

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА НА БАЗЕ СИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

А.И. Байков¹, М.В. Андриухин², И.В. Бобылев²

¹НГТУ им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород, 603950, Российская Федерация
e-mail: epa131@nntu.nnov.ru

²ФНПЦ “ННИИРТ”, Нижний Новгород, 603950, Российская Федерация

Приведена полная математическая модель автоматизированного электропривода на базе синхронного двигателя с постоянными магнитами и автономным инвертором напряжения в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Система включает в себя уравнения, описывающие электромагнитные процессы в схеме замещения преобразователя частоты на базе автономного инвертора напряжения с векторной широтно-импульсной модуляцией, электромеханического преобразования энергии в двигателе и преобразования информации в инерционных элементах замкнутой системы управления. Предусмотрено воспроизведение заранее неопределенных переключений силовых ключевых элементов силовой схемы, координатных преобразований в структуре системы управления и особенностей выполнения аналого-цифровых функций. Модель применена для анализа энергетических показателей в условиях несинусоидальных токов и напряжений. Сопоставлением расчетных и экспериментальных спектров гармоник тока и напряжения подтверждена адекватность модели.

Ключевые слова: математическая модель, синхронный двигатель с постоянными магнитами, переключения, аналого-цифровое управление, энергетические показатели, спектр гармоник.

MATHEMATICAL MODELING OF ELECTRICAL DRIVE ON THE BASIS OF SYNCHRONOUS PERMANENT-MAGNET MOTORS

A.I. Baikov¹, M.V. Andryukhin², I.V. Bobylev²

¹Nizhniy Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhni Novgorod, Russian Federation
e-mail: epa131@nntu.nnov.ru

²ОАО “ННИИРТ”, Nizhni Novgorod, 603950, Russian Federation

A comprehensive mathematical model of the automated electric drive based on synchronous permanent-magnet motor with self-commutated voltage inverter is proposed in the form of a system of ordinary differential equations. The system includes equations describing electromagnetic processes in the equivalent circuit of frequency converter on the basis of the self-commutated voltage inverter with vector pulse-width modulation, the electromechanical energy conversion in the motor, and data transformation in lagging elements of the closed-loop control system. Switching of the key elements in the power circuit, which has not been predetermined, coordinate transformations in the control system, and specific features of performing the analog-to-digital functions can be reproduced. The model is applied for the energy data analysis in case of non-sinusoidal currents and voltages. Comparison of the design

and experimental spectra of the current and voltage harmonics testifies to the model adequacy.

Keywords: mathematical model, synchronous permanent-magnet motor, switching motions, analog-to-digital control, energy data, spectrum of harmonics.

Электропривод на основе синхронного двигателя с постоянными магнитами (СДПМ) является перспективным для электроустановок с автономным питанием при повышенных требованиях по надежности и качеству регулирования положения.

Математическое моделирование — это эффективный инструмент анализа систем электропривода, обеспечивающий многовариантное определение интегральных характеристик и показателей качества функционирования на динамических режимах. Широко известно приложение *Simulink* с библиотекой *SimPowerSystems*, предназначенное для решения подобных задач. При неоспоримых достоинствах это средство оказывается ограниченным в случаях анализа новых недостаточно изученных объектов, к которым относится электропривод на основе СДПМ. В частности, нет полных данных о допущениях и идеализациях, принятых при реализации предлагаемых макроэлементов силовой части и системы управления. Например, при использовании звена, формирующего по мгновенным значениям фазных напряжений сигналы пространственно-векторной модуляции, переключения вентилях предполагаются полностью согласованными с сигналами управления. Не учитываются возможные пропуски некоторых сочетаний в отдельных периодах модуляции.

Попытка создания собственных макрозвеньев, уточняющих отображение сложных аналого-цифровых функций преобразования сигналов на основе базовых звеньев, приводит к необходимости применения недопустимо громоздких логических цепочек, которые могут включать в себя безынерционные обратные связи. В некоторых ситуациях их срабатывание имеет противоречивый характер и приводит к неопределенностям. Неизбежным становится широкое применение программ-функций пользователя, т.е. обращение к стандартным средствам программирования. В целом, при анализе новых объектов остается эффективным путь разработки моделей на основе применения собственных схем замещения силовой части и алгоритмов отображения аналого-цифровых преобразований сигналов. Впоследствии отработанные модели могут быть реализованы в среде *Simulink*.

Функциональная схема электропривода с СДПМ (рис. 1) состоит из автономного инвертора напряжения (АИН), электромеханического преобразователя (СДПМ), датчика положения ротора (ДПР) — резольвера (*BR*) и системы управления (*СУ*), на вход которой подаются сигналы датчиков фазных токов и положения ротора. Известно, что данная система электропривода, в принципе, не может функционировать с разомкнутыми обратными связями. Функционирование такой схемы

описывается с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений, называемых уравнениями состояния. Эти уравнения, составленные в матричной форме и разрешенные относительно производных независимых переменных — переменных состояния, отображают переходные процессы в разнородных по физической природе объектах силовой электрической схемы, нагрузки и системы управления.

Силовой электрической схеме соответствует схема замещения, которую целесообразно разделять на подсхемы, представляющие относительно самостоятельно функционирующие части: питающую сеть, преобразователь напряжения, автономный инвертор напряжения, двигатель. Для упрощения процедуры разрешения соотношений между токами и напряжениями смежных подсхем удобно их присоединять к искусственным сопротивлениям связи. На схеме рис. 2 показан пример соединения подсхем замещения АИН и статора СДПМ.

