

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ МИКРОКРИОГЕННОЙ МАШИНЫ,
РАБОТАЮЩЕЙ ПО ОБРАТНОМУ ЦИКЛУ СТИРЛИНГА****И.А. Архаров, Е.С. Навасардян, Е.А. Антонов**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

e-mail: arkharov@bmstu.ru; navasard@mail.ru; evgeniy.mgtu@gmail.com

Посвящено созданию расчетно-аналитической модели микрокриогенной машины, работающей по обратному циклу Стирлинга и поиску взаимосвязи между геометрией ключевых узлов и термодинамическими характеристиками криогенной газовой машины. Современные средства навигации и наблюдения, особенно спутниковые (включая системы оборонного назначения), нуждаются в микрокриогенных охладителях, работающих “без расходных материалов”, способных охлаждать и криостатировать фотоприемные устройства при температуре 77...80 К. Создание и отработка методики расчета микрокриогенных машин позволит на стадии проектирования разработать оптимальную модель микрокриогенной машины, энергетически выгодную и экономически обоснованную. Сделана попытка определить и описать взаимосвязи различных параметров машины и их влияние друг на друга. Предлагаемая расчетно-аналитическая модель позволяет решать как прямую задачу (проектирование), так и обратную (проверочный расчет) для криогенной газовой машины, работающей по обратному циклу Стирлинга. Прямая задача характеризуется известными входными параметрами (температурами холодильной камеры и среды, охлаждающей конденсатор, холодопроизводительностью машины), по которым определяются параметры рабочего цикла и основные характеристики элементов холодильной машины. Обратная задача: для заданных геометрических параметров аппаратов, характеристик компрессора и расширительного устройства, температур окружающей среды и теплопритоков определяются температуры кипения и конденсации хладагента и его массовый расход.

Ключевые слова: моделирование, микрокриогенная установка, математическая модель, нестационарный процесс.

**MODELING OF MICRO CRYOGENIC MACHINE OPERATING
ON REVERSE STIRLING CYCLE****I.A. Arkharov, E.S. Navasardyan, E.A. Antonov**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

e-mail: arkharov@bmstu.ru; navasard@mail.ru; evgeniy.mgtu@gmail.com

The article is devoted to elaboration of a design-analytical model for a gas micro cryogenic machine operating on reverse Stirling cycle, as well as retrieval of the interconnection between geometric parameters of key assemblies and thermodynamic characteristics. Modern navigation and monitoring devices, especially satellite ones (including the defense industry systems) operating without “consumables”, capable of refrigerating and thermostating the photodetecting devices, need refrigeration at cryogenic temperatures 77...80 K. Elaboration of the design method for microcryogenic machines should provide the development of optimal, economically well-grounded and efficient gas cryogenic machine. Design and optimization problems are widely considered in the world technical literature for separate processes – heat transfer problems, operation of compressors, etc., but a general

task – to simulate operation of a gas cryogenic machine as a complex system of the interconnected elements, is yet not solved. The authors are trying to define and describe interdependencies of the machine different parameters, their influence on each other. Proposed design-analytical model allows to solve both a direct problem (designing) and inverse problem (checking calculation) for a gas micro cryogenic machine operating on reverse Stirling cycle. Direct problem is characterized by known input parameters (temperatures of refrigeration volume, of the condenser cooling medium, cooling efficiency) that help in determining main features of operation cycle and machine elements. Inverse problem is: to determine the refrigerant boiling and condensation temperatures and its mass flow rate for given geometric parameters of the apparatus, compressor and expansion device, environment temperature and heat leakages.

Keywords: modeling, micro cryogenic machine, mathematical model, non-stationary process.

Криогенные газовые машины (КГМ) предназначены для криостатирования различных электронных и оптических приборов, фотоприемных устройств, высокоэффективных систем формирования инфракрасного изображения, в том числе оборонного назначения.

Криогенные газовые машины относятся к классу поршневых. Особенностью КГМ являются изменяющиеся объемы полостей расширения и сжатия [1–5], постоянно гидравлически связанные с объемом теплообменных аппаратов (рис. 1). Утверждение о том, что теплообменные аппараты расположены в “мертвых” объемах машин, нельзя считать корректным, так как протекающие в аппаратах процессы отличны от процессов в “мертвых” объемах традиционных поршневых машин.

