

## **ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ УДЛИНЕННЫХ ТЕЛ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ МЕТОДОМ НЬЮТОНА**

**Н.А. Асмоловский, В.Д. Баскаков, В.А. Тарасов**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: Nikolay.Asmolovskiy@gmail.com

*Приближенные методики оценки аэродинамических параметров удлиненных тел позволяют значительно сократить время и затраты на разработку новых изделий. Одной из таких методик является подход Ньютона, предназначенный для определения аэродинамических коэффициентов удлиненных тел при скоростях движения 5...7 М путем вычисления поверхностного интеграла в области аэродинамической видимости тела. Основной сложностью в реализации подхода Ньютона является определение границы области видимости удлиненных тел. Предложен алгоритм, разрешающий границу зоны видимости автоматически в широком диапазоне изменения угла атаки. В соответствии с алгоритмом, поверхность удлиненного тела представлена в аналитическом виде как совокупность поверхностей (плоскость, сферическая, цилиндрическая, коническая, складчатая и т.п.), которые покрываются сеткой из треугольных элементов. Для поверхностей с неизвестной зоной видимости определен факт видимости каждого элемента дискретизации сначала по критерию прямой геометрической тени, затем, в положительном случае, проверено отсутствие перекрытия каждого элемента всеми поверхностями, составляющими тело. С помощью разработанного алгоритма проведен расчет аэродинамических коэффициентов удлиненного тела цилиндроконической формы со складчатой кормовой частью. Сравнение полученных результатов с результатами ресурсоемких вычислений с помощью конечно-объемного решателя, реализованного в программном комплексе FlowSimulation, показало их хорошее согласование.*

**Ключевые слова:** метод Ньютона, геометрическая видимость, метод бросания лучей, упрощенная методика.

## **NUMERICAL AND ANALYTICAL EVALUATION AERODYNAMIC COEFFICIENTS OF ELONGATED BODIES WITH IRREGULAR SHAPE**

**N.A. Asmolovskiy, V.D. Baskakov, V.A. Tarasov**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: Nikolay.Asmolovskiy@gmail.com

*Approximate evaluation methods of aerodynamic parameters of the elongated bodies can significantly reduce the time and the cost of developing of new products. One of these methods is the Newton's approach for determining of aerodynamic coefficients of the elongated bodies at motion speeds 5...7 M by calculating surface integral for aerodynamic visibility of a body. The main difficulty in the implementation of Newton's approach is determination of the boundary scope of elongated bodies. Enable automatic algorithm of the border of visibility zone over a wide range of angle-of-attack rotation is proposed. In accordance to this algorithm surface of the elongated body is represented analytically as a set of surfaces (plane, spherical, cylindrical, conical, folded, etc.) which are being covered by a grid of triangular elements. For surfaces with an unknown zone of visibility this fact is defined for each*

*bin: first by criterion of geometrical shadow and in positive case then it is tested no overlap of each element by all surfaces constituting the body. Using the developed algorithm it were calculated the aerodynamic coefficients of cylindrical-shaped elongated body with folded aft body. Comparison of these results with results of resource-intensive computation using the finite-volumetric solver implemented in the software package FlowSimulation are in good agreement.*

**Keywords:** Newton method, geometric visibility, ray casting method, simpler methodology.

При определении параметров движения удлиненных тел (УТ) в плотных слоях атмосферы важную роль играют приближенные методики оценки аэродинамических параметров в широком диапазоне углов атаки. В общем случае определение аэродинамических параметров сопряжено с ресурсоемкими вычислениями или же дорогостоящими экспериментами, что неприемлемо на начальных этапах разработки машиностроительной продукции. Поэтому резонным является использование упрощенных методик, основанных на допущениях, характерных для условий задачи.

Одна из таких приближенных методик может быть разработана на основе подхода Ньютона, применяемого для оценки аэродинамических коэффициентов тел простой формы, движущихся со скоростью порядка 5...7 М [1, 2]. Согласно подходу Ньютона для элементарной площадки произвольной поверхности можно записать следующую систему уравнений [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} dc_x = \frac{1}{S_m} K \cos^2 \eta \frac{\cos \alpha_x}{\cos \varphi} r dx d\gamma, \\ dc_y = \frac{1}{S_m} K \cos^2 \eta \frac{\cos \beta_y}{\cos \varphi} r dx d\gamma, \\ dm_z = -\frac{1}{S_m L} K r \frac{\cos^2 \eta}{\cos \varphi} (x \cos \beta_y - y \cos \alpha_x) dx d\gamma, \end{array} \right.$$