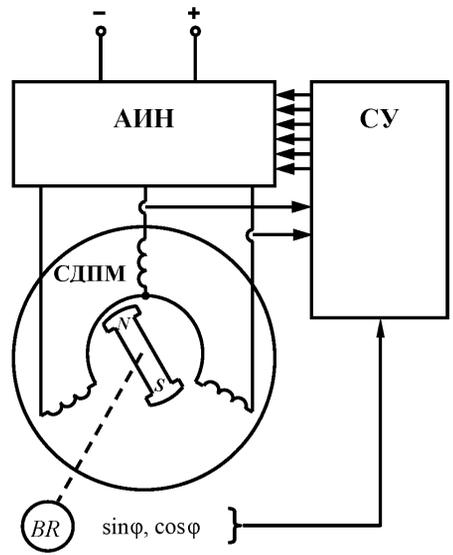


Рис. 1. Функциональная схема электропривода с СДПМ

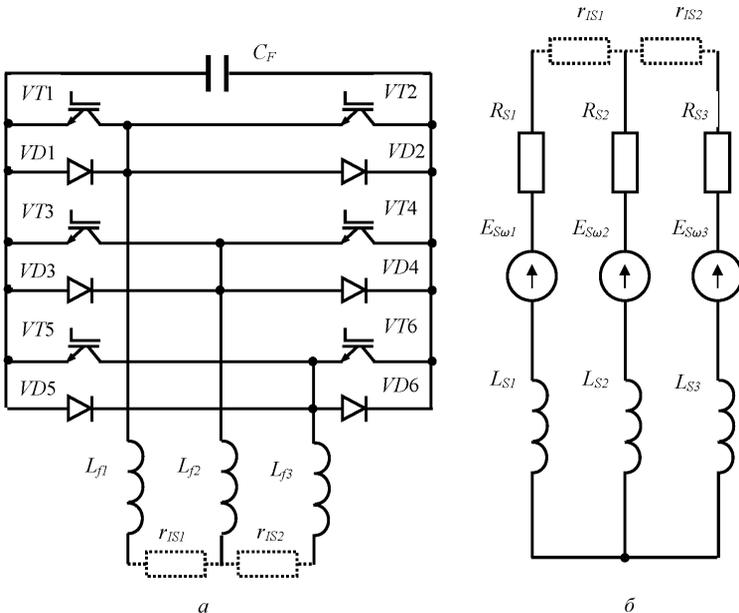


Рис. 2. Подсхемы замещения АИН (а) и СДПМ (б)

общим зажимам подключены сопротивления $r_{IS,1}$ и $r_{IS,2}$ на несколько порядков большие сопротивлений реальных элементов силовых схем.

Значения падений напряжений на $r_{IS,1}$ и $r_{IS,2}$ от протекающих по ним токам инцидентных ветвей незначительно отличаются от значений, которые определяются при отсутствии дополнительных сопротивлений и потому могут представляться как источники напряжений U_X на зажимах. Этими физическими величинами учитывается связь уравнений состояния отдельных подсхем. В остальном они оказываются независимыми друг от друга, как и алгоритмы их анализа. В совокупности с общим принципом формирования общего уравнения состояния это отвечает модульному принципу программирования, упрощает входные описания объектов, позволяет применять без каких-либо изменений имеющиеся блоки моделирования, включая отработку переключений вентильных подсхем [1].

Уравнение состояния подсхемы АИН формируется для каждого интервала неизменного числа и сочетания открытых вентилей. В пределах такого интервала подсхема замещения не меняется, так что возможно применение известных методов анализа линейных электрических цепей, в том числе метода контурных токов. Полный граф подсхемы АИН, соответствующий интервалу работы сразу всех вентилей, приведен на рис. 3. Этому графу соответствуют векторы токов I , напряжений U , ЭДС E , напряжений емкостей U_C ветвей, а также

квадратные матрицы их индуктивностей L , активных сопротивлений R и емкостей C . Подсхема АИН (рис. 2, а) содержит только одну ветвь с емкостью (входной фильтр). Это учитывается выделением единственной значащей величины u_{C13} в векторе напряжений емкостей, соответствующего тока i_{13} и значения емкости C_F в целях исключения излишне громоздких математических преобразований с нулевыми значениями в рассматриваемом частном случае. Для графа состояния, определяемого числом и сочетанием открытых и закрытых вентилей, формируется матрица независимых контуров $\begin{bmatrix} H_L \\ H_R \end{bmatrix}$, верхний блок которой соответствует контурам с индуктивностями

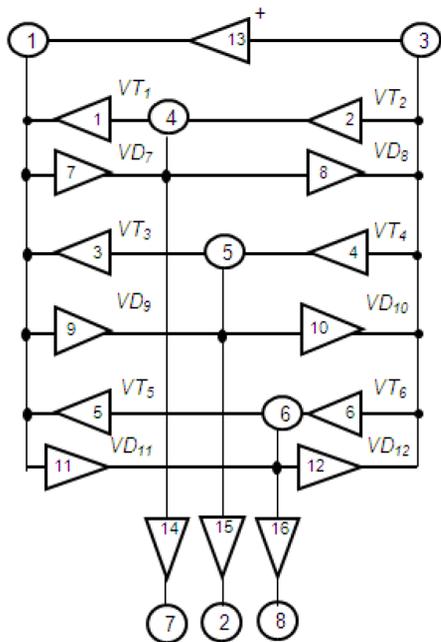


Рис. 3. Граф подсхемы замещения АИН

(L -контур), а нижний — без индуктивностей (R -контур). Соответственно делятся на части все связанные с этими контурами векторы физических величин и матрицы параметров, отмечаемые далее добавлением символа h в индексы их обозначений. Получается уравнение состояния АИН относительно токов I_{hL} независимых L -контуров и напряжения на входной емкости:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{hL} \\ u_{C13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{hLL}^{-1} (E_{hL} - U_{ChL} - R_{hLL}I_{hL} - R_{hLR}I_{hR}) \\ i_{(13)}/C_F \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где

$$L_h = H L H' = \begin{bmatrix} L_{hLL} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad U_{Ch} = H \begin{bmatrix} 0 \\ u_{C13} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{ChL} \\ U_{ChR} \end{bmatrix},$$

$$R_h = H R H' = \begin{bmatrix} R_{hLL} & R_{hLR} \\ R_{hRL} & R_{hRR} \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} H_L \\ H_R \\ H_X \end{bmatrix}$$