В теплообменных аппаратах КГМ осуществляется регенерация теплоты, ее подвод и отвод от рабочего газа машины к внешним тепловым источникам. Блок теплообменных аппаратов КГМ, как правило,

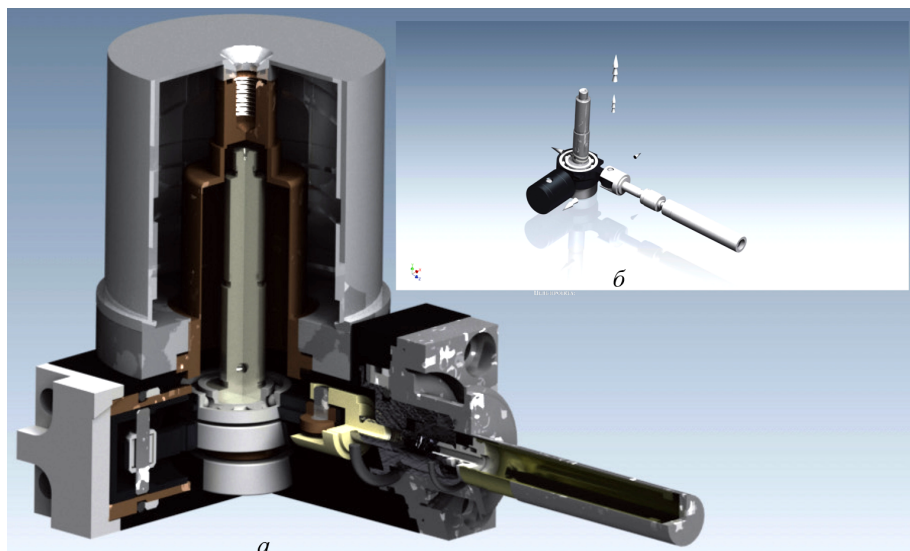


Рис. 1. КГМ в собранном виде (а) и механизм движения (б)

состоит из одного или нескольких аппаратов внешнего теплообмена и регенераторов. Регенератор в КГМ — обязательный элемент, он играет роль своеобразного теплового аккумулятора, попеременно получающего и отдающего теплоту протекающему через аппарат рабочему газу. Этот тепловой аккумулятор имеет специфические свойства: значительный перепад температур на концах, зависящий от температур внешних тепловых источников; большая тепловая нагрузка; высокая эффективность передачи теплоты.

Современный этап развития науки и техники делает актуальной проблему расчета и создания микрокриогенных систем, работающих “без расходных материалов”, способных охлаждать и криостатировать устройства различного назначения.

В научной литературе широко рассмотрены вопросы проектирования и расчетной оптимизации отдельных процессов в машинах и аппаратах, такие как интенсификация теплообмена, повышение эффективности работы компрессоров и другие, однако общая задача моделирования КГМ как сложной системы взаимосвязанных элементов еще не решена.

Для решения указанной задачи необходимо создать математическую модель, позволяющую соединить внешние и внутренние характеристики работы микрокриогенной установки. К основным внешним характеристикам относятся параметры окружающей среды и теплопритоки, к внутренним — геометрические и теплообменные параметры аппаратов, характеристики компрессора и расширительного устройства.

Предлагаемая в настоящей работе математическая модель позволяет решать как прямую задачу (проектирование), так и обратную (поворотный расчет). Прямой задаче присущи известные входные параметры (температуры холодильной камеры и охлаждающей конденсатор среды, холодопроизводительность машины), по которым определяются параметры рабочего цикла и основные характеристики элементов холодильной машины. В обратной задаче для заданных геометрических параметров аппаратов, характеристик компрессора и расширительного устройства, температур окружающей среды и теплопритоков определяются температуры кипения и конденсации хладагента и его массовый расход.

Для моделирования рассмотрим КГМ, работающую по обратному циклу Стирлинга (см. рис. 1).

При моделировании работы КГМ были сделаны следующие допущения:

- изменение объемов в полостях (сжатие и расширение) осуществляется в процессе $S = \text{const}$;

• процессы перетечек газа в сопряженных полостях рассчитываются как процесс выхлопа (из-за малого перепада давлений на каждом шаге расчетных итераций при расчете процесса выхлопа принято $S = \text{const}$);

• в каждой полости КГМ в ходе рабочих процессов газ становится однородным по всем параметрам во всем объеме рассчитываемой полости;

• процессы теплообмена протекают в течение данного отрезка времени при постоянной разности температур;

• коэффициенты Дарси приняты постоянными для каждого участка газового тракта КГМ;

• коэффициенты теплопередачи приняты постоянными;

• влияние осевой теплопроводности не учитывается;

• изоляция на холодном — идеальна (теплопритоки отсутствуют);

• коэффициент подачи компрессора КГМ не учитывается;

• температура окружающей среды постоянна и не меняется из-за тепловых выделений КГМ.

