# ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

#### УДК 629.78:531.551

#### ОЦЕНКА МАНЕВРОВ, ВЫПОЛНЕННЫХ АКТИВНЫМ КОСМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

#### А.А. Баранов<sup>1</sup>, М.О. Каратунов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Российская Федерация e-mail: andrey\_baranov@list.ru

<sup>2</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация e-mail: maksim.karatunov@yandex.ru

Рассмотрены вопросы оценки маневров, выполненных активными космическими объектами. Предложены численно-аналитические алгоритмы оценки однои двухимпульсных маневров небольшой продолжительности, а также одноимпульсных маневров большой продолжительности. Значительное внимание уделено скорости и точности решения задачи. При определении параметров двухимпульсных маневров перебирается угол приложения только одного из импульсов скорости и только на одном витке, остальные параметры определяются аналитически. Приведены примеры расчетов для маневрирующего космического аппарата, находящегося на низкой околоземной орбите. Выполнено сравнение предложенных авторами методов с традиционными подходами к решению задачи апостериорной оценки маневров.

*Ключевые слова*: космический аппарат, апостериорная оценка маневров, каталог космических объектов, прогнозирование маневров.

#### A POSTERIORI EVALUATION OF MANEUVERS PERFORMED BY ACTIVE SPACE OBJECTS

#### A.A. Baranov<sup>1</sup>, M.O. Karatunov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation e-mail: andrey\_baranov@list.ru

<sup>2</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation e-mail: maksim.karatunov@yandex.ru

The paper considers the problem of a posteriori evaluation of maneuvers performed by active space objects. The numerical-analytic algorithms for evaluation of oneand two-pulse short-term maneuvers as well as one-pulse long-term maneuvers are suggested. Considerable attention is given to the speed and accuracy of the solution. The evaluation method for two-pulse maneuvers includes only one numerical cycle. This cycle iterates only the moment of the first-pulse; other parameters of maneuver are calculated analytically. Examples of calculations for maneuvering spacecraft in low-Earth orbit are included. The proposed method and traditional approaches to solving the problem of a posteriori evaluation of maneuvers are compared.

*Keywords*: spacecraft, a posteriori evaluation of maneuvers, space object, space object catalog, maneuver prediction.

В процессе ведения каталога космических объектов (КО) возникает проблема прогнозирования движения маневрирующих КО (МКО). Для решения этой проблемы необходимо уметь оценивать уже выполненные КО маневры, используя для этого орбиты, определенные по измерениям, полученным от наблюдательных пунктов. Оценка исполненных маневров, а в дальнейшем и прогнозирование движения активного КО с учетом предстоящих аналогичных маневров позволяют существенно повысить точность расчета опасных сближений с этим объектом. Существующие методики оценки исполненных маневров [1, 2] требуют значительного машинного времени для получения результата, так как предназначены для произвольных орбит и вследствие сложности задачи основаны на простом переборе определяемых параметров. В настоящей работе оцениваются маневры КО, находящихся на околокруговых орбитах. Это упрощает задачу и позволяет предложить аналитические и численно-аналитические методы ее решения. Вместе с тем область применения разработанных алгоритмов сужается незначительно, так как на околокруговых орбитах находится основная часть реальных МКО. Зато время решения задачи уменьшается на порядки, что существенно увеличивает оперативность ведения каталога МКО и точность прогноза опасных сближений. Важность такого параметра, как быстродействие, обусловлена необходимостью проведения регулярной оценки маневров для большого числа МКО.

**Постановка задачи, общий метод решения.** Известны два вектора состояния МКО для двух моментов времени. Требуется оценить значение и ориентацию импульсов скорости, которые изменили орбиту, а также время включения и выключения двигательной установки (ДУ). Если моменты времени, на которые заданы векторы состояния, не сильно отстоят друг от друга, то наиболее естественно предположить, что в интервале между этими моментами имели место один или два маневра. При больших временных интервалах, на которых могли иметь место несколько маневров, точно восстановить их значения и моменты приложения практически невозможно, можно только оценить минимальные затраты суммарной характеристической скорости.

