

(z_2). Гибкое колесо b с внутренними зубьями (z_{Γ}) зацепляется с двумя зубчатыми колесами — жестким колесом волновой зубчатой муфты δ' (z_M), закрепленном в корпусе δ , и жестким колесом ВЗП 7^* ($z_{\text{ж}}$), закрепленном на выходном валу 7.

В КПВМ при вращении входных кривошипных валов вращающий момент подается одновременно на волновую и кривошипно-планетарную передачи. При этом ведущим может быть один, реже несколько валов. Если ведущим является только один вал, то он приводит шайбы механизма параллельных кривошипов в поступательное движение по круговой траектории с радиусом, равным a_W . Эвольвентные зубья, нарезанные на внешней стороне шайб, перекатываются по зубчатому венцу центрального колеса и приводят его во вращение. Таким образом, образуется КПП, в которой деформирующие шайбы с внешними эвольвентными зубьями являются сателлитами передачи. Одновременно шайбы механизма параллельных кривошипов внутренними поверхностями деформируют гибкое колесо, приводя во вращение жесткое колесо, образуя таким образом ВЗП. Жесткое колесо зубчатой муфты неподвижно закреплено в корпусе механизма и зацепляется с гибким венцом волновой муфты. Жесткое колесо ВЗП совместно с центральным колесом КПП передает вращение на выходной вал. Таким образом, КПП и ВЗП имеют общие входной и выходной валы и общий механизм параллельных кривошипов, кольцевые шайбы которого одновременно являются деформирующими шайбами генератора волн ВЗП и сателлитами КПП.

Параллельное соединение КПП и ВЗП возможно при условии выполнения следующих требований:

- передаточные отношения обоих механизмов должны быть одинаковыми по значению и знаку;
- геометрия зацеплений должна обеспечивать равенство их межосевых расстояний;
- подшипники генератора волн должны размещаться между зубчатыми венцами КПП и ВЗП.

Входные и выходные валы КПП и ВЗП общие, поэтому передаточные отношения обоих механизмов должны быть равны по значению и по знаку. Передаточное отношение ВЗП при остановленном гибком колесе определяется выражением

$$U_{\text{нж}}^{(\Gamma)} = \frac{\omega_{\text{н}}}{\omega_{\text{ж}}} = \frac{z_{\Gamma}}{z_{\Gamma} - z_{\text{ж}}}, \quad (1)$$

где z_{Γ} , $z_{\text{ж}}$ — числа зубьев гибкого и жесткого колес ВЗП.

Для кривошипно-планетарного механизма при остановленном колесе с внешними зубьями передаточное отношение вычисляется по формуле

$$U_{\text{н2}}^{(1)} = \frac{\omega_{\text{н}}}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_2 - z_1}. \quad (2)$$

Используя выражения (1) и (2), можно записать формулу передаточного отношения КПВМ:

$$U_{н2}^{(1)} = U_{нж}^{(r)} = \frac{z_{\Gamma}}{z_{\Gamma} - z_{ж}} = \frac{z_2}{z_2 - z_1}, \quad (3)$$

где z_1, z_2 — числа зубьев колес внутреннего зацепления КПП.

Требование, которое необходимо обязательно выполнить при выборе параметров механизма — обеспечение равенства межосевых расстояний КПП и ВЗП. Это обусловлено наличием общего для обеих передач механизма параллельных кривошипов. Кольцевые шайбы совершают поступательное движение по круговым траекториям с радиусом, равным эксцентриситету кривошипного вала. Этот эксцентриситет определяет межосевые расстояния ВЗП и внутреннего эвольвентного зацепления КПП.

Для кривошипно-планетарного механизма выражение для определения межосевого расстояния записывается в виде

$$a_{W\Pi} = \frac{m_{\Pi}(z_2 - z_1)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{W\Pi}}. \quad (4)$$

Для волновой передачи межосевое расстояние определяется из рассмотрения зацепления пары колес, одно из которых жесткое и имеет внешние эвольвентные зубья с числом $z_{ж}$, а второе гибкое имеет внутренние зубья, расчетное число которых равно z_y :

$$a_{WВ} = \frac{m_{В}(z_y - z_{ж})}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{WВ}}, \quad (5)$$

где z_y — расчетное число зубьев условного колеса; $m_{\Pi}, m_{В}$ — соответственно модули зубчатых колес планетарного механизма и волновой передачи; $\alpha_{W\Pi}, \alpha_{WВ}$ — углы зацепления в планетарной и волновой передачах.

