изначально гладких тонкопленочных материалов, так и для тонкопленочных материалов с приобретенными дефектами — складками, сгибами, со сморщенной поверхностью. Затем, необходимо разработать расчетные методы для учета данных явлений при анализе космических тонкопленочных конструкций, а также произвести верификацию полученных расчетных методов в реальных конструкциях.

Полученные зависимости предполагается использовать при вычислении эффективной тяги роторного солнечного паруса, тепловых расчетах роторных солнечных парусов и других космических тонкопленочных конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райкунов Г.Г., Комков В.А., Мельников В.М., Харлов Б.Н. Центробежные бескаркасные крупногабаритные космические конструкции. М.: АНО “Физматлит”, 2009. 448 с.
2. *Эксперимент “Знамя-3”*. Координационный научно-технический совет по программам научно-прикладных исследований на пилотируемых космических аппаратах. Режим доступа: http://knts.tsniimash.ru/ru/site/Experiment_q.aspx?idE=156 (дата обращения 17.12.2013).
3. *Эксперимент “Знамя-СБ”*. Координационный научно-технический совет по программам научно-прикладных исследований на пилотируемых космических аппаратах. Режим доступа: http://knts.tsniimash.ru/ru/site/Experiment_q.aspx?idE=155 (дата обращения 17.12.2013).
4. *Kawaguchi J. An Overview of Solar Sail Related Activities at JAXA // Advances in Solar Sailing / ed. Macdonald M. Springer Berlin Heidelberg, 2014. P. 3–14.*
5. *NanoSail-D: The Small Satellite That Could! // D. Alhorn, J. Casas, E. Agasid, C. Adams, G. Laue, C. Kitts, S. O’Brien. Proceedings of AIAA/USU Conference on Small Satellites, Logan, UT, United States, 2011. Режим доступа: <http://digitalcommons.usu.edu/smallsat/2011/all2011/37/> (дата обращения 17.12.2013).*

6. *Katan C.* NASA'_S Next Solar Sail: Lessons Learned from NanoSail - D2. // Proceedings of 26th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites: Enhancing Global Awareness through Small Satellites, Logan, UT, United States, 2012. Режим доступа: <http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20120015556> (дата обращения 17.12.2013).
7. *Biddy C., Svitek T.* LightSail-1 Solar Sail Design and Qualification // Proceedings of the 41st Aerospace Mechanisms Symposium, 2012. Режим доступа: <http://www.esmats.eu/amspapers/pastpapers/pdfs/2012/biddy.pdf> (дата обращения 17.12.2013).
8. *Chafer C.M.* Commercial Solar Sail Applications: Overview and Update on NASA'_S Sunjammer Mission // Advances in Solar Sailing / ed. Macdonald M. Springer Berlin Heidelberg, 2014. P. 127–132.
9. *MacNeal R.H.* The heliogyro, an interplanetary flying machine. ARC. 1967.
10. *Цандер Ф.А.* Об использовании силы давления света для полетов в межпланетном пространстве. // Сборник статей / под ред. Л.К. Корнеева. М.: Оборонгиз. 1961. 459 с.
11. The Heliogyro Reloaded // W.K. Wilkie, J.E. Warren, M.W. Thompson, P.D. Lissman, P.E. Walkemeyer, // D.V. Guerrant, D.A. Lawrence. Proceedings of JANNAF Interagency Propulsion Committee Meeting, Huntsville, AL, United States, 2011. Режим доступа: <http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20110023680> (дата обращения 17.12.2013).
12. *Blomquist R.S.* Heliogyro Control: dissertation . . . Doctor of Philosophy in Robotics. // The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, 2009. 141 p.
13. *Guerrant D., Lawrence D., Wilkie W.K.* Dynamics and Control of the HELIOS Solar Sail Demonstrator (IAC-12,C4,3,2,x13809) // 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy, 2012.
14. *Gossamer* Roadmap Technology Reference Study for a Multiple NEO Rendezvous Mission // B. Dachwald, H. Boehnhardt, U. Broj, U.R.M.E. Geppert, J.-T. Grundmann, W. Seboldt, P. Seefeldt, P. Spietz, L. Johnson, E. Kuhrt, S. Mottola, M. Macdonald, C.R. McInnes, M. Vasile, R. Reinhard. Advances in Solar Sailing / ed. Macdonald M. Springer Berlin Heidelberg, 2014. P. 211–226.
15. *The Solar* Sail Materials Project: Results of Activities // F.D. Vedova, D. de Wilde, C. Semprimoschnig, G. Oger, H. Henrion, G. Janssen, M. Leipold, T. Girot, J.-B. Chemin, R. Vaudemont, T. Belmonte, K. Fleury, S. Marcotte, O.L. Couls, Advances in Solar Sailing / ed. Macdonald M. Springer Berlin Heidelberg, 2014. P. 509–524.
16. ISS — Test bed for the future solar sail systems (IAC-12,B3,3,10,x14760) // V. Mayorova, A. Dmitriev, N. Nerovnyy, D. Rachkin, S. Tenenbaum. 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy, 2012.
17. *Эксперимент “Парус-МГТУ”.* Координационный научно-технический совет по программам научно-прикладных исследований на пилотируемых космических аппаратах. Режим доступа: http://knts.tsiimash.ru/ru/site/Experiment_q.aspx?idE=255 (дата обращения 17.12.2013).
18. Analysis on reflection spectra in strained ZnO thin films // T. Makino, Y. Segawa, M. Kawasaki, A. Ohtomo. Journal of Crystal Growth. 2006. Vol. 287. No. 1. P. 124–127.
19. Strain effect on the electronic and optical properties of CdSe nanosheet: Electronic and optical properties of CdSe nanosheet // G. Yu, N. Chen, L. Chen, Y. Xie, F. Wang, X. Ye. Phys. Status Solidi A. 2014. doi: 10.1002/pssa.201330478.
20. *Зигель Р., Хауэлл Дж.* Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975. 935 с.
21. *Rios-Reyes L.* Solar Sails: Modeling, Estimation and Trajectory Control. Dissertation . . . Doctor of Philosophy in Aerospace Engineering. // University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, United States, 2006. 148 p.