Далее предполагается, что оцениваются двух- или одноимпульсные маневры. Алгоритмы оценки маневров, близких к импульсным и исполняемых ДУ малой тяги, существенно различаются и рассматриваются отдельно.

Наиболее разработаны методы оценки маневров, близких к импульсным. Для оценки параметров двухимпульсных маневров обычно используется задача Ламберта [1].

Для оценки маневров, исполняемых ДУ малой тяги, в настоящее время используются громоздкие численные методы [1, 2]. Использование для оценки маневров большой продолжительности аналитических и численно-аналитических методов позволяет значительно ускорить процесс решения поставленной задачи, тем самым делая возможным эффективное использование данной методики в технологическом цикле составления и поддержания каталога околоземных КО. Кроме того, в случае маневра, исполняемого ДУ малой тяги, предложенная методика помимо параметров маневра позволяет оценить ускорение, создаваемое ДУ.

Представленную в общей постановке задачу определения параметров продолжительных маневров можно разделить на следующие более простые подзадачи: определение параметров маневра, вызвавшего изменение большой полуоси и/или вектора эксцентриситета, поворот плоскости орбиты и изменение всех элементов орбиты; определение параметров двух компланарных маневров; определение параметров двух маневров, вызвавших изменение всех элементов орбиты.

Оценка параметров импульсных маневров. Наиболее простым является вариант близкого к импульсному маневра, выполненного за одно включение ДУ. Решение заключается в поиске точки минимального расстояния между начальной и конечной орбитами с последующим вычислением разности векторов скоростей в этой точке.

Для оценки параметров, близких к импульсным маневров, выполненных за два включения ДУ, обычно используется решение задачи Ламберта. В данном случае, используя линеаризованные уравнения движения, условия выхода в заданную точку конечной орбиты можно записать следующим образом [3]:

$$\sum_{\substack{i=1\\N}}^{N} (\Delta V_{ri} \sin \varphi_i + 2\Delta V_{ti} \cos \varphi_i) = \Delta e_x, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{N} (-\Delta V_{ri} \cos \varphi_i + 2\Delta V_{ti} \sin \varphi_i) = \Delta e_y, \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{N} 2\Delta V_{ti} = \Delta a, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{N} (2\Delta V_{ri}(1 - \cos\varphi_i) + \Delta V_{ti}(-3\varphi_i + 4\sin\varphi_i)) = \Delta t, \qquad (4)$$

M

$$\sum_{i=1}^{N} -\Delta V_{zi} \sin \varphi_i = \Delta z, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta V_{zi} \cos \varphi_i = \Delta V_z, \tag{6}$$

где правые части уравнений (1)-(6) представляют собой отклонения параметров конечной орбиты от параметров начальной орбиты:  $\Delta a = (a_f - a_0)/r_0, \ \Delta e_x = e_{xf} \cos \omega_f - e_{x0} \cos \omega_0, \ \Delta e_y = e_{yf} \sin \omega_f - e_{x0} \cos \omega_0$  $-e_{y0}\sin\omega_0, \Delta t = \lambda_0(t_f - t_0), \Delta z = z_0/r_0, \Delta V_z = V_{z0}/r_0.$  Здесь  $f, 0 - c_{y0}$ индексы, соответствующие конечной и начальной орбитам;  $e_f, e_0$ эксцентриситеты орбит;  $a_f$ ,  $a_0$  — большие полуоси орбит;  $\omega_f$ ,  $\omega_0$  углы между направлением на перицентр соответствующей орбиты и направлением на точку, заданную на конечной орбите; t<sub>f</sub> — необходимое время прихода в заданную точку;  $t_0$  — время, в течение которого при движении по начальной орбите проекция радиуса-вектора на плоскость конечной орбиты попадет на луч, проходящий через заданную точку; *z*<sub>0</sub> — отклонение начальной орбиты от плоскости конечной орбиты в момент  $t_0$ ;  $V_{z0}$  — боковая относительная скорость в момент  $t_0; V_0, \lambda_0$  — орбитальная и угловая скорости движения по опорной круговой орбите радиуса  $r_0$   $(r_0 = a_f); \Delta V_{ri} = \Delta V_{ri}^* / V_0, \Delta V_{ti} = \Delta V_{ti}^* / V_0,$  $\Delta V_{zi} = \Delta V_{zi}^* / V_0$ ; здесь  $\Delta V_{ri}^*, \Delta V_{ti}^*, \Delta V_{zi}^* -$  радиальная, трансверсальная и боковая составляющие *i*-го импульса скорости соответственно; N — число импульсов скорости;  $\varphi_i$  — угол приложения *i*-го импульса скорости, отсчитываемый от направления на заданную точку в сторону движения космического аппарата (КА). Необходимо учитывать, что углы  $\varphi_i$  (моменты приложения импульсов скорости) отрицательны, так как было принято, что в конечной точке  $\varphi_f = 0$ .