где  $c_x, c_y, m_z$  — аэродинамические коэффициенты соответственно осевой и нормальной сил и момента тангажа;  $\gamma$  — меридиональный угол;  $\alpha_x, \beta_y$  — углы, образованные вектором внутренней нормали поверхности в точке  $(x, \gamma)$  с осями  $Ox, Oy$  связанной прямоугольной системы координат;  $S_m$  — площадь миделевого сечения;  $L$  — характерный линейный размер обтекаемого тела;  $\varphi$  — угол между вектором внутренней нормали поверхности в точке  $(x, \gamma)$  и вектором внутренней нормали цилиндра с осью, совпадающей с координатной осью  $Ox$ , проведенной через данную точку;  $\eta$  — угол наклона поверхности элемента к направлению потока;  $K$  — коэффициент, зависящий от особенностей решаемой задачи.

В приведенной системе уравнений использовались две связанные системы координат: прямоугольная  $(x, y, z)$  и цилиндрическая  $(x, r, \gamma)$ .

Результирующие выражения для аэродинамических коэффициентов могут быть получены путем интегрирования системы уравнений в области аэродинамической видимости. В некоторых случаях возможно вычисление интеграла в замкнутой форме [3]. Однако чаще всего коэффициенты оцениваются с помощью метода “пластин” (plates), который заключается в разбиении поверхности на элементарные плоские площадки и последующем вычислении коэффициентов для каждой из них [4–8]. Наибольшая сложность при интегрировании — это определение границ области видимости, особенно в случае, если поверхность не является выпуклой. Настоящая работа предлагает численно-аналитический подход к интегрированию аэродинамических коэффициентов с автоматическим разрешением зоны аэродинамической видимости.

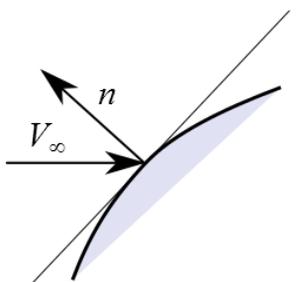
В настоящей работе объектом исследования является УТ, формирующееся из менисковой металлической облицовки в результате взрыва заряда взрывчатого вещества, который задает форму УТ, а также разгоняет его до скоростей порядка 6 М [9]. Относительная простота его формы и подходящий диапазон скоростей указывают на применимость методики Ньютона.

**Комбинированный численно-аналитический подход к определению аэродинамических коэффициентов по методу Ньютона.** Согласно подходу Ньютона интегрирование системы следует проводить только в области видимости, игнорируя зону аэродинамической тени. Для поверхностей сложной формы область интегрирования не может быть определена априори. Для численной оценки значения интеграла исходная поверхность интегрирования  $\Omega$  должна быть разбита на элементарные площадки  $\omega_j$ . Тогда искомое значение интеграла можно определить путем суммирования значений интегралов, вычисленных на элементарных площадках.

В случае, если определение видимой поверхности затруднительно, целесообразно дискретизировать исходную поверхность целиком и интегрировать только видимые элементы. Но в таком случае для получения точного решения разбивать поверхность на элементы необходимо вдоль границ видимости. Кроме того, наличие трансцендентных функций в подынтегральных выражениях делает получение точного значения интегралов невозможным.

Целесообразным является использование дискретизации треугольными элементами с одной гауссовой точкой. В таком случае при минимальных вычислительных затратах возможен расчет элементарных интегралов и определение области видимости с приемлемой точностью. Невидимость элемента обуславливается двумя факторами:

- 1) отсутствием прямой геометрической видимости;
- 2) блокированием (перекрытием) элемента участками той же или другими поверхностями.



**Рис. 1.** Схема определения прямой тени

*Геометрическая видимость.* Геометрическая видимость точки определяется знаком скалярного произведения векторов потока и внешней нормали поверхности, восстановленной из данной точки. Если знак скалярного произведения отрицательный, то точка, из которой восстановлена нормаль, располагается на видимой поверхности, иначе точка лежит в области тени (рис. 1).

Вектор нормали в точке, лежащей на произвольной поверхности  $F(X, Y, Z)$ , задается следующим соотношением:

$$n(X, Y, Z) = \left[ \frac{\partial F}{\partial X} \quad \frac{\partial F}{\partial Y} \quad \frac{\partial F}{\partial Z} \right]^T.$$

*Перекрытие поверхности.* Определение взаимного перекрытия поверхностей является классической задачей компьютерной графики. Существует множество различных путей ее решения, однако зачастую помимо сложности реализации этих методов, требуется также дополнительная их адаптация к условиям задачи. Одним из таких методов является метод бросания лучей (ray casting) [10, 11]. Принцип метода состоит в поиске первого пересечения объекта с лучом, проведенным из картинной плоскости. Применительно к рассматриваемой задаче, метод бросания лучей может быть представлен в виде следующего алгоритма.