REFERENCES

- [1] Raykunov G.G., Komkov V.A., Mel'nikov V.M., Kharlov B.N. Tsentrobezhnyye beskarkasnye krupnogabaritnye kosmicheskie konstruksii [Centrifugal frameless large space structures]. Moscow, ANO "Fizmatlit" Publ., 2009. 448 p.
- [2] Experiment "Znamya-3". *Koordinatsionnyy nauchno-tekhnicheskiiy sovet po programmam nauchno-prikladnykh issledovaniy na pilotiruemykh kosmicheskikh apparatakh* [Coordinating Scientific and Technical Council on Applied Research Programs for the Manned Spacecraft]. Available at: http://knts.tsniimash.ru/ru/site/Experiment_q.aspx?idE=156 (accessed: 17.12.2013) (in Russ.).
- [3] Experiment "Znamya-SB". *Koordinatsionnyy nauchno-tekhnicheskiiy sovet po programmam nauchno-prikladnykh issledovaniy na pilotiruemykh kosmicheskikh apparatakh* [Coordinating Scientific and Technical Council on Applied Research Programs for the Manned Spacecraft]. Available at: http://knts.tsniimash.ru/ru/site/Experiment_q.aspx?idE=155 (accessed: 17.12.2013) (in Russ.).
- [4] Kawaguchi J. An Overview of Solar Sail Related Activities at JAXA. Part I. Flight Programs (pp. 3-14). In Book (eBook): *Advances in Solar Sailing*. Ed. Macdonald M. Heidelberg, New York, Dordrecht, London, Springer, XIII, 2014. 987 p. DOI 10.1007/978-3-642-34907-2
- [5] Alhorn D., Casas J., Agasid E., Adams C., Laue G., Kitts C., O'Brien S. NanoSail-D: The Small Satellite That Could! *Proc. AIAA/USU Conf. on Small Satellites*, Logan, UT, United States, 2011. Available at: <http://digitalcommons.usu.edu/smallsat/2011/all2011/37/> (accessed 17.12.2013).
- [6] Katan C. NASA's Next Solar Sail: Lessons Learned from NanoSail - D2. *Proc. 26th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites: Enhancing Global Awareness through Small Satellites*, Logan, UT, United States, 2012. Available at: <http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20120015556> (accessed 17.12.2013).
- [7] Bidy C., Svitek T. LightSail-1 Solar Sail Design and Qualification. *Proc. 41st Aerospace Mechanisms Symposium*, 2012. Available at: <http://www.esmats.eu/amspapers/pastpapers/pdfs/2012/biddy.pdf> (accessed 17.12.2013).
- [8] Chafer C.M. Commercial Solar Sail Applications: Overview and Update on NASA's Sunjammer Mission. Part I. Flight Programs (pp.127 - 132). In Book (eBook): *Advances in Solar Sailing*. Ed. Macdonald M. Heidelberg, New York, Dordrecht, London, Springer, XIII, 2014. 987 p. DOI 10.1007/978-3-642-34907-2
- [9] MacNeal R.H. The heliogyro - an interplanetary flying machine. *Tech. Rep. ARC-R-249*, Astro Reseach Corp., March, 1967.
- [10] Tsander F.A. On the using of radiation pressure for fly to interplanetary space. *Sb. Statey "Problema poleta pri pomoshhi reaktivnykh apparatov. Mezhpplanetnye polety"* [Collect. Pap. "The problem of flight using jet devices. Interplanetary flights" ed. by L.K. Korneev]. Moscow, Oborongiz Publ., 1961. 459 p. (in Russ.).
- [11] Wilkie W. K., Warren J. E., Thompson M. W., Lisman P.D., Walkemeyer P.E., Guerrant D.V., Lawrence D.A. The Heliogyro Reloaded. *Proc. JANNAF Interagency Propulsion Committee Meeting*, Huntsville, AL, United States, 2011. Available at: <http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20110023680> (accessed 17.12.2013).
- [12] Blomquist R.S. Heliogyro Control. Sci. Diss. of Dr. Phylosophy in Robotics. The Robotics Inst., Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, 2009. 141 p.
- [13] Guerrant D., Lawrence D., Wilkie W.K. Dynamics and Control of the HELIOS Solar Sail Demonstrator (IAC-12,C4,3,2,x13809). *Proc. 63rd Int. Astronautical Congress*, Naples, Italy, 2012.