Исходные данные для регенератора и окружающей среды: $T_{0,j}$ — температура в начальный момент времени (принимается равной температуре окружающей среде во всех полостях регенератора); $P_{0,j}$ — давление в начальный момент времени (принимается равным давлению заправки и одинаковым во всех полостях); n — число оборотов вала КГМ; r — радиус кривошипа; D_k — диаметр поршня компрессора; D_p — диаметр регенератора; γ — степень стеснения насадки регенератора.

Тогда для принятой конструктивной схемы КГМ: $\omega = 2\pi n$ — угловая скорость вращения вала; $\varphi(t) = \omega t$ — зависимость угла поворота от времени; $x(\varphi) = r + r \cos \varphi$ — закон движения поршня в полости сжатия; $y(\varphi) = r + r \cos(\varphi - \pi/2)$ — закон движения вытеснителя в полости расширения.

Разделим КГМ на несколько частей, в которых известны законы изменения объема в зависимости от времени:

• полость сжатия — 1;

• полость перед регенератором — 2;

• полость регенератора, разделенная на x_p частей — $3 \dots x_p + 2$;

• полость расширения — $x_p + 3$.

Здесь 1, 2, 3 — номера полостей; x_p — число элементарных объемов (частей), на которые условно разбит регенератор.

Для выделенных полостей КГМ законы изменения объема в зависимости от времени имеют вид:

$\delta t = 1/nN_{\text{такт}}$ — время одной итерации (получаем, разбивая время одного оборота на $N_{\text{такт}}$ частей);

$V_{i,1} = x(\varphi(\delta t \cdot i))S_{\text{п1}}$ — изменение объема полости сжатия (здесь $S_{\text{п1}}$ — площадь компримирующего поршня);

$V_{i,2} = (2r - y(\varphi(\delta t \cdot i)))S_{n2}$ — изменение объема полости перед регенератором; (здесь S_{n2} — площадь проходного сечения регенератора);
 $V_{\text{рег}}/x_p$ — объем одной части регенератора при разбиении на x_p частей;

$$V_{i,3} = V_{\text{рег}}/x_p; \dots V_{i,x_{p+2}} = V_{\text{рег}}/x_p;$$

$V_{i,x_{p+3}} = y(\varphi(\delta t \cdot i))S_{n_{x_{p+3}}}$ — изменение объема расширительной полости; $S_{n_{x_{p+3}}}$ — площадь проходного сечения регенератора.

Расчеты процессов осуществляются в три этапа.

1. Расчет изменения параметров процесса из-за изменения объемов полостей в процессе работы КГМ (процессы сжатия и расширения).

2. Расчет изменения параметров системы вследствие перетечек газа в сопряженных полостях.

3. Расчет процессов теплообмена.

Процессы в полостях с переменными объемами рассчитываются при следующих допущениях: во время сжатия газ не перетекает из полости сжатия; процессы сжатия и расширения адиабатные:

по закону сохранения масс изменение плотности на каждом расчетном шаге определяется как $\rho_{i,j} = \frac{M_{i-1,j}}{V_{i,j}}$;

$$S_{i,j} = S_{i-1,j} \text{ вследствие адиабатного характера процесса.}$$

Зная плотность и энтропию, находим остальные параметры системы по единому уравнению состояния. Методы и особенности составления данного уравнения описаны в монографии А.А. Вассермана и др. [6].

На следующем этапе рассчитываются процессы перетекания газа в смежные полости с использованием закона сохранения массы и допущения, что процесс смешения происходит до конечного давления, в конце процесса газ во всех точках объема полости имеет одинаковые параметры.

Рассмотрим случай, когда изменение давления в соседних полостях больше нуля ($\Delta P_{i,j} > 0$);

$$\Delta P_{i,j} = (P_{i,j} - P_{i,j+1})\xi,$$

где ξ — коэффициент Дарси.