(с учетом добавления контуров типа X , образуемых сопротивлениями связи).

Правые части (1) рассчитываются в следующей последовательности. По токам L -контуров находят токи ветвей с индуктивностями

$$I_L = H_L I_{hL}.$$

Если допустить, что выходные цепи АИН всегда имеют индуктивности, хотя бы и малые, то есть возможность неформального определения токов, подходящих к выходным зажимам, а через них, с учетом токов обмоток статора I_S , — напряжений ветвей связи, т.е. напряжения U_X на выходе АИН

$$I_X = \begin{bmatrix} I_{(14)} & -I_{S1} \\ I_{(15)} & -I_{S2} \end{bmatrix}, \quad U_X = r_X I_X.$$

Это позволяет найти расширенный вектор ЭДС ветвей полной подсистемы с резисторами связи, вектор контурных ЭДС и его составляющие

$$E_V = \begin{bmatrix} E \\ -U_X \end{bmatrix}, \quad E_h = H E_V = \begin{bmatrix} E_{hL} \\ E_{hR} \\ E_{hX} \end{bmatrix}.$$

Запишем вычисление токов R -контуров и токов ветвей подсистемы АИН

$$I_{hR} = R_{hRR}^{-1} (E_{hR} - U_{ChR} - R_{hRL}I_{hL}), \quad I = [H_R H_L] \begin{bmatrix} I_{hL} \\ I_{hR} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

после чего возможен расчет правых частей (1).

Зависимые токи и напряжения, а также фиксация переключений транзисторов и диодов должны определяться с учетом возможных безынерционных перераспределений токов в цепях без индуктивностей и напряжений в цепях с индуктивностями при открывании и закрывании вентилей [1].

Уравнение состояния двигателя имеет постоянную структуру [2]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [I_{Sh}] &= L_{Sh}^{-1} (U_X - E_{fh} - R_{Sh} I_{Sh}), \\ \frac{d}{dt} \omega_r &= \frac{1}{J} (M - M_C), \\ \frac{d}{dt} \varphi_r &= \omega_r, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$M = \frac{E_{f1} I_{S1} + E_{f2} I_{S2} + E_{f3} I_{S3}}{\omega_r}, \quad I_S = \begin{bmatrix} -I_{Sh1} \\ I_{Sh1} + I_{Sh2} \\ -I_{Sh2} \end{bmatrix},$$

$$L_{Sh} = \begin{bmatrix} 2L_S & L_S \\ L_S & 2L_S \end{bmatrix}, \quad R_{Sh} = \begin{bmatrix} 2R_S & R_S \\ R_S & 2R_S \end{bmatrix}, \quad E_{fh} = \begin{bmatrix} E_{f1} & -E_{f2} \\ E_{f3} & -E_{f2} \end{bmatrix}.$$

Вектор трехфазных ЭДС E_f , наводимых вращающимся неявнополюсным ротором в обмотках статора, определяется как

$$E_f = \Psi_f \omega_r \begin{bmatrix} \sin \varphi_r \\ \sin (\varphi_r - 2\pi/3) \\ \sin (\varphi_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где Ψ_f — потокосцепление по контуру намагничивания, ω_r и φ_r — частота вращения и угол поворота ротора. Потокосцепление определяется паспортными параметрами двигателя — максимальной ЭДС E_{max} при максимальной частоте вращения n_{max} :

$$\Psi_f = \frac{30E_{max}}{\pi n_{max}}. \quad (5)$$

Особенностью замкнутой системы АИН–СДПМ–САУ является зависимость напряжения, формируемого на статоре, от угла φ_r поворота и частоты ω_r вращения ротора. Функциональная схема системы управления для случая аналоговой реализации регуляторов приведена на рис. 4. Реальная система управления работает с нормированными параметрами, которые вводятся следующим образом:

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_B}, \quad i'_d = \frac{i_d}{I_B}, \quad i'_q = \frac{i_q}{I_B}. \quad (6)$$