- [14] Dachwald B., Boehnhardt H., Broj U., U.R.M.E. Geppert, Grundmann J.-T., Seboldt W., Seefeldt P., Spietz P., Johnson L., Kuhrt E., Mottola S., Macdonald M., McInnes C.R., Gossamer Roadmap Technology Reference Study for a Multiple NEO Rendezvous Mission. Part II. Mission Applications (pp. 211–226). In Book (eBook): *Advances in Solar Sailing*. Ed. Macdonald M. Heidelberg, New York, Dordrecht, London, Springer, XIII, 2014. 987 p. DOI 10.1007/978-3-642-34907-2
- [15] Vedova F.D., de Wilde D., Semprimoschnig C., Oger G., Henrion H., Janssen G., Leipold M., Girot T., Chemin J.-B., Vaudemont R., Belmonte T., Fleury K., Marcotte S., Couls O.L. The Solar Sail Materials Project: Results of Activities. Part III. Technology Activities (pp. 509–524). In Book (eBook): *Advances in Solar Sailing*. Ed. Macdonald M. Heidelberg, New York, Dordrecht, London, Springer, XIII, 2014. 987 p. DOI 10.1007/978-3-642-34907-2
- [16] Mayorova V., Dmitriev A., Nerovnyy N., Rachkin D., Tenenbaum S. ISS – Test bed for the future solar sail systems (IAC-12,B3,3,10,x14760). *Proc. 63rd Int. Astronautical Congress*, Naples, Italy, 2012.
- [17] Experiment “Parus-MGTU”. *Koordinatsionnyy nauchno-tekhnicheskiiy sovet po programam nauchno-prikladnykh issledovaniy na pilotiruemyykh kosmicheskikh apparatakh* [Coordinating Scientific and Technical Council on Applied Research Programs for the Manned Spacecraft]. Available at: http://knts.tsniimash.ru/ru/site/Experiment_q.aspx?idE=255 (accessed: 17.12.2013) (in Russ.).
- [18] Makino T., Segawa Y., Kawasaki M., Ohtomo A. Analysis on reflection spectra in strained ZnO thin films. *J. Crystal Growth*, 2006, vol. 287, no. 1, pp. 124–127.
- [19] Yu G., Chen N., Chen L., Xie Y., Wang F., Ye X. Strain effect on the electronic and optical properties of CdSe nanosheet: Electronic and optical properties of CdSe nanosheet. *Phys. Status Solidi*, 2014, vol. 211, iss. 4, pp. 952–957. DOI: 10.1002/pssa.201330478
- [20] Siegel R., Howell J.R. *Thermal Radiation Heat Transfer*. 3rd Ed. Taylor & Francis Inc., Washington DC, 1992. [Russ. ed.: Zigel’ R., Khaueil Dzh. *Teploubmen izlucheniem*. Moscow, Mir Publ., 1975. 935 p.]
- [21] Rios-Reyes L. *Solar Sails: Modeling, Estimation, and Trajectory Control*. Sci. Diss. of Dr. Philosophy in Aerospace Engineering. University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, United States, 2006. 148 p.

Статья поступила в редакцию 25.02.2014

Зимин Владимир Николаевич — д-р техн. наук, профессор, первый проректор–проректор по научной работе МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 96 научных работ в области динамики и прочности раскрываемых крупногабаритных космических конструкций.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

V.N. Zimin — Dr. Sci. (Eng.), professor, first pro-rector–pro-rector on science of the Vauman Moscow State Technical University. Author of 96 publications in the field of dynamics and strength of deployable large-size space structures.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Неровный Николай Алексеевич — аспирант кафедры “Космические аппараты и ракеты-носители” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области прочности и тепловых режимов раскрываемых тонкопленочных космических конструкций.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

N.A. Nerovnyi — post-graduate of “Spacecrafts and Launch Vehicles” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of strength and thermal regimes of large-size deployable thin-film space structures.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.