Тогда после завершения перетекания давления в полостях будут связаны следующим соотношением (рис. 2):

$$P_{i,j} - \Delta P_{i,j} = P_{i,j+1}.$$

Обозначим $P_{i,j+1} = X$. Тогда с учетом условия стремления процесса “выхлопа” к изоэнтропному процессу найдем плотности газа (как функции, зависящие от давления и энтропии $\rho = f(p; S)$), используя в полостях закон сохранения массы. Получим следующее уравнение:

$$M_{i,j} + M_{i,j+1} = \rho_{i,j}(X + \Delta P_{i,j}; S_{i,j})V_{i,j} + \rho_{i,j+1}(X; S_{i,j+1})V_{i,j+1}. \quad (1)$$

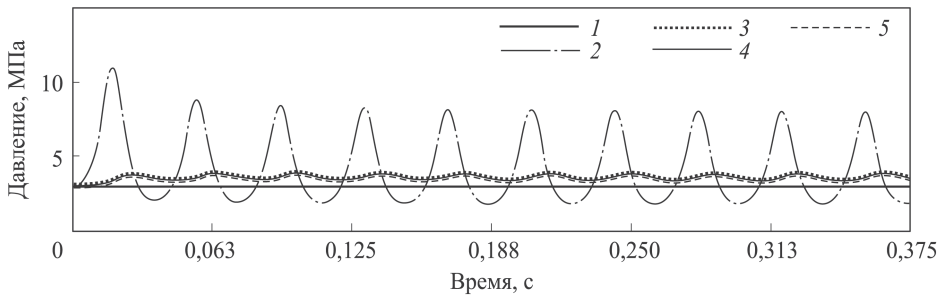


Рис. 2. График зависимости давления от времени

Решив уравнение (1), можно найти все параметры в рассматриваемых полостях системы.

В случае $\Delta P_{i,j} < 0$ решение аналогично.

Последним этапом расчета становится расчет теплообмена для 1-й и 2-й полостей по следующим зависимостям (рис. 3):

$$Q_{i,j} = \alpha_{i,j} F_{i,j} (T_{i,j} - T_{o.c}) \delta T;$$

$$h_{i,j} = h_{i-1,j} - \frac{Q_{i,j}}{M_{i,j}};$$

$$\rho_{i,j} = \text{const},$$

где i — номер итерации, соответствующей определенному моменту времени; j — номер полости; $\alpha_{i,j}$ — коэффициент теплоотдачи между гелием и корпусом машины; $F_{i,j}$ — площадь поверхности машины, участвующей в теплообмене в данной полости; $T_{o.c}$ — температура окружающей среды; $h_{i,j}$ — энтальпия газа, находящегося в данной полости; $Q_{i,j}$ — количество теплоты, отданной гелием; $M_{i,j}$ — масса газа, находящегося в данной полости.

По расчетным значениям плотности и энтальпии найдем остальные параметры в полостях $3 \dots x_{p+3}$. Величина теплопритока учитывается дополнительно.

$$Q_{i,j} = \alpha_{i,j} F_{i,j} (T_{i,j} - T_{X_{i,j}}) \delta t;$$

$$h_{i,j} = h_{i-1,j} - \frac{Q_{i,j}}{M_{i,j}};$$

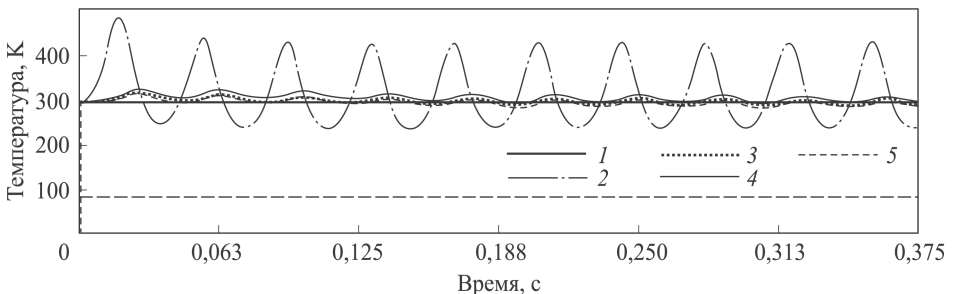


Рис. 3. График зависимости температуры от времени

$$\rho_{i,j} = \text{const};$$

$$T_{X_{i,j}} = T_{X_{i-1,j}} + \frac{Q_{i,j}}{M_{H_j} c_{P_j}},$$

где $T_{X_{i,j}}$ — температура насадки регенератора (для полости расширения температура охлаждаемого объекта); M_{H_j} — масса насадки регенератора (для полости расширения равна нулю); c_{P_j} — теплоемкость насадки регенератора.