Учитывая равенство межосевых расстояний ВЗП (4) и КПП (5), после несложных преобразований получаем

$$m_{В} = m_{\Pi} \frac{z_2 - z_1}{z_y - z_{ж}} \cdot \frac{\cos \alpha_{W\Pi}}{\cos \alpha_{WВ}}. \quad (6)$$

Наибольшее передаточное отношение при минимальных радиальных габаритных размерах в планетарно-волновом механизме можно реализовать, если принять разность зубьев в планетарной ступени равной единице. Рассмотрим КПВМ, у которого в планетарной ступени разность чисел зубьев равна единице, а ВЗП выполнена двухволновой с разностью чисел зубьев колес $z_{dВ} = z_{ж} - z_{\Gamma} = 2$.

Исследование областей существования для двухволновых зубчатых передач внешнего деформирования [3] и блокирующих контуров эвольвентных передач внутреннего зацепления с $z_d = 1$ [4]

показывает, что угол зацепления ВЗП может меняться в диапазоне $10^\circ \leq \alpha_{W_B} \leq 30^\circ$, а для внутреннего эвольвентного зацепления $38^\circ \leq \alpha_{W_{\Pi}} \leq 60^\circ$.

Подставляя предельные значения этих углов в формулу (6), получаем следующее соотношение модулей зацепления в волновой и планетарной ступенях:

$$m_B = (0,06 \dots 0,2)m_{\Pi}. \quad (7)$$

Это означает, что модуль зацепления планетарного механизма необходимо выбирать существенно большим модуля волновой передачи.

Компоновочные требования, предъявляемые к КПВМ, обусловлены тем, что обе передачи (ВЗП и КПП) имеют общие детали и расположены в одном корпусе. Разность делительных диаметров колес должна обеспечивать размещение подшипников генератора волн между зубчатым венцом планетарной передачи и внутренней деформирующей поверхностью ВЗП. При этом должно выполняться условие

$$D_{\Pi} < (0,3 \dots 0,4)(d_1 - d_{\text{дш}}), \quad (8)$$

где D_{Π} — наружный диаметр подшипника; $d_1 = m_{\Pi}z_1$ — делительный диаметр колеса сателлита; $d_{\text{дш}}$ — диаметр внутренней поверхности деформирующей шайбы.

При принятых ограничениях, учитывая выражение (4), получаем

$$z_{\Gamma} = 2z_2. \quad (9)$$

Комбинированный планетарно-волновой механизм содержит три зацепления: внутреннее эвольвентное $z_1 - z_2$, волновое зубчатое зацепление $z_{\text{ж}} - z_{\Gamma}$ и зацепление гибкого колеса с волновой муфтой $z_{\Gamma}, z_{\text{м}}$.

Геометрический расчет зацеплений основан на разработанных ранее методиках расчета внутреннего эвольвентного зацепления с малой разностью чисел зубьев и расчете ВЗП внешнего деформирования с кольцевым генератором волн [4–8]. При геометрическом расчете КПВМ, эти методики объединяются с учетом дополнительных требований, предъявляемых к рассматриваемым механизмам. При построении области существования КПВМ учитываются геометрические условия существования внутреннего эвольвентного зацепления, ВЗП с генератором волн внешнего деформирования, зацепления гибкого колеса с жестким колесом муфты и конструктивные ограничения. В зацеплениях КПП варьируемыми параметрами являются только коэффициенты смещения и параметры инструмента. Число варьируемых параметров у ВЗП внешнего деформирования больше. Так, кроме исходных параметров инструмента и коэффициентов смещения при необходимости можно изменять:

- угловую координату участка постоянной кривизны $\beta = 35^\circ \dots 65^\circ$;
- коэффициент относительной радиальной деформации, равный $\gamma = 0,85 \dots 1,3$;
- коэффициент смещения делительной окружности относительно срединной окружности $\delta = 0,8 \dots 1,2$;
- толщину гибкого колеса под зубчатым венцом $h_C/m = 0,8 \dots 4$.