1. Проецирование вершин каждого элемента дискретизации интересующей поверхности на картинную плоскость, перпендикулярную направлению невозмущенного потока.

2. Восстановление лучей с основаниями в каждой спроецированной вершине и направлением, коллинеарным направлению вектора невозмущенного потока.

3. Нахождение первого (ближайшего) пересечения каждого луча с каждой из поверхностей, составляющих тело.

4. В случае, если точка первого пересечения луча совпадает с вершиной, проекция которой на картинную плоскость совпадает с основанием луча, то данная вершина является видимой, в противном случае — невидимой. Элемент считается видимым, если все его вершины видимы, и невидимым — если хотя бы одна из вершин не является видимой.

Проекции узлов сетки на картинную плоскость легко найти путем замены системы координат на связанную с направлением невозмущен-

ного потока:

$$R = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot i & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot j & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot i & \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot j & \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot k \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot i & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot j & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot k \end{bmatrix}, \quad i = \begin{bmatrix} m \\ n \\ l \end{bmatrix}, \quad j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad k = i \times j,$$

где  $i, j, k$  — орты системы координат;  $m, n, l$  — компоненты вектора потока.

Тогда преобразование из исходного базиса в базис системы координат, связанной с картинной плоскостью, записывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{screen} = R^{-1} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{original}.$$

Принимая  $X$  компоненту в новой системе координат равной нулю и проводя обратное преобразование, получаем координаты точек проекций на картинную плоскость в исходной системе координат:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{original} = R \begin{bmatrix} 0 \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{screen}.$$

В общем случае точка пересечения луча с поверхностью является решением следующей системы:

$$\begin{cases} F(X, Y, Z) = 0, \\ \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} m \\ n \\ l \end{bmatrix}, \\ X \in [l_a, l_b], \end{cases}$$

где  $a, b, c$  — координаты начала луча;  $m, n, l$  — направляющий вектор луча. Система решается относительно параметра  $t$ , который затем используется для определения координат точки пересечения;  $l_a, l_b$  — границы области решения.

В случае простой поверхности решение системы может быть найдено аналитически. В противном случае осуществляется классически численными методами.

**Алгоритм расчета.** Отличительной особенностью предлагаемого подхода является тот факт, что наряду с численными методами по

мере возможности используются также аналитические решения, что позволяет значительно ускорить вычислительный процесс. В общем случае алгоритм расчета может быть следующим.

1. Общая поверхность тела представляется как совокупность более простых поверхностей (конус, сфера, цилиндр, плоскость). На последующих этапах операции проводятся на составляющих поверхностях.

2. В случае если зона видимости поверхности может быть найдена аналитически и имеет простую форму, дискретизация поверхности проводится только в зоне видимости, в противном случае — выполняется дискретизация всей рассматриваемой поверхности.

3. Для поверхностей с неизвестной зоной видимости определяется факт видимости каждого элемента дискретизации сначала по критерию прямой геометрической тени, затем, в положительном случае, дополнительно проверяется отсутствие перекрытия каждого элемента всеми поверхностями, составляющими тело.

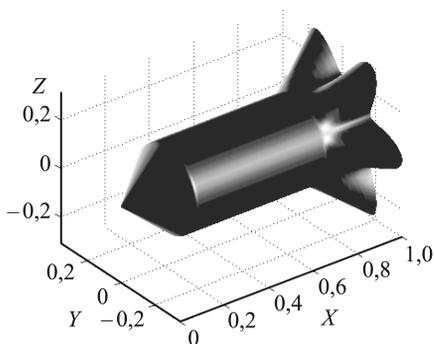
4. Для всех видимых элементов интегрирование выполняется методом Гаусса.

5. Искомое решение — сумма всех найденных интегралов.

Наиболее эффективная и простая реализация приведенного алгоритма возможна при использовании объектно-ориентированного подхода. Каждая из составляющих поверхностей представляет собой объект, содержащий информацию о ее геометрии и дискретизации и реализующий следующие методы: генерация сетки, поиск пересечения луча с поверхностью, визуализация поверхности. При реализации объекта задействуется информация об аналитических решениях задач определения геометрической видимости поверхности рассматриваемого типа, и пересечения ее с произвольным лучом. В случае если в замкнутой форме решения затруднены, в методах объекта реализуются соответствующие численные процедуры. Таким образом, управляющая расчетная программа взаимодействует со всеми составляющими объектами одинаково, что значительно упрощает разработку и тестирование.