Остальные параметры газа определяем по расчетным значениям плотности и энтальпии. Цикл повторяется необходимое число раз, до выхода установки на режим. Когда приращение параметров системы за оборот в одинаковых полостях и фазах такта будет стремиться к постоянной величине с приемлемой для поставленной задачи точностью, можно считать, что установка вышла на режим (рис. 4). Далее можно определить скорость изменения параметров в одинаковых фазах цикла постоянной величиной (рис. 5). Зная скорость изменения температуры на холодном конце, можно рассчитать время захлаживания объекта, либо решить обратную задачу, задаваясь этим временем, подобрать материалы, конструкцию и размеры микрокриогенной машины. Для иллюстрации процессов, происходящих в различных полостях КГМ, на рис. 6 приведены изображения на диаграммах $T-S$ (рис. 6).

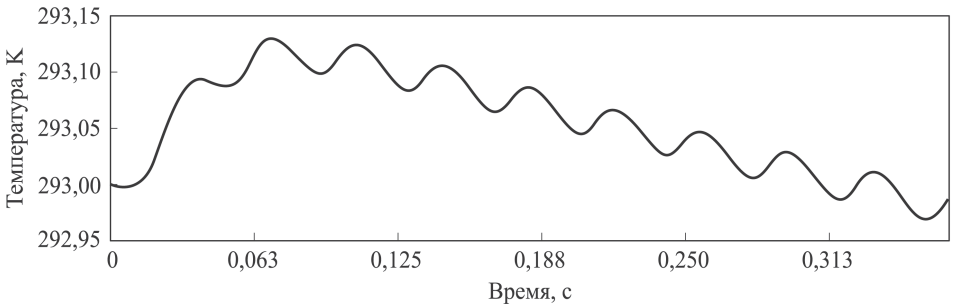


Рис. 4. График зависимости температуры охлаждаемого объекта от времени

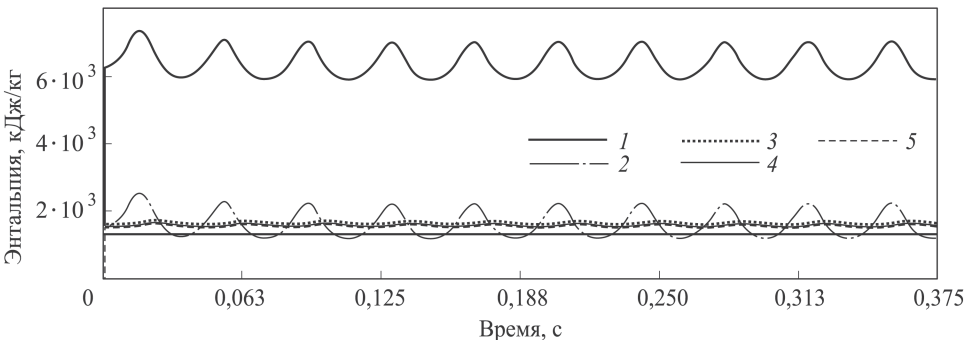


Рис. 5. График зависимости энтальпии от времени

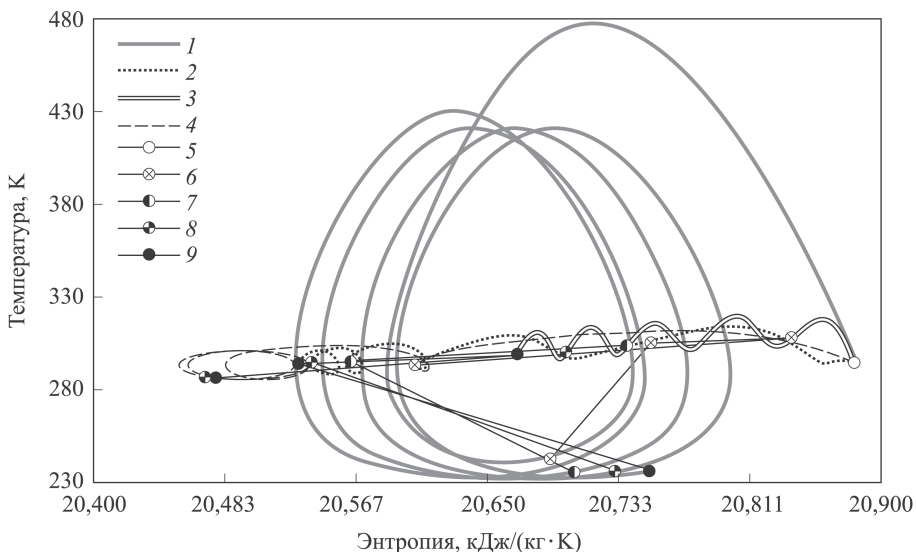


Рис. 6. Процессы для каждой полости КГМ за пять оборотов на диаграмме $T-S$

Выводы. 1. В ходе работы над расчетной моделью удалось получить связь между геометрическими параметрами КГМ и временем выхода на заданный температурный уровень 77 К.

2. Расчетная модель не учитывает осевую теплопроводность регенератора и нуждается в дополнении и корректировке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Оносковский В.В.* Моделирование и оптимизация холодильных установок. Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1990. 208 с.
2. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
3. *Тарасик В.П.* Математическое моделирование технических систем. Мн.: Дизайн-ПРО, 1997. 641 с.
4. *Архаров А.М., Марфенина И.В., Микулин Е.И.* Криогенные системы. В 2 т. Т. 1. Основы теории и расчета. М.: Машиностроение, 1966. 576 с.
5. *Архаров А.М., Архаров И.А., Смородин А.И.* Криогенные системы. В 2 т. Т. 2. Основы проектирования аппаратов, установок и систем. М.: Машиностроение, 1999. 720 с.
6. *Термодинамические свойства гелия* / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, А.Д. Козлов и др. М.: Изд-во стандартов, 1984. 320 с.

REFERENCES

- [1] Onosovskiy V.V. Modelirovanie i optimizatsiya kholodil'nykh ustanovok [Modeling and optimization of refrigeration systems]. Leningrad, Leningradskiy universitet Publ., 1990. 208 p.
- [2] Samarskiy A.A., Mikhaylov A.P. Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery [Mathematical simulation: Ideas. Methods. Examples]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001. 320 p.
- [3] Tarasik V.P. Matematicheskoe modelirovanie tekhnicheskikh sistem [Mathematical simulation of technical systems]. Minsk, Dizayn-PRO Publ. 1997. 640 p.