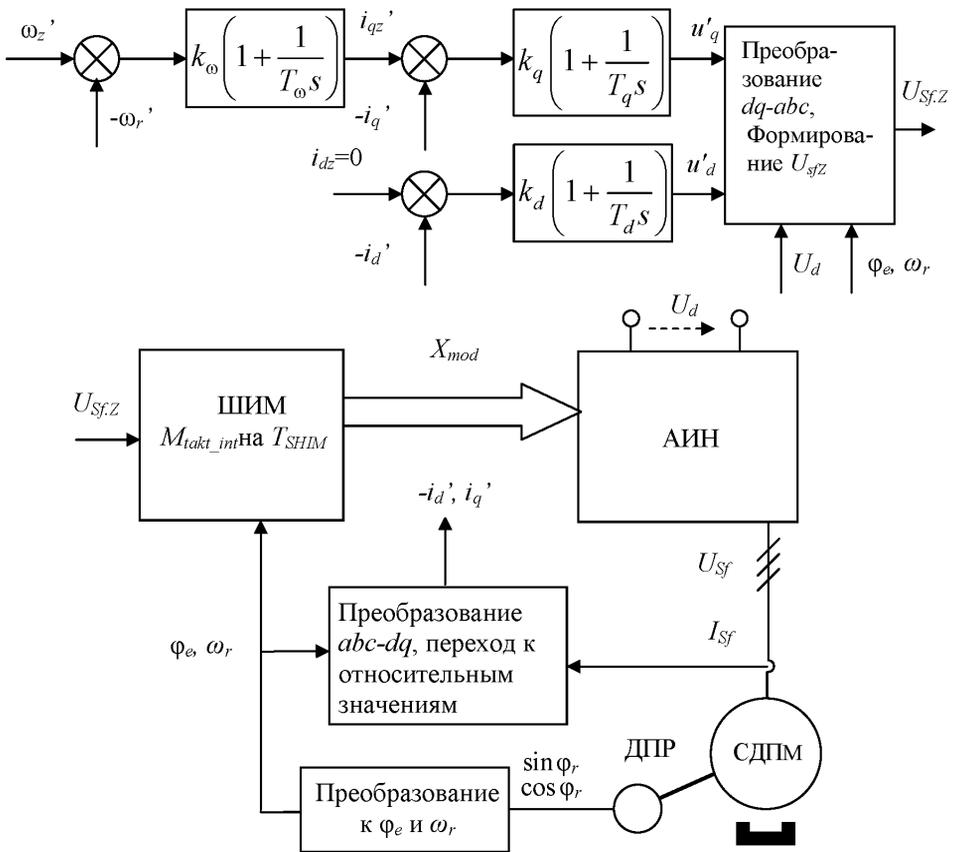


Рис. 4. Функциональная схема системы АИН-СДПМ-САУ

Здесь за базисные значения частоты вращения ω_B и тока I_B принимаются номинальные значения выходных сигналов соответствующих датчиков. За базисное напряжение принимается наибольшее напряжение на выходных зажимах АИН при номинальном напряжении U_{dn} на его входных зажимах

$$U_B = U_{s.\max} = \frac{2}{3} U_{dn}. \quad (7)$$

Введено ограничение на изменение выходных сигналов регуляторов в диапазоне от -1 до $+1$. Предполагается, что в анализируемом установившемся режиме регуляторы не насыщаются, т.е. их сигналы не выходят за пределы данного диапазона. Внешний контур регулирования частоты вращения с пропорционально-интегральным регулятором вырабатывает сигнал задания i_{qz} , изображение которого в операторной форме с применением обозначения s для оператора Лапласа записывается как

$$i_{qz}(s) = k_\omega \left(1 + \frac{1}{T_\omega s} \right) (\omega'_z(s) - \omega'_r(s)). \quad (8)$$

Изображения сигналов задания напряжения на статоре имеют вид

$$u_q(s) = k_q \left(1 + \frac{1}{T_q s} \right) (i'_{qz}(s) - i'_q(s)), \quad (9)$$

$$u_d(s) = -k_d \left(1 + \frac{1}{T_d s} \right) i'_d(s). \quad (10)$$

При непосредственном переходе от операторной формы записи к дифференциальным уравнениям по формулам (8)–(10) пришлось бы умножать на оператор Лапласа изображения как входного, так и выходного сигналов звеньев. Это означает дифференцирование данных сигналов, включая преобразованные токи статора, что связано с громоздким разрешением производных переменных состояния СДПМ и системы управления. Стандартный прием введения вспомогательных переменных, представляющих собой алгебраические суммы входных и выходных сигналов, исключает необходимость этой операции и позволяет обойтись имеющимися соотношениями между физическими величинами. В операторной форме вспомогательные переменные имеют вид

$$\begin{aligned} y_\omega(s) &= T_\omega i'_{qz}(s) - k_\omega (\omega'_z(s) - \omega'_r(s)), \\ y_d(s) &= T_d u_d(s) + k_d i'_d(s), \\ y_q(s) &= T_q u_q(s) - k_q (i'_{qz}(s) - i'_q(s)). \end{aligned} \quad (11)$$

После перехода к оригиналам получается уравнение состояния аналоговой части САУ, содержащее вектор из вспомогательных переменных и определяемые через них правые части

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_\omega \\ y_d \\ y_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\omega (\omega'_z - \omega'_r) \\ -k_d i'_d \\ k_q (i'_{qz} - i'_q) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где $i'_{qz} = \frac{y_\omega + k_\omega (\omega'_z - \omega'_r)}{T_\omega}$.

По найденным в результате интегрирования (12) значениям вспомогательных переменных находятся d - q -составляющие преобразованного тока статора

$$u'_d = \frac{y_d - k_d i'_d}{T_d}, \quad u'_q = \frac{y_q + k_q (i'_{qz} - i'_q)}{T_d}. \quad (13)$$

Используемые в (12) значения сигналов обратных связей i'_d , i'_q рассчитываются по абсолютным значениям сигналов датчиков фазных непреобразованных токов I_S с применением координатного

преобразования ($abc-dq$):

$$I'_{dq} = \begin{bmatrix} i'_d \\ i'_q \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{I_B} A_S I_S, \quad (14)$$

где

$$A_S = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_e) & \cos(\varphi_e - \Delta) & \cos(\varphi_e + \Delta) \\ -\sin(\varphi_e) & -\sin(\varphi_e - \Delta) & -\sin(\varphi_e + \Delta) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad \Delta = 2\pi/3, \quad (15)$$

$\varphi_e = z_p \varphi_r$ — электрический угол поворота ротора в пределах межполюсного расстояния, z_p — число пар полюсов обмотки статора.