Сначала рассчитывается геометрия зацепления в планетарном механизме. Расчет проводится при свободном межосевом расстоянии, в качестве независимых переменных принимаются коэффициенты смещения внутреннего эвольвентного зацепления (x_1, x_2), они определяют систему координат области существования КПВМ. От этих коэффициентов зависит межосевое расстояние всего механизма. Оно является определяющим при расчете волнового зубчатого зацепления. Для заданного $a_{W\Pi} = a_{WВ}$ проверяется возможность существования волнового зацепления с требуемыми (рациональными) параметрами. Коэффициенты смещения ВЗП являются зависимыми переменными от a_W и x_1, x_2 . Далее аналогичным способом проверяется существование зацепления волновой зубчатой муфты.

Граничные условия, определяющие область существования передачи, определяются ограничениями станочных зацеплений колес и внутреннего эвольвентного зацепления с малой разностью чисел зубьев [4, 5]. Зубчатое колесо с внутренними зубьями обрабатывается, как правило, долбяком, а зубчатое колесо с внешними зубьями может быть нарезано инструментом реечного типа или долбяком. При нарезании колес могут наблюдаться два нежелательных явления — подрезание или срезание зубьев. Срезание зубьев может происходить в следующих случаях:

- при заходе в станочном зацеплении окружности вершин колеса за точку касания линии станочного зацепления с основной окружностью исходного контура долбяка;
- при врезании долбяка в заготовку колеса;
- при пересечении эвольвент вершин зубьев долбяка и колеса.

Следующее явление, которое необходимо учитывать и предотвращать, — это заклинивание, возникающее, как правило, только во внутреннем эвольвентном зацеплении. Оно происходит в следующих случаях:

- при соприкосновении вершины зуба одного колеса с переходным профилем другого колеса;
- при упоре вершин зубьев колес на входе в зацепление или выходе из него;
- при пересечении эвольвент на окружностях вершин зубьев обоих колес после их выхода из зацепления, что присуще только внутреннему эвольвентному зацеплению.

Для перечисленных ограничений необходимо выполнение основных условий существования внутреннего эвольвентного зацепления:

— отсутствие подрезания ножки зуба шестерни (зубчатого колеса с внешними зубьями) при реечном станочном зацеплении, т.е.

$$x_1 > x_{\min}, \quad (10)$$

где

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}; \quad x_{\min} = h_a^* \frac{z_{\min} - z_1}{z_{\min}};$$

— во избежание подрезания зубьев колеса с внутренними зубьями числа зубьев долбяка z_0 и колеса с внутренними зубьями z_2 должны удовлетворять соотношению

$$\frac{z_2}{2} - h_a \geq \sqrt{\left(\frac{z_2}{2} \cos \alpha\right)^2 + \left(\frac{z_2 - z_1}{2} \sin \alpha\right)^2}; \quad (11)$$

— отсутствие срезания вершины зуба колеса z_1 долбяком в случае нарезания долбяком колеса с внешними зубьями, т.е.

$$\frac{z_1 + z_0}{2} \sin \alpha \geq \sqrt{\left(\frac{z_2}{2} + h_a^2\right) - \left(\frac{z_1}{2} \cdot \cos \alpha\right)^2}; \quad (12)$$

— отсутствие подрезания колеса с внешними зубьями, т.е.

$$\frac{z_0}{2} + h_a^* + c^* \leq \sqrt{\left(\frac{z_1 + z_2}{2} \sin \alpha\right)^2 + \left(\frac{z_0}{2} \cos \alpha\right)^2} \quad (13)$$

(условия (11) и (12) удовлетворяются при $z_{d0} = z_{1,2} - z_0 > 0$, при согласовании параметров $z_1 z_2$, x_2 , z_0 , и x_0 следует выбирать $z_{d0} > 5$);

— отсутствие заострения зубьев колеса и шестерни, т.е.

$$S_{a1,2} \geq [S_a], \quad (14)$$

$$S_{a1} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a1}} \left[\frac{\pi}{2} + \Delta_1 + z_1 (\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1}) \right],$$

$$S_{a2} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a2}} \left[\frac{\pi}{2} + \Delta_2 - z_2 (\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a2}) \right],$$

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}}, \quad \alpha_{a2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_{a2}};$$