Предлагаемый алгоритм был реализован в среде MATLAB с применением объектно-ориентированного подхода. Алгоритм тестировали путем сравнения результатов с опубликованными аэродинамическими коэффициентами тел простой формы, вычисленных по методу Ньютона.

**Применение комбинированной методики для модели УТ.** Геометрическая цилиндрикоконическая модель УТ получена путем обобщения результатов численных расчетов процесса формирования УТ и экспериментальных исследований (рис. 2) [12]. Внешняя поверхность УТ описывается следующими основными параметрами:  $l_1, l_2, l_3$  — длины носовой конической, цилиндрической и кормовой складчатой частей



**Рис. 2.** Геометрическая модель элемента со складчатой кормовой частью ( $n = 6$ ,  $A = 0,3$ ,  $\gamma = 0$ )

Профиль складок в кормовой части (см. рис. 2) определяется следующими параметрами: числом складок  $n$ , амплитудой складок  $A$  и сдвигом фазы  $\gamma_0$ . При таком способе задания поверхности складчатая кормовая часть при значении амплитуды, равном нулю, вырождается в коническую поверхность.

Уравнения наружных поверхностей УТ могут быть записаны в следующем виде:

$$F(X, Y, Z) = Y^2 + Z^2 - X^2 \left( \frac{R_2}{l_1} \right)^2 = 0$$

— коническая поверхность;

$$F(X, Y, Z) = Y^2 + Z^2 - R_2^2 = 0$$

— цилиндрическая поверхность;

$$F(X, Y, Z) = \left( R_2 + \frac{X - l_1 - l_2}{l_3} \left( R_{СТ} - R_2 + A \cos(n(\arctg(Z/Y) + \gamma_0)) \right) \right)^2 - Z^2 - Y^2 = 0$$

— складчатая поверхность.

Интегрирование аэродинамических коэффициентов выполняется в декартовой системе координат  $OXYZ$ . Начало координат находится в носке модели УТ, а ось симметрии лежит в плоскости  $XOY$ . Вектор скорости потока также лежит в плоскости  $XOY$ .

Для конической и цилиндрической поверхностей границы области видимости определяются аналитически, что позволяет провести

соответственно,  $R_2$  и  $R_{СТ}$  — радиусы окружности внешней поверхности цилиндрической части и срединной поверхности внешнего обвода складчатой кормовой части на торце УТ соответственно.

Складки в кормовой части УТ образуются самопроизвольно при взрывном обжатии облицовки. Они также могут создаваться искусственно путем внесения в конструкцию менисковой облицовки или других деталей взрывного устройства периодических возмущений малой амплитуды в окружном направлении [13]. Для анализа баллистической устойчивости УТ со складчатой кормовой частью в широком диапазоне изменения угла атаки  $\alpha$  требуется знание его аэродинамических коэффициентов.

дискретизацию только видимых областей. Кроме того, взаимного перекрытия этих двух поверхностей в модели УЭ не происходит.

Расчет кормовой части требует особого внимания: во-первых, поверхность не является выпуклой и участки поверхности могут загораживать друг друга; во-вторых, часть поверхности находится в тени, отбрасываемой впереди стоящими поверхностями.

Пересечение луча с конической и цилиндрической поверхностями может быть найдено аналитически. Поиск аналитического решения задачи пересечения луча с произвольной складчатой поверхностью затруднен, поэтому решение проводится численно. Ввиду того, что уравнения поверхности и ее производной известны, решение может быть найдено с помощью метода Ньютона–Рафсона [14]. Поскольку произвольный луч может пересекать складчатую поверхность в нескольких точках, находящихся в непосредственной близости друг от друга, задание начальной итерации имеет особую важность.

**Сходимость комбинированного метода.** Сходимость может быть оценена экспериментальным методом, основанным на сравнении относительной погрешности решения по отношению к базовому решению, полученному при дискретизации, в которой число элементов по каждому из направлений в 2 раза больше числа элементов в данной дискретизации:

$$\varepsilon_i = \frac{\|y_{2^i k} - y_{2^{i+1} k}\|_{\infty}}{\|y_{2^{i+1} k}\|_{\infty}},$$