Моделирование на основе формирования и интегрирования уравнений состояния, хотя и связано с достаточно трудоемким программированием, дает возможность отображения существенных функциональных особенностей объектов. В том числе оно позволяет учитывать детали аппаратной реализации системы управления. Так, для адекватного учета аналого-цифрового преобразования сигналов угла поворота и частоты вращения ротора не вызывает затруднения подстановка в (3), (15) значений, получаемых не по ходу текущего расчета уравнений (1), (2), (12), а запоминаемых в определенные моменты считывания этих сигналов на периодах модуляции T_{SHIM} . Можно отметить, что использование стандартных средств *Simulink* не позволяет воспроизводить подобные детали, так как в этой программной среде временной интервал задается перед запуском модели, а потом контроль процесса дробления времени протекания процесса оказывается недоступным.

На основании выходных сигналов регуляторов тока статора с применением обратного преобразования координат $dq-abc$ рассчитываются сигналы задания на входе широтно-импульсного преобразователя. Они составляют вектор трехфазных напряжений

$$U_{SZ} = U_B A_s^{-1} \begin{bmatrix} u'_d \\ u'_q \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Вектор U_{SZ} может использоваться при идеальном представлении процесса функционирования преобразователя частоты. В реальной системе выходные напряжения АИН формируются в результате циклических переключений вентиляей по сигналам пространственно-векторной широтно-импульсной модуляции. В предположении классической реализации этого преобразования по заданным значениям трехфазных

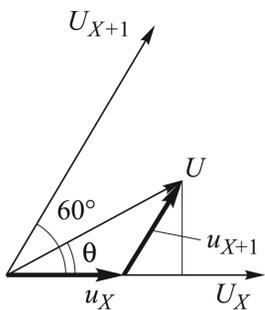


Рис. 5. Формирование вектора U в пределах сектора

напряжений U_{SZ} , имеющих частоту

$$f_{SZ} = \frac{\omega_r z_p}{2\pi}, \quad (17)$$

определяются длина U и угол $\varphi_{n.mod}$ поворота результирующего вектора напряжения, соответствующие началу текущего периода модуляции T_{SHIM} .

Рассчитываются k_{SECT} — номер одного из шести секторов, в котором будет формироваться вектор напряжения, и θ — требуемый угол поворота вектора напряжения в пределах текущего сектора (рис. 5):

$$\begin{aligned} 0 \leq k_{SECT}\pi/3 < \varphi_{n.mod}, \\ \theta = \varphi_{n.mod} - k_{SECT}\pi/3. \end{aligned} \quad (18)$$

Скважности основных интервалов формирования составляющих u_X и u_{X+1} находятся по формулам:

$$\begin{aligned} \gamma_X &= \frac{t_X}{T_{SHIM}} = \frac{U}{U_B} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \right), \\ \gamma_{X+1} &= \frac{t_{X+1}}{T_{SHIM}} = \frac{U}{U_B} \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \theta, \end{aligned} \quad (19)$$

где нужные длины указанных составляющих обеспечиваются включением в течение интервалов t_X, t_{X+1} определенных сочетаний вентилях АИН. Величины интервалов, составляющих период модуляции ШИМ, вычисляются по значениям скважностей:

$$\begin{aligned} t_X &= \gamma_X T_{SHIM}, \\ t_{X+1} &= \gamma_{X+1} T_{SHIM}, \\ t_0 &= T_{SHIM} - t'_X - t'_{X+1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Порядок чередования интервалов и секторов на периоде поворота ротора в пределах всего межполюсного расстояния представлен в табл. 1. Код условно определяет на каждом интервале состояние трех четных ключей (1 — открыт, 0 — закрыт). Состояния нечетных ключей — инверсные. Каждому из интервалов соответствуют целочисленные значения числа тактов:

$$k_{tX} = \frac{t_X}{\Delta t_t}, \quad k_{tX+1} = \frac{t_{X+1}}{\Delta t_t}, \quad k_{t0} = \frac{t_{SHIM}}{\Delta t_t} - (k_{tX} + k_{tX+1}). \quad (21)$$

Начальный шаг интегрирования уравнений состояния Δt не должен быть больше такта ШИМ. Если число тактов k_{tX}, k_{tX+1} или k_{t0} оказывается меньше единицы, то из периода модуляции исключают-

**Формирование вектора U на периодах модуляции при повороте ротора
в пределах межполюсного расстояния (2π)**

Номер сектора	Номер интервала	Код	Моменты окончания интервалов	Функции управления вентилей					
1	1	100	t_X	1	0	0	1	0	1
	2	110	$t_X + t_{X+1}$	1	0	1	0	0	1
	3	111	T_{SHIM}	1	0	1	0	1	0
	1	110	t_X	1	0	1	0	0	1
2	2	010	$t_X + t_{X+1}$	0	1	1	0	0	1
	3	000	T_{SHIM}	0	1	0	1	0	1
	1	010	t_X	0	1	1	0	0	1
	3	2	011	$t_X + t_{X+1}$	0	1	1	0	1
3		111	T_{SHIM}	1	0	1	0	1	0
	1	011	t_X	0	1	1	0	1	0
	4	2	001	$t_X + t_{X+1}$	0	1	0	1	1
3		000	T_{SHIM}	0	1	0	1	0	1
	1	001	t_X	0	1	0	1	1	0
	5	2	101	$t_X + t_{X+1}$	1	0	0	1	1
3		111	T_{SHIM}	1	0	1	0	1	0
	1	101	t_X	1	0	0	1	1	0
	6	2	100	$t_X + t_{X+1}$	1	0	0	1	0
3		000	T_{SHIM}	0	1	0	1	0	1

ся соответствующие интервалы. Частота напряжения, формируемого АИН, меняется в начале каждого периода модуляции ШИМ.