— отсутствие срезания вершины зуба колеса 2 с внутренними зубьями при врезании долбяка в заготовку (рис. 2)

$$x - x_{\min} > 0, \quad (15)$$

где

$$x = r_{a2} \sin(\varphi_0 + \delta_2),$$

$$x_{\min} = r_{a0} \sin\left(\frac{z_2}{z_0} \varphi_0 + \delta_0\right),$$

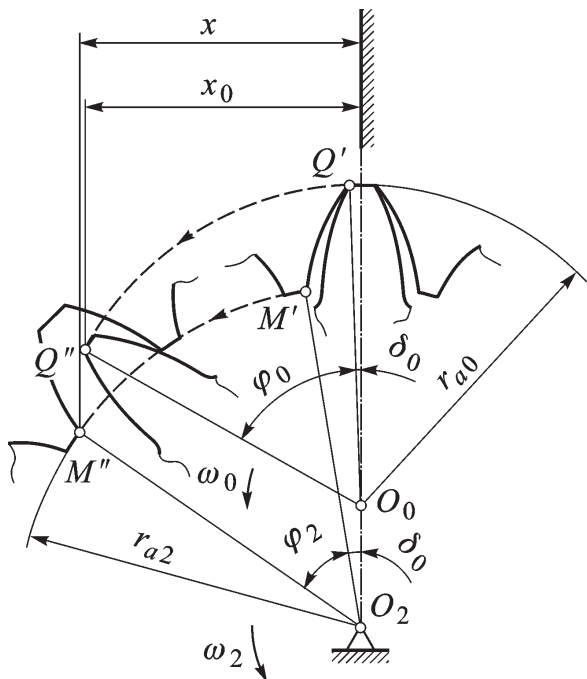


Рис. 2. Схема срезания вершины зуба колеса с внутренними зубьями при врезании долбяка в заготовку

$$\delta_0 = \frac{S_{a02}}{d_{a0}}, \quad \delta_2 = \frac{\pi}{z_2} - \frac{S_{a2}}{2r_{a2}},$$

$$S_{a02} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a02}} \left[\frac{\pi}{2} + \Delta_{02} + z_0 (\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{02}) \right],$$

$$\alpha_{a02} = \arccos \frac{r_{b0}}{r_{a0}},$$

$$r_{b0} = \frac{mz_0}{2} \cos \alpha,$$

угол φ_0 определяется из уравнения

$$\cos(\varphi_0 - \delta_2) - \left(\cos \left(\frac{z_2}{z_0} \varphi_0 + \delta_0 \right) \right) \frac{d_{a0}}{2r_{a2}} \frac{z_2}{z_0} = 0;$$

— отсутствие срезания вершины зуба колеса 2 долбяком в результате пересечения эвольвент в станочном зацеплении (рис. 3), т.е.

$$r_{a2} \geq \sqrt{r_{b2}^2 + (a_{w02} \cdot \sin \alpha_{w02})^2}; \quad (16)$$

— отсутствие заклинивания передачи при соприкосновении вершины зуба колеса 2 с переходной кривой шестерни 1 (рис. 4), т.е.

$$\left(\sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \cdot \sin \alpha_w \right)^2 + r_{b1}^2 \geq \frac{m^2}{4} \left[(z_1 - 2(h_a^* - 1))^2 + 4 \left(\frac{h_a^* - x_1}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^2 \right]; \quad (17)$$

— отсутствие заклинивания передачи внутреннего зацепления при касании вершины зуба шестерни 1 переходной кривой колеса 2 (рис. 5), т.е.

$$(z_2 - z_0) \operatorname{tg} \alpha_{w02} + z_0 \operatorname{tg} \alpha_{a02} + (z_1 - z_2) \operatorname{tg} \alpha_w - z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} > 0; \quad (18)$$