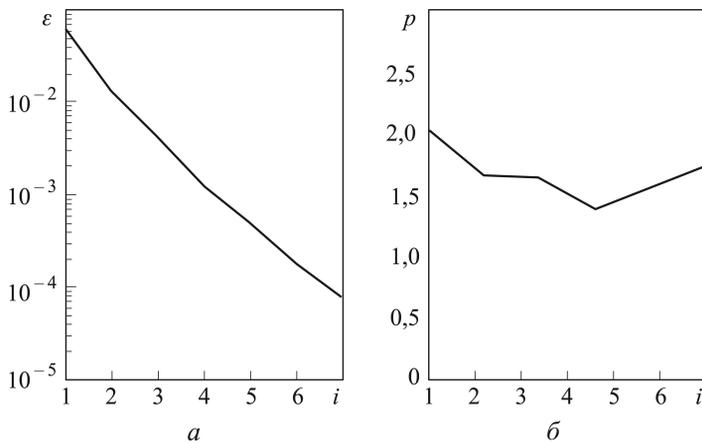
где  $k$  — начальное число элементов в дискретизации по одному из направлений,  $i$  — индекс измельчения сетки,  $y_{2^i k}^i$  — вектор значений, вычисленных при  $i$ -й дискретизации,  $\varepsilon_i$  — значение ошибки при  $i$ -м измельчении сетки.

Экспериментальный порядок сходимости оценивается следующим выражением:

$$p = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{\|y_{2^i k} - y_{2^m k}\|_{\infty}}{\|y_{2^{i+1} k} - y_{2^m k}\|_{\infty}},$$

где  $m$  — наибольший индекс дробления сетки.

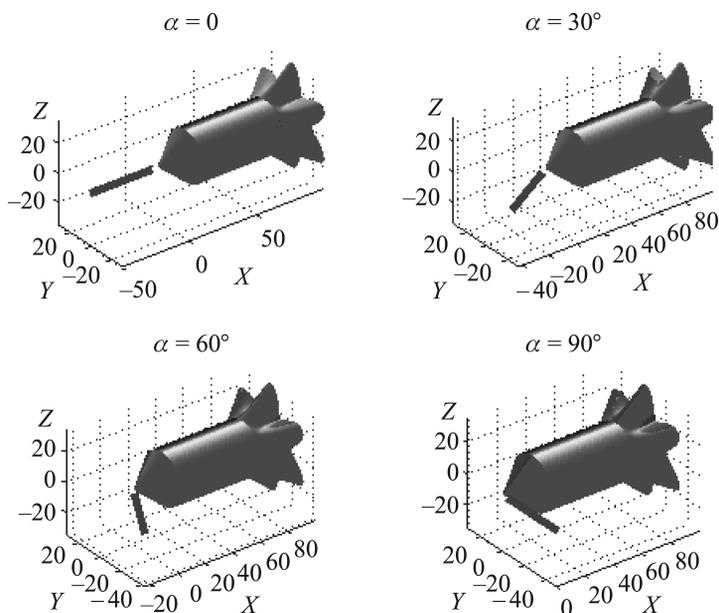
Для проверки алгоритма определения тени необходимо использовать полноценную модель, включая цилиндрическую и коническую части, но варьировать только дискретизацией стабилизатора. Начальная дискретизация поверхности стабилизатора содержит 40 элементов в осевом и 60 элементов в окружном направлениях. Дискретизации конуса и цилиндра влияния не оказывают, так как значения коэффициентов исключены из оценки погрешности, а в учете тени используется только аналитическая запись поверхностей. Расчет проводился для геометрической модели (см. рис. 2), с шестью складками с амплитудой 30 % от  $R_{\text{ст}}$  и нулевым меридиональным углом. Результаты



**Рис. 3. Сходимость комбинированного метода при вычислениях для модели УТ со складками в широком диапазоне углов атаки**

анализа сходимости приведены на рис. 3. Как показали расчеты, экспериментальный порядок сходимости предложенного алгоритма превышает 1,5. Полученные кривые показывают приемлемую зависимость точности расчета от дискретизации.

Изменение области аэродинамической тени в зависимости от направления вектора невозмущенного потока приведено на рис. 4. Можно отметить, что площадь зоны аэродинамической тени изменяется сложным образом (рис. 5). Наличие точки излома при значении угла атаки  $\alpha \approx 40^\circ$  связано с изменением характера видимости конической поверхности в носовой части УТ. Если угол атаки не превышает половины угла раствора конуса, то вся поверхность конуса является



**Рис. 4. Области аэродинамической тени в зависимости от угла атаки**

видимой, в противном случае видимым является только ее участок, причем его площадь зависит от значения угла атаки.

### Результаты расчета модели УТ.

Предложенный алгоритм был применен для расчета аэродинамических коэффициентов для модели УТ со складками в широком диапазоне углов атаки. Дополнительно были проведены расчет аналогичной модели с помощью гидродинамического решателя FlowSimulation и сравнение полученных результатов.