Для того чтобы рассчитать отклонения параметров орбит, расположенных в правых частях системы (1)–(6), необходимо осуществить численный прогноз (без учета работы ДУ) начального вектора состояния на конечный момент времени. Затем вычислить разность параметров конечной орбиты и орбиты, полученной после прогноза.

Для двухимпульсного случая неизвестными параметрами являются  $\Delta V_{r1}$ ,  $\Delta V_{t1}$ ,  $\Delta V_{z1}$ ,  $\varphi_1$  и  $\Delta V_{r2}$ ,  $\Delta V_{t2}$ ,  $\Delta V_{z2}$ ,  $\varphi_2$  — параметры первого и второго импульсов.

Перебирая значения углов  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  в диапазоне, который соответствует временному интервалу между эпохами начальной и конечной орбит, и для каждой пары углов, решая систему уравнений (1)–(6) относительно составляющих импульсов, можно получить множество решений с различными значениями суммарной характеристической скорости. За конечный результат принимается решение, обеспечивающее наименьшие энергетические затраты. Назовем данный подход методом полного перебора. Это традиционный подход к решению задачи оценки двухимпульсных маневров, однако при переборе возможных углов приложения двух импульсов скорости на большом интервале времени приходится многократно решать систему (1)–(6).

Для сокращения времени расчета можно воспользоваться предположением об ориентации импульсов. Как правило, сами оцениваемые маневры не являются маневрами встречи, а являются разновидностью простейших маневров перехода. У этих маневров отсутствуют радиальные составляющие импульсов. Таким образом, решение двухимпульсной задачи целесообразно искать в классе маневров, у которых имеются только трансверсальные и боковые составляющие. Алгоритм поиска такого решения состоит в следующем. На интервале в один виток перебирается угол приложения первого импульса скорости. Обозначим текущее значение угла  $\varphi_1$  как  $\varphi_{1f}$ . Затем по формулам

$$\Delta V_{t1} = \frac{\Delta e^2 - \Delta a^2}{4(\Delta e_y \sin \varphi_{1f} + \Delta e_x \cos \varphi_{1f} - \Delta a)},\tag{7}$$

$$\Delta V_{t2} = \frac{\Delta a}{2} - \Delta V_{t1},\tag{8}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_{2f} = \frac{\frac{\Delta e_y}{2} - \Delta V_{t1}\sin\varphi_{1f}}{\frac{\Delta e_x}{2} - \Delta V_{t1}\cos\varphi_{1f}},\tag{9}$$

которые следуют из уравнений (1)–(3), определим значения трансверсальных составляющих  $\Delta V_{t1}$ ,  $\Delta V_{t2}$  и угол приложения второго импульса скорости  $\varphi_{2f}$ . После этого по формулам

$$\Delta V_{z1} = -\frac{\Delta z \cos \varphi_{2f} + \Delta V_z \sin \varphi_{2f}}{\sin(\varphi_{1f} - \varphi_{2f})},\tag{10}$$

$$\Delta V_{z2} = \frac{\Delta z \cos \varphi_{1f} + \Delta V_z \sin \varphi_{1f}}{\sin(\varphi_{1f} - \varphi_{2f})},\tag{11}$$

которые следуют из уравнений (5), (6), определим значения боковых составляющих  $\Delta V_{z1}$ ,  $\Delta V_{z2}$ . Полученное решение будет справедливо для любых комбинаций углов  $\varphi_{1n} = \varphi_{1f} + 2\pi n, \ \varphi_{2n} = \varphi_{2f} + 2\pi n,$  $n \in Z$  в интервале анализа при условии  $\varphi_{1n} < \varphi_{2n}$ . Из всех возможных пар углов далее рассматриваются только те, которые обеспечивают решение уравнения (4) с заданной точностью. Таким образом, находим не традиционное решение, у которого минимальна суммарная характеристическая скорость, а решение, у которого суммарная характеристическая скорость (традиционный критерий) минимальна при условии, что промах перелета на конечную орбиту не превышает некоторого заданного небольшого значения  $\Delta t_f$ . Поскольку реальное изменение орбиты было проведено импульсами без радиальных составляющих, то решение, обеспечивающее практически нулевой промах по времени, существует. Время решения задачи при таком подходе существенно меньше времени решения при использовании полного перебора, так как основной перебор угла  $\varphi_1$  осуществляется на одном витке, угол  $\varphi_2$  не перебирается, а находится по формуле (9). Последующее рассмотрение различных комбинаций углов  $\varphi_{1n}$  и  $\varphi_{2n}$  требует только вычисления левой части уравнения (4) для каждой пары углов.

Как было отмечено ранее, в отличие от работ [1, 3] в данной предлагается решать не всю систему (1)–(6), а более простую систему (1)–(3), (5), (6) и постоянно проверять выполнение условия (4).

Оценка одиночного компланарного маневра, исполняемого ДУ малой тяги. У реальных КА ориентация двигателя во время проведения маневра часто фиксируется в орбитальной или инерциальной системах координат. У КА, использующих ДУ малой тяги, маневр, как правило, совершается при фиксированной ориентации ДУ в орбитальной системе координат. Далее при решении задач предполагается, что используется именно такая ориентация ДУ.

Изменение эксцентриситета и большой полуоси орбиты в результате работы ДУ на угловом интервале  $\Delta \varphi$  можно найти, используя следующие формулы [4]:

$$4\sin\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{w_c}{w}\Delta e; \tag{12}$$

$$2\Delta\varphi = \frac{w_c}{w}\Delta a;\tag{13}$$

здесь  $w_c$  — центростремительное ускорение; w — отношение тяги ДУ КА к его массе. Разделив (12) на (13), получим уравнение для определения  $\Delta \varphi$ 

$$\frac{\Delta e}{\Delta a} = \frac{2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta\varphi}.$$
(14)

Решив трансцендентное уравнение (14), можно найти продолжительность работы ДУ  $\Delta \varphi$ . Затем, используя (13), найти w по формуле

$$w = \frac{w_c}{2\Delta\varphi}\Delta a.$$

В дальнейшем, анализируя уже пассивное движение МКО, можно определить его массу, следовательно, и тягу ДУ. Характеристическая скорость маневра  $\Delta V_t$  определяется как

$$\Delta V_t = \frac{w}{w_c} V_0 \Delta \varphi.$$

Положение середины активного участка  $\varphi_e$ , которое совпадает с моментом приложения импульса скорости в оптимальном импульсном решении [5], можно определить по формуле

$$\varphi_e = \operatorname{arctg} \frac{\Delta e_y}{\Delta e_x}.$$

Стоит отметить, что в отличие от традиционного решения задачи определения параметров маневров, например [4], когда ускорение, создаваемое ДУ КА, известно, в данной постановке ускорение *w* является одним из определяемых параметров. Оценка бокового маневра. Середина активного участка такого маневра должна находиться на линии пересечения плоскостей начальной и конечной орбит. Найти угол  $\varphi_z$ , определяющий положение линии пересечения орбит, можно, используя формулу  $\operatorname{tg} \varphi_z = -\frac{\Delta z}{\Delta V_z}$ . Воспользовавшись формулой