- [4] Arkharov A.M., Marfenina I.V., Mikulin E.I. Kriogennyye sistemy: v 2 t. T.1. Osnovy teorii i rascheta [Cryogenic systems. In 2 vol. Vol. 1. Basics of theory and calculation]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1966. 576 p.
- [5] Arkharov A.M., Arkharov I.A., Smorodin A.I. Kriogennyye sistemy: v 2 t. T. 2. Osnovy proektirovaniya apparatov, ustanovok i sistem [Cryogenic systems. In 2 vol. Vol. 2. Engineering foundation. of apparatus, machine and systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1999. 720 p.
- [6] Sychev V.V., Vasserman A.A., Kozlov A.D., Spiridonov G.A., Tsymarnyy V.A. Termodinamicheskie svoystva geliya [Thermodynamic properties of helium]. Moscow, Izd. Standartov Publ., 1984. 320 p.

Статья поступила в редакцию 15.07.2014

Архаров Иван Алексеевич — д-р техн. наук, профессор кафедры “Холодильная, криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения” МГТУ им. Н.Э. Баумана, проректор МГТУ им. Н.Э. Баумана по международным связям. Академик Международной академии холода. Автор 115 научных работ в области криогенной техники, получения и разделения редких газов и их изотопов. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Arkharov I.A. — Dr. Sci. (Eng.), professor of “Refrigeration, Cryogenic Engineering, Air Conditioning and Life Support Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University, Vice-rector of the Bauman Moscow State Technical University for international relations. Author of 115 publications in the field of cryogenic engineering, preparation and separation of rare gases and their isotopes. Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Навасардян Екатерина Сергеевна — канд. техн. наук, доцент кафедры “Холодильная, криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 35 научных работ в области криогенной и холодильной техники, получения и разделения редких газов. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Navasardyan E.S. — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Refrigeration, Cryogenic Engineering, Air Conditioning and Life Support Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 35 publications in the field of cryogenic and refrigeration technologies, preparation and separation of rare gases. Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Антонов Евгений Алексеевич — студент кафедры “Холодильная, криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения” МГТУ им. Н.Э. Баумана. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5. Antonov E.A. — student of “Refrigeration, Cryogenic Engineering, Air Conditioning and Life Support Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.