Расчет выполнялся для геометрической модели (см. рис. 2) с шестью складками амплитудой 30 % от  $R_{ст}$  и нулевым меридиональным углом. Геометрические размеры эквивалентной цилиндроконической модели приведены в работе [15].

При расчете аэродинамических коэффициентов комбинированным методом дискретизация поверхности состояла из 10 тысяч элементов. Время расчета коэффициентов для одной расчетной точки при варьировании угла атаки составляет менее секунды.

Решатель FlowSimulation базируется на методе конечных объемов применительно к решению уравнений Навье–Стокса. Начальными условиями при расчете FlowSimulation принимались стандартные условия воздуха с приближениями для высокоскоростных потоков. Проверка процедуры расчета в пакете FlowSimulation проводилась путем сравнения с теоретическими и экспериментальными данными продувки конусов со скоростями потока 4 М. Сравнение с теоретическими данными показало, что при использовании высокой дискретизации погрешность вычислений может составлять 1...2 %, однако время расчета достигает 24 ч. Для оценки параметров для модели УТ скорость потока принималась равной 6 М, а интенсивность турбулентности 1 %. В расчете использовалась модель турбулентности  $k-\varepsilon$ .

При расчетах в пакете FlowSimulation применялась адаптация расчетной сетки, и расчетная область насчитывала 3,5 млн элементов, время расчета одной точки составляло порядка 20 ч, а по разработанному алгоритму – менее секунды.

Результаты расчетов приведены на рис. 6. Следует отметить хорошее согласование данных, полученных при расчете в пакете FlowSimulation и по методу Ньютона.

**Выводы.** 1. Разработан, реализован и протестирован численный алгоритм расчета аэродинамических коэффициентов по методу Ньютона с автоматическим разрешением области видимости поверхности

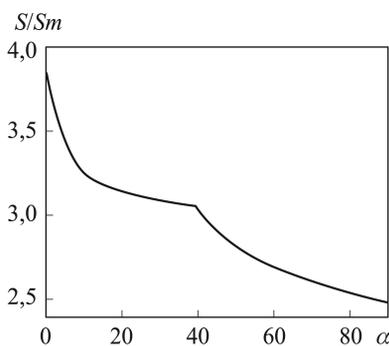
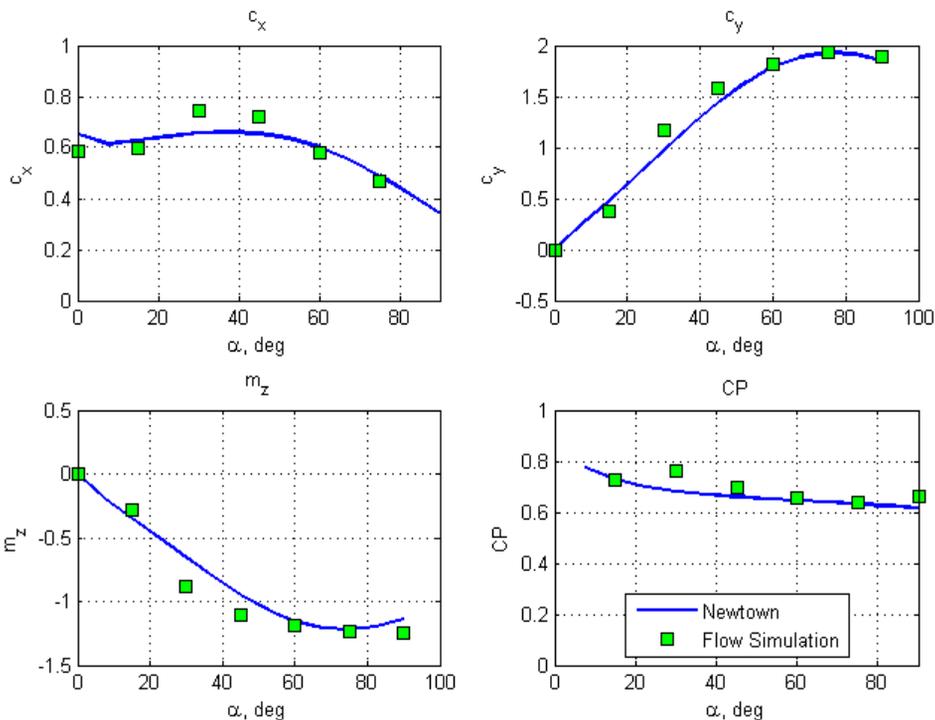


Рис. 5. Изменение площади  $S$  области аэродинамической видимости в зависимости от угла атаки



**Рис. 6.** Сравнение расчетных значений аэродинамических коэффициентов модели УТ со складчатой кормовой частью

рассматриваемого объекта. Алгоритм оперирует как аналитическим, так и дискретным представлениями информации о геометрии поверхностей. Это позволяет, с одной стороны, повысить скорость и точность вычислений, а с другой стороны, делает возможным анализ поверхностей произвольной геометрии.