Энергетические показатели по полученным кривым мгновенных значений токов и напряжений рассчитываются на основе методики [3]. В рассматриваемом сложном случае как ток, так и напряжение статора двигателя существенно отличаются от синусоидальных, что делает неопределенным непосредственный расчет мощности искажений по гармоническим составляющим. Предлагается следующая последовательность вычислений. Активная и реактивная мощности получают по первым гармоникам тока и напряжения, полная мощность — по эффективным значениям этих параметров. А мощность искажений выявляется как среднеквадратическая разность между полной мощностью и остальными составляющими, что обеспечивает их баланс.

Предусматривается разложение в ряд Фурье кривых функций F фазных токов $I_{S,j}$ и напряжения $U_{S,j}$, заданных в виде массивов из N_{dt} значений на периоде T с одинаковым шагом Δt . С переходом от интегралов в формулах Эйлера к конечным суммам вычисляются k -е

гармонические составляющие разложения:

$$\begin{aligned} F_{A.j(k)} &= \sum_{n=1}^{N_{dt}} F_{S.j.n} \cos \left(k2\pi \frac{1}{T} n \cdot \Delta t \right); \\ F_{B.j(k)} &= \sum_{n=1}^{N_{dt}} F_{S.j.n} \sin \left(k2\pi \frac{1}{T} n \cdot \Delta t \right), \end{aligned} \quad (22)$$

где $F_{S.j.n}$ — n -я расчетная точка воспроизведенной кривой тока или напряжения j -й фазы статора. В случае симметрии параметров фаз тока и напряжения в них одинаковы и индекс j опускается.

Число N_{dtk} расчетных точек на периоде определения высшей гармонической составляющей

$$\frac{N_{dt}}{N_k} = N_{dtk} \quad (23)$$

должно быть достаточно большим. Опыт расчетов показал, что приемлемое значение этого параметра не меньше 20.

По коэффициентам ряда разложения (22) амплитуды и фазы гармонических составляющих находят по формулам

$$\begin{aligned} F_{\max.j(k)} &= \sqrt{F_{A.j(k)}^2 + F_{B.j(k)}^2}; \\ \varphi_{j(k)} &= \operatorname{arctg} \frac{F_{A.j(k)}}{F_{B.j(k)}}, \quad k = 1 \dots N_k. \end{aligned} \quad (24)$$

Действующие значения тока и напряжения вычисляются как среднеквадратические мгновенные значения

$$F_{effj} = \frac{1}{N_{dt}} \sqrt{\sum_{n=1}^{N_{dt}} F_{S.j.n}^2}. \quad (25)$$

Они используются для определения полной электрической мощности

$$S_{el} = \sum_{j=1,2,3} I_{eff(j)} U_{eff(j)}. \quad (26)$$

Активная и реактивная мощности, потребляемые или отдаваемые СДПМ, рассчитываются по первым гармоническим составляющим фазных токов и напряжений

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} \sum_{j=1,2,3} I_{\max S.j(1)} U_{\max S.j(1)} \cos (\varphi_{U.j(1)} - \varphi_{I.j(1)}); \\ Q_1 &= \frac{1}{2} \sum_{j=1,2,3} I_{\max S.j(1)} U_{\max S.j(1)} \sin (\varphi_{U.j(1)} - \varphi_{I.j(1)}). \end{aligned} \quad (27)$$

При пофазном различии между параметрами двигателя, схемы замещения или в алгоритме управления АИН появляется мощность не-

симметрии. Выделив основную фазу и предполагая незначительным влияние разности между напряжениями фаз на эту составляющую, можно применить следующую формулу для ее расчета:

$$Q_2 = U_{eff.1} \sqrt{2 \sum_{j=1,2,3} I_{S(1).j}^2 - \sum_{\substack{g,q=1,2,3 \\ g \neq q}} I_{S(1).g} I_{S(1).q} \cos(\varphi_{S(1).g} - \varphi_{S(1).q})}. \quad (28)$$

Мощность искажений вычисляется как квадратический остаток от полной мощности:

$$Q_3 = \sqrt{S_{el}^2 - P_1^2 - Q_1^2 - Q_2^2}. \quad (29)$$

При известных значениях полной мощности, ее составляющих, частоте вращения СДПМ ω_r и моменте сопротивления M_C на его валу рассчитываются коэффициенты мощности, сдвига, искажений, несимметрии и КПД:

$$k_P = \frac{P_1}{S_{el}}, \quad k_1 = \sqrt{\frac{P_1^2}{P_1^2 + Q_1^2}}, \quad k_2 = \frac{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2 + Q_2^2}}, \quad (30)$$

$$k_3 = \frac{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2 + Q_2^2}}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2}}, \quad \eta = \frac{\omega_r M_C}{P_1}.$$

Получены численные результаты анализа энергетических показателей системы с двигателем 6DBM215S35E02 (табл. 2). Частота модуляции ШИМ 3 кГц, тактовая частота контроллера и переключений вентилях — 30 кГц.