$$\Delta i = 2\frac{w}{w_c} \sin \frac{\Delta \varphi}{2} \tag{15}$$

для поворота плоскости орбиты на угол  $\Delta i$ , можно найти угловую продолжительность активного участка  $\Delta \varphi = 2 \arcsin \frac{w_c \Delta i}{2w}$ . Здесь предполагается, что параметр w был определен ранее, при оценке компланарного маневра. Для нахождения  $\Delta i$  можно воспользоваться следующей формулой:

$$\Delta i = \sqrt{\Delta V_z^2 + \Delta z^2}$$

Оценка маневра, вызвавшего изменение всех элементов орбиты. Рассмотрим вариант, когда корректирование компланарных и некомпланарных элементов орбиты происходит одновременно. Для выполнения такого маневра вектор тяги поворачивают из плоскости орбиты на некоторый угол  $\beta$ , при этом имеется следующее разложение вектора тяги:  $P_t = P \cos \beta$ ,  $P_z = P \sin \beta$  (трансверсальная и бинормальная составляющие). Соответственно отношение вектора тяги к массе также будет иметь две составляющие:  $w_t = \frac{P_t}{m}$ ,  $w_z = \frac{P_z}{m}$ ; полное ускорение определяется как  $w = \sqrt{w_t^2 + w_z^2}$ .

Предполагается, что во время проведения маневра ориентация вектора тяги относительно орбитальной системы координат не изменялась.

Как и ранее, из уравнения (14) находим продолжительность активного участка  $\Delta \varphi$ , а затем, используя уравнение (13), определяем

$$w_t = \frac{\Delta a}{2\Delta\varphi} w_c.$$

Зная  $\Delta \varphi$ , из уравнения (15) можно найти  $w_z$ :

$$w_z = \frac{\Delta i}{2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}w_c.$$

На следующем шаге определяем ориентацию вектора тяги как  $\beta =$ =  $\arctan \frac{w_z}{w_\tau}$ . Составляющие характеристической скорости находим по формулам  $\Delta V_t = \frac{w_t}{w_c} V_0 \Delta \varphi$  и  $\Delta V_z = \frac{w_z}{w_c} V_0 \Delta \varphi$ . Значение маневра  $\Delta V$ определяем по формуле  $\Delta V = \sqrt{\Delta V_t^2 + \Delta V_z^2}$ . Середины активных участков для изменения эксцентриситета и поворота плоскости орбиты должны совпадать между собой, если эти изменения выполнены одним маневром. Однако за счет ошибок определения орбиты может получиться так, что эти моменты слегка не совпадают. В этом случае за центр активного участка принимается точка, расстояния от которой до точек, оптимальных для изменения эксцентриситета и поворота плоскости орбиты, обратно пропорциональны импульсам скорости, вызвавшим эти изменения.

Традиционным подходом [1, 2] к оценке маневров большой продолжительности является полный перебор таких параметров, как время включения и выключения ДУ, ориентация вектора тяги и ускорение, создаваемое ДУ, с последующим выбором решения, которое обеспечивает необходимое изменение элементов орбит. При таком подходе число шагов, на каждом из которых рассчитываются изменения элементов орбиты, равно  $\frac{n_{\varphi}^2 n_{\beta} n_w}{2}$ , где  $n_{\varphi}$  – число шагов перебора времени включения и выключения ДУ,  $n_{\beta}$  – число шагов перебора ориентации вектора тяги,  $n_w$  – число шагов перебора ускорения. На основании этого можно утверждать, что метод, предложенный в данном разделе, требует на порядки меньше времени для расчета.

Примеры расчета. Для получения начальных условий, используемых для проверки качества работы описанных ранее алгоритмов