2. С помощью предложенного алгоритма проведен расчет изменения аэродинамических коэффициентов модели УТ со складчатой кормовой частью в широком диапазоне углов атаки. Дополнительно был выполнен аналогичный расчет с помощью коммерческого гидродинамического решателя. Сравнение результатов показало хорошее их согласование.

3. Время расчета модели УТ со сложной геометрией с помощью гидродинамического решателя на четыре порядка превышает время расчета аналогичной модели предложенным алгоритмом, что демонстрирует преимущество и гибкость упрощенных методик для расчета аэродинамических коэффициентов тел сложной формы в условиях, удовлетворяющих допущениям подхода Ньютона.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Anderson Jr.* Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics, Second Edition. AIAA Education Series, 2006. 813 p.

2. *Расчет* аэродинамических характеристик тел сложной формы при сверхзвуковых скоростях обтекания: учебное пособие / В.Т.Калугин и др. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003. 40 с.
3. *Grant M., Braun R.* Analytic Hypersonic Aerodynamics for Conceptual Design of Entry Vehicles // AIAA 2010-1212, 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, FL, 4–7 Jan. 2010. <http://www.ssd1.gatech.edu/papers/conferencePapers/AIAA-2011-6640.pdf>
4. *Bonner, E., Clever, W. and Dunn, K.* Aerodynamic Preliminary Analysis System II: Part I Theory. NASA-CR-165627, Apr. 1981. 127 p.
5. *Smyth, D.N. and Loo H.C.* Analysis of Static Pressure Data from 1/12-scale Model of the YF-12A. Volume 3: The MARK IVS Supersonic-Hypersonic Arbitrary Body Program, User's Manual. NASA-CR-151940, Oct. 1981.
6. *Cunningham M.* Hypersonic Aerodynamics for an Entry Research Vehicle // Journal of Spacecraft and Rockets. Vol. 24. No. 2. 1987. P. 97–98.
7. *Kinney, D.J.* Aero-Thermodynamics for Conceptual Design // AIAA-2004-31-962, 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, 5–8 Jan. 2004. [http://adl.stanford.edu/AA210b/Lecture\\_Notes\\_files/AIAA-2004-31-871.pdf](http://adl.stanford.edu/AA210b/Lecture_Notes_files/AIAA-2004-31-871.pdf)
8. *Barnes J., Hut P.* A hierarchical O(N log N) force-calculation algorithm. Nature 324 (4), 1986. P. 446–449.
9. *Асмоловский Н.А., Баскаков В.Д., Тарасов В.А.* Анализ влияния периодических возмущений на формирование высокоскоростных стержневых элементов // Изв. вузов. Машиностроение, 2013. № 8. С. 8–14.
10. *Scott R.D.* Ray Casting for Modeling Solids // Computer Graphics and Image Processing. 1982. Vol. 18. No. 2. P. 109–144.
11. *Mark de Berg.* Ray Shooting, Depth Orders and Hidden Surface Removal. Springer, 1993. 210 p.
12. *Колтаков В.И., Баскаков В.Д., Кружков О.А., Шикунов Н.В.* Оценка влияния технологических факторов на кинематические параметры удлиненного поражающего элемента кумулятивного заряда // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны: Труды Междунар. конф. IX Харитоновские тематические научные чтения. 2007. С. 585–590.
13. *Bender D., Chhouk B., Fong R., Ng W., Rice B., Volkman E.* Explosively formed penetrators with canted fins // 19th International Symposium of Ballistics. 2001. P. 755–762.
14. *Hoffman J., Frankel S.* Numerical Methods for Engineers and Scientists. CRC Press, 2001. 840 p.
15. *Баскаков В.Д., Тарасов В.А., Калугин В.Т., Асмоловский Н.А.* Математическое обеспечение вероятностной оценки влияния технологических погрешностей на эффективность удлиненных поражающих элементов снарядоформирующих зарядов // Оборонная техника. 2009. Т. 1. № 1. С. 49–53.