Таблица 2

Параметры схемы замещения двигателя и регуляторов САУ

СДПМ 6DBM215S35E02	R, Ом			L, Гн			Ψ_f , В·с
		0,055	0,055	0,055	0,00065	0,0009	0,00095
САУ		k_d	k_q	k_ω	T_d , с	T_q , с	T_ω , с
		0,3	1	20	0,003	0,003	0,1

На рис. 6 приведены диаграммы мгновенных значений фазных токов и напряжений статора, а также их первые гармоники на периоде длительностью 0,0477 с, рассчитанные с шагом 3,3 мкс. При числе расчетных точек 14402 согласно (23) определяется до 720 гармоник, которые учитывают все существенные искажения функций. Так, кривая фазного тока $I_{S,3}$, воспроизведенная на основе суммирования гармонических составляющих, не отличается от полученных на модели кривых токов других фаз.

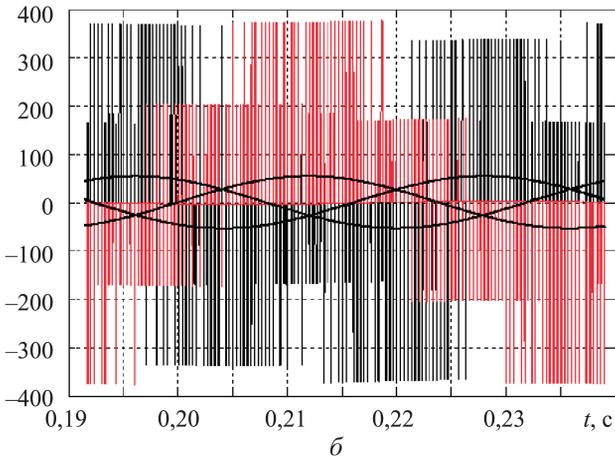
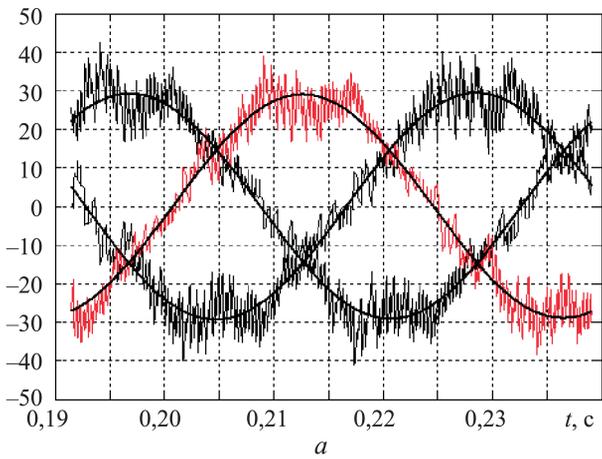


Рис. 6. Расчетные диаграммы и первые гармоники разложения в ряд Фурье фазных токов и напряжений статора

На рис. 7 приведены расчетные спектры гармоник фазных напряжения и тока, а на рис. 8 — экспериментальные осциллограммы спектрального анализа этих параметров. Наблюдается характерное качественное и численное соответствие расчетных и эксперименталь-

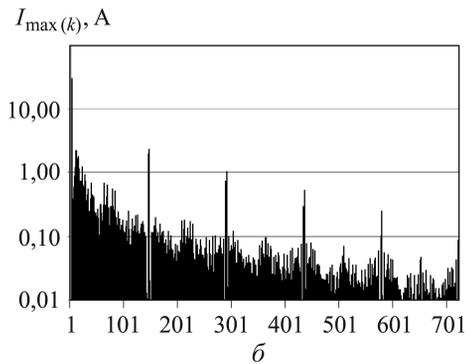
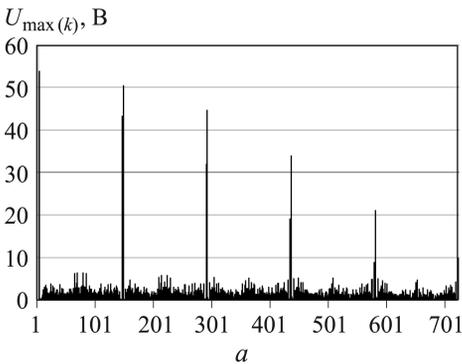


Рис. 7. Расчетные спектры амплитуд гармоник напряжения и тока фазы статора

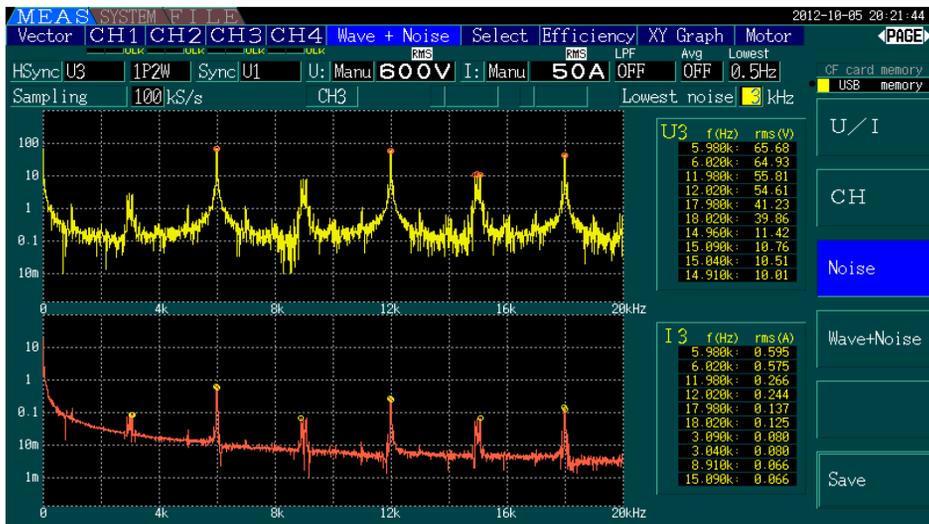


Рис. 8. Экспериментальный спектр гармоник напряжения и тока первой фазы статора

ных спектров, что свидетельствует об адекватности математической модели.