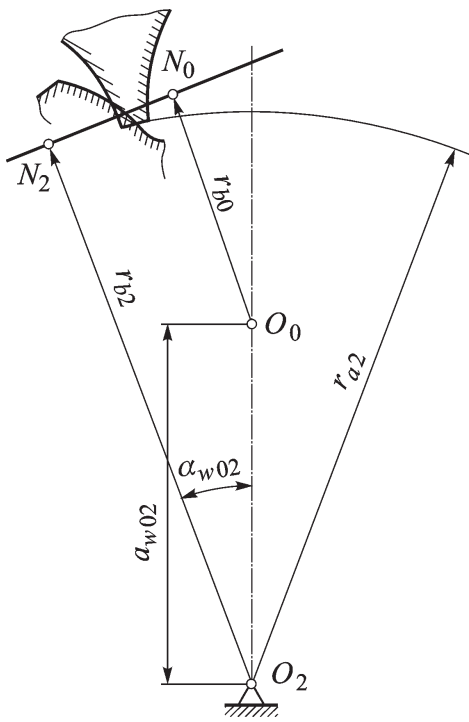


Рис. 3. Схема срезания вершины зуба колеса с внутренними зубьями

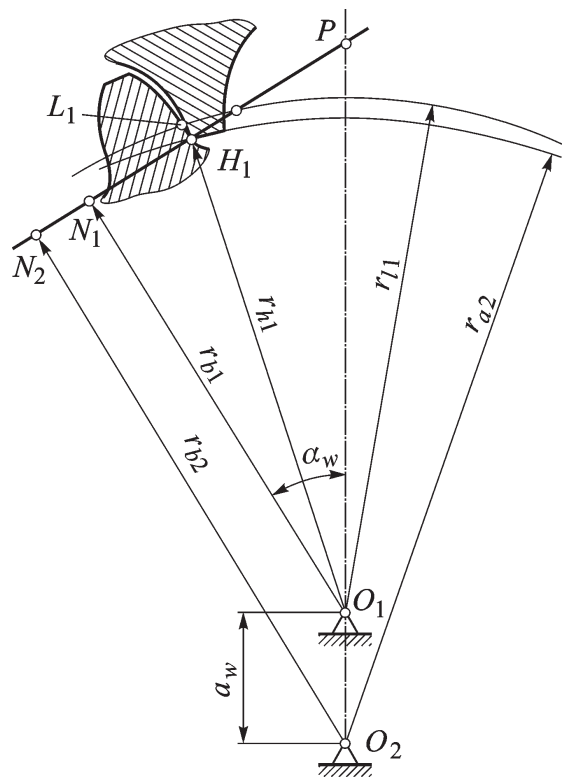


Рис. 4. Схема заклинивания передачи (интерференция I рода)

— отсутствие заклинивания при упоре вершин зубьев колес на входе зубьев в зацепление или выходе из зацепления (рис. 6), т.е.

$$\varphi - \psi > 0, \quad (19)$$

где ψ — угловая координата точки пересечения окружностей вершин колес,

$$\psi = \arccos \frac{r_{a2}^2 - r_{a1}^2 + a_w^2}{2a_w r_{a2}}, \quad (20)$$

φ — угловая координата точки пересечения окружности вершин с линией геометрического места точек пересечения эвольвент, определяемая из решения системы уравнений

$$\alpha_{a2} = \arccos \left(\frac{r_{b2}}{r_{a2}} \right),$$

$$\gamma = \arctg \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi - \frac{a_w}{r_{a1}}}, \quad (21)$$

$$\alpha_{ax} = \arccos \frac{r_{b1}}{\sqrt{r_{a1}^2 + a_w^2 - 2a_w r_{a2} \cos \varphi}},$$

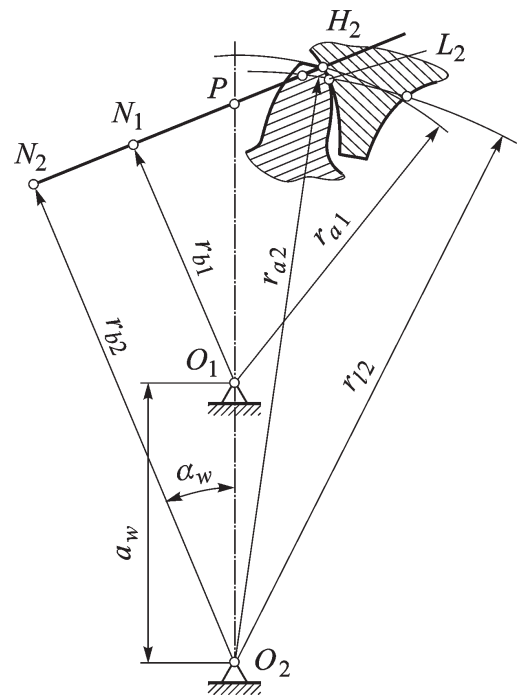


Рис. 5. Схема заклинивания передачи (интерференция II рода)

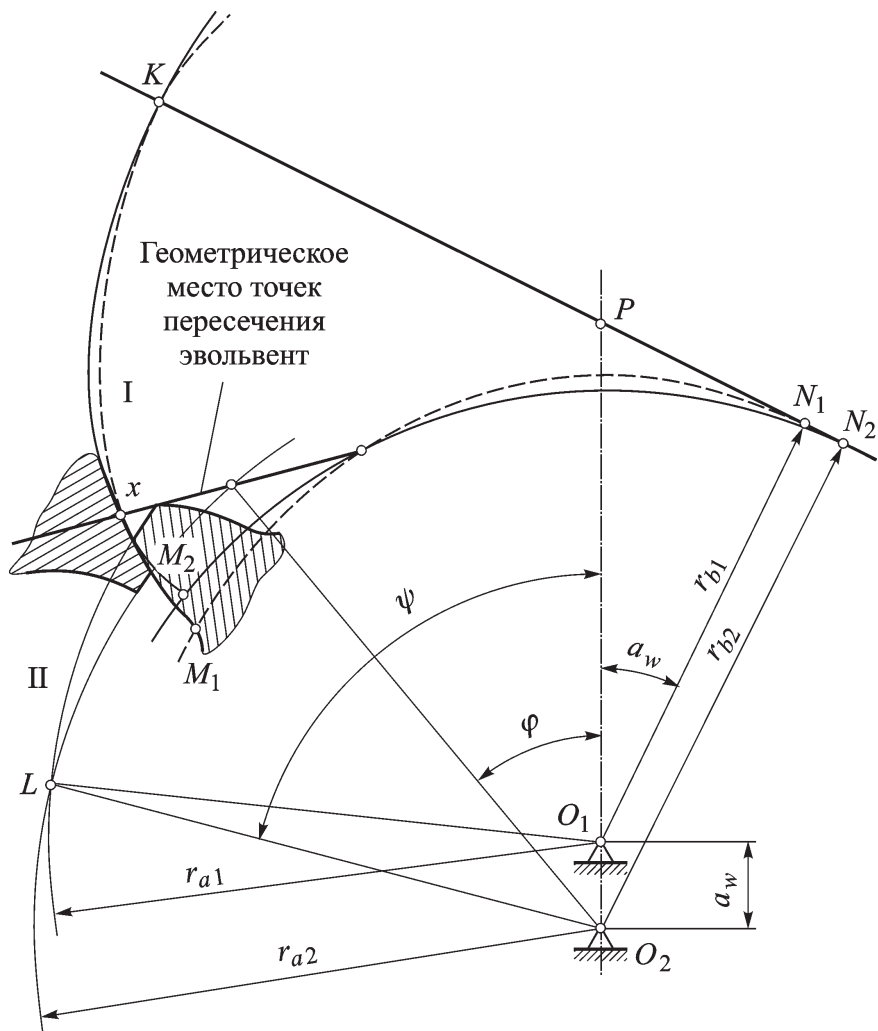


Рис. 6. Схема заклинивания передачи (пересечение эвольвент)

$$\operatorname{inv}\alpha_{ax} = \operatorname{tg} \alpha_{ax} - \alpha_{ax},$$

$$\operatorname{inv}\alpha_{a2} = \operatorname{tg} \alpha_{a2} - \alpha_{a2},$$

$$r_{b1} (a_w + \gamma + \operatorname{inv}\alpha_{ax}) + a_w \sin \alpha_w - r_{b2} (a_w + \varphi + \operatorname{inv}\alpha_{a2}) = 0;$$

— отсутствие пересечения окружностей вершин шестерни и колеса после выхода их из зацепления (утыкания), т.е.

$$(r_{a2} + a_w - r_{a1}) > 0; \quad (22)$$

— обеспечение минимально допустимого коэффициента торцевого перекрытия, т.е.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) - z_2 (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)] > 1. \quad (23)$$

Значения расчетных величин, определяющих область существования ВЗП, должны удовлетворять следующим геометрическим условиям: отсутствие заклинивания в волновой передаче; отсутствие срезания, подрезания и заострения зубьев колес; обеспечение минимально допустимого значения коэффициента торцевого перекрытия волновой передачи.

Последнее условие в зацеплении волновых передач не имеет решающего значения, однако уменьшение значения теоретического коэффициента торцевого перекрытия ε_α до значений, меньших единицы, нецелесообразно, так как уменьшается рабочая высота зубьев и ухудшаются условия пересопряжения зубьев в нагруженной передаче.

Исходя из предположения, что форма деформируемого гибкого колеса в зоне зацепления близка к окружности, зацепление волновой зубчатой передачи можно рассматривать как внутреннее эвольвентное зацепление с малой разностью чисел зубьев, где $z_1 = z_{ж}$, а $z_2 = z_y$ (z_y — расчетное число зубьев условного колеса). Поэтому для расчета граничных условий можно использовать геометрические зависимости (10)–(23) для внутреннего зацепления.

Аналогичные ограничения накладываются при расчете геометрии волновой зубчатой муфты.

Изложенный алгоритм расчета ВЗП, КПП и КПВМ заложен в программный комплекс RGCAD, разработанный на кафедре РК-2 МГТУ им. Н.Э. Баумана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.с. № 1569467 А1 СССР, МКИ F16H 1/00 Устройство для преобразования вращательного движения / Ю.В. Костиков, С.А. Михайловский, И.В. Никитин, В.Б. Тарабарин, Ф.И. Фурсяк // Б.И. – 1990. – № 21.
2. Тимофеев Г. А., Самойлова М. В. Использование метода графов в структурном анализе планетарно-волнового механизма // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2010. – № 2. – С. 3–14.
3. Тимофеев Г. А. Система автоматизированного проектирования приводов с волновыми зубчатыми передачами // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 1996. – № 2. – С. 24–33.
4. Скворцова Н. А., Тарабарин В. Б. Области существования зубчатых передач с внутренним зацеплением при $z = 1$ // Труды МВТУ. – 1973. – № 160, вып. 6. – С. 11–15.
5. Гавриленко В. А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. – М.: Машиностроение, 1969. – 432 с.
6. Конструкции и геометрический расчет волновых зубчатых передач / В.А. Гавриленко, Н.А. Скворцова, Ю.И. Семин и др. // Труды МВТУ. – 1978. – № 291, вып. 8. – Теория механизмов / Под ред. К.В. Фролова, Н.А. Скворцовой. – С. 22–33.
7. Скворцова Н. А., Тарабарин В. Б., Тимофеев Г. А. Расчет геометрии волнового зацепления // Изв. вузов. Машиностроение. – 1976. – № 7. – С. 53–57.
8. Тимофеев Г. А. Геометрический расчет волновой зубчатой передачи с волновой муфтой // Вестник машиностроения. – 1979. – № 5. – С. 38–42.

Статья поступила в редакцию 15.11.2011



Геннадий Алексеевич Тимофеев родился в 1944 г., окончил МВТУ им. Н.Э.Баумана в 1969 г. Д-р техн. наук, заведующий кафедрой “Теория механизмов и машин” МГТУ им. Н.Э.Баумана, заслуженный работник высшей школы РФ, лауреат премии правительства РФ в области образования за 2008 г. Автор более 190 научных и методических работ в области автоматизированного проектирования механизмов машин.

G.A.Timofeev (b.1944) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1969. D. Sc. (Eng.), head of “Theory of Mechanisms and Machines” department of the Bauman Moscow State Technical University, laureate of Government of the Russian Federation prize in the field of education for 2008. Honoured Higher School Worker of the Russian Federation. Author of more

than 190 scientific and pedagogic-methodical publications in the field of automated designing of machine mechanisms.



Марина Валерьевна Самойлова родилась в 1962 г., окончила МВТУ им. Н.Э.Баумана в 1986 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Теория механизмов и машин” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор более 50 научных работ в области проектирования волновых и планетарных механизмов.

M.V. SamoiloVA (b. 1962) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1986. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Theory of Mechanisms and Machines” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 50 publications in the field of design of the wave and planetary mechanisms.