## REFERENCES

- [1] Anderson Jr. Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics. Second Edition. AIAA Education Series, 2006. 813 p.
- [2] Kalugin V.T., Golubev A.G., Lutsenko A.Yu., Stolyarova E.G. Raschet aerodinamicheskikh kharakteristik tel slozhnoy formy pri sverkhzvukovykh skorostyakh [Calculation of aerodynamic characteristics of bodies of complex shape at supersonic velocity of streaming]. Moscow, MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2012. 40 p.
- [3] Grant M., Braun R. Analytic Hypersonic Aerodynamics for Conceptual Design of Entry Vehicles. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, FL, 4-7 Jan. 2010, AIAA 2010-1212. Available at: <http://www.ssd1.gatech.edu/papers/conferencePapers/AIAA-2011-6640.pdf> (accessed 02.11.13).

- [4] Bonner E., Clever W. and Dunn K. Aerodynamic Preliminary Analysis System II: Part I Theory. NASA-CR-165627, Apr. 1981. 127 p.
- [5] Smyth D.N. and Loo H.C. Analysis of Static Pressure Data from 1/12-scale Model of the YF-12A. Vol. 3: The MARK IVS Supersonic-Hypersonic Arbitrary Body Program. User's Manual, 1981, NASA-CR-151940.
- [6] Cunningham M. Hypersonic Aerodynamics for an Entry Research Vehicle. *J. Spacecraft and Rockets*. 1987, vol. 24, no. 2, pp. 97–98.
- [7] Kinney D.J. Aero-Thermodynamics for Conceptual Design. *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, 5–8 Jan. 2004, AIAA-2004-31-962. Available at: [http://adl.stanford.edu/AA210b/Lecture\\_Notes\\_files/AIAA-2004-31-871.pdf](http://adl.stanford.edu/AA210b/Lecture_Notes_files/AIAA-2004-31-871.pdf) (accessed 02.11.13).
- [8] Barnes J., Hut P. A hierarchical  $O(N \log N)$  force-calculation algorithm. *Nature*, 324 (4), 1986, pp. 446–449.
- [9] Asmolovskiy N.A., Baskakov V.D., Tarasov V.A. Influence analysis of periodical perturbations on the formation of high-speed rod element. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr.* [Proc. Univ., Mech. Eng.], 2013, no. 8, pp. 8–14 (in Russ.).
- [10] Scott R.D. Ray Casting for Modeling Solids. *Computer Graphics and Image Processing*, 1982, vol. 18, no. 2, pp. 109–144.
- [11] Mark de Berg. Ray Shooting, Depth Orders and Hidden Surface Removal. Springer, 1993. 210 p.
- [12] Kolpakov V.I., Baskakov V.D., Kruzhkov O.A., Shikunov N.V. Impact evaluation of technological factors on kinematic parameters of the elongated damage agent for shaped charge. Tr. Mezhdunar. Konf. IX Kharitonovskie tematischeкие nauchnye chteniya: Ekstremal'nye sostoyaniya veshchestva. Detonatsiya. Udarnye volny [Proc. Int. Conf. IX Kharitonov Topical Scientific Readings: Extreme states of matter. Detonation. Shock waves], 2007, pp. 585–590 (in Russ.).
- [13] Bender D., Chhouk B., Fong R., Ng W., Rice B., Volkman E. Explosively formed penetrators with canted fins. *Proc. 19th Int. Symp. Ballistics.*, 2001, pp. 755–762.
- [14] Hoffman J., Frankel S. Numerical Methods for Engineers and Scientists. CRC Press, 2001. 840 p.
- [15] Mathematical maintenance of probabilistic estimation influence of technological errors on efficiency of elongated strike elements of the shells forming explosive charges. *Oboronnaya tekhnika* [Defence Technology], 2009, vol. 1, no. 1, pp. 49–53 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 17.03.2014

Асмоловский Николай Александрович — аспирант кафедры “Технологии ракетно-космического машиностроения” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор пяти научных работ в области технологии ракетно-космического машиностроения.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

N.A. Asmolovskiy — post-graduate of “Technologies of Rocket and Space Mechanical Engineering” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of five publications in the field of technology of rocket and space mechanical engineering.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Баскаков Владимир Дмитриевич — д-р техн. наук, профессор кафедры “Технологии ракетно-космического машиностроения” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 90 научных работ в области технологии ракетно-космического машиностроения.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

V.D. Baskakov — Dr. Sci. (Eng.), professor of “Technologies of Rocket and Space Mechanical Engineering” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 90 publications in the field of technology of rocket and space mechanical engineering.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Тарасов Владимир Алексеевич — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой “Технологии ракетно-космического машиностроения” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ в области технологии машиностроения, контроля и диагностики.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

V.A. Tarasov — Dr. Sci. (Eng.), professor, head of “Technologies of Rocket and Space Mechanical Engineering” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 200 publications in the field of technology of mechanical engineering, inspection and diagnostics.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.