В табл. 3 сведены результаты расчета энергетических показателей по формулам (24)–(30) для нескольких вариантов, различающихся значениями коэффициента усиления k_d ПИ регулятора составляющей i_d тока статора. Этот параметр влияет на значение данной составляющей и, как следствие, на энергетические показатели.

Также можно отметить, что имеющаяся существенная разность значений фазных индуктивностей статора двигателя, доходящая до

Таблица 3

Энергетические показатели при разных значениях коэффициента усиления регулятора составляющей тока статора i_d

k_d	2	3	5	7	Коэффициент усиления
ω_r	66	66	66	66	Средняя частота вращения ротора на установившемся режиме, с ⁻¹
M	23,3	23,3	23,3	23,3	Момент, Нм
$\omega_r \cdot M$	1531	1531	1531	1531	Активная механическая мощность, Вт
S	5789	3778	3843	5940	Полная мощность, ВА
P_1	3583	2355	2282	3621	Активная мощность, Вт
Q_1	510	197	200	485	Реактивная мощность, ВА
Q_2	1721	1270	1501	1784	Мощность искажений, ВА
Q_3	528	92	180	464	Мощность несимметрии, ВА
k_P	0,62	0,62	0,59	0,61	Коэффициент мощности
k_1	0,990	0,997	0,996	0,991	Коэффициент сдвига
k_2	0,903	0,881	0,836	0,899	Коэффициент искажений
k_3	0,991	0,999	0,998	0,994	Коэффициент несимметрии
η	0,427	0,650	0,671	0,423	КПД

30 %, мало влияет на мощность несимметрии. При разных настройках коэффициент несимметрии k_3 близок к единице.

Приведенные результаты показывают широкие возможности применения предлагаемой математической модели для анализа влияния структуры и параметров как силовой части, так и системы управления на энергетические показатели автоматизированного электропривода на базе СДПМ. Разработанные алгоритмы и программные блоки могут быть использованы для построения моделей других систем электропривода переменного тока с преобразователями частоты на силовых транзисторах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Байков А.И. Математическое моделирование элементов и систем автоматизированного электропривода: Учеб. пособие. Н. Новгород, ГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2008. 173 с.
2. Фираго Б.И., Павлячик Л.Б. Регулируемые электроприводы переменного тока. Мн.: Техноперспектива, 2006. 363 с.
3. Маевский О.А. Энергетические показатели вентильных преобразователей. М.: Энергия, 1978. 320 с.

REFERENCES

- [1] Baykov A.I. Matematicheskoe modelirovanie elementov i sistem avtomatizirovannogo elektroprivoda [Mathematical simulation of elements and systems of automated electric drive]. N. Novgorod, GTU im. R.E. Alekseeva Publ., 2008. 173 p.
- [2] Firago B.I., Pavlyachik L.B. Reguliruemye elektroprivody peremennogo toka [Regulated AC drives]. Minsk, Tekhnoperspektiva Publ., 2006. 363 p.
- [3] Maevskiy O.A. Energeticheskie pokazateli ventil'nykh preobrazovateley [Energy data of valve inverter]. Moscow, Energiya Publ., 1978. 320 p.

Статья поступила в редакцию 7.05.2013

Байков Александр Иванович — канд. техн. наук, доцент кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. Специалист в области математического моделирования автоматизированного электрооборудования.

НГТУ им. Р.Е. Алексеева, Российская Федерация, 603950, Нижний Новгород, ГСП-41, ул. Минина, д. 24.

A.I. Baikov — Cand. Sci. (Eng.), assoc. Professor of “Electrical drive and automation of industrial plants” department of the Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alexeev. Specialists in the field of mathematical modeling of automated electrical equipment.

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alexeev, GSP-41, ul. Minina 24, Nizhny Novgorod, 603950 Russian Federation.

Андрюхин Максим Владимирович — инженер Федерального научно-производственного центра “Нижегородский научно-исследовательский институт радиотехники”. Специалист в области разработки, исследования и моделирование систем автоматизированного электропривода переменного тока.

ОАО “ФНПЦ “Нижегородский научно-исследовательский институт радиотехники”. Российская Федерация, 603950, Нижний Новгород, ул. Шапошникова, 5.

M.V. Andryukhin — engineer of the OAO “FNPTs “NNIIRT” [JSC Federal Research and Production Center “Nizhny Novgorod Research Institute of Radio Engineering”]. Specialists in the field of development, research and systems modeling of automated AC electrical drive.

OAO “FNPTs “NNIIRT”, ul. Shaposhnikova 5, Nizhny Novgorod, 603950 Russian Federation.

Бобылёв Игорь Владимирович — начальник сектора Федерального научно-производственного центра “Нижегородский научно-исследовательский институт радиотехники”. Специалист в области разработки, исследования и внедрения систем автоматизированного электропривода переменного тока.

OAO “ФНПЦ “Нижегородский научно-исследовательский институт радиотехники”. Российская Федерация, 603950, Нижний Новгород, ул. Шапошникова, 5.

I.V. Bobylev — head of the department of the OAO “FNPTs “NNIIRT” [JSC Federal Research and Production Center “Nizhny Novgorod Research Institute of Radio Engineering”]. Specialists in the field of development, research and implementation of automated AC electrical drive.

OAO “FNPTs “NNIIRT”, ul. Shaposhnikova 5, Nizhny Novgorod, 603950 Russian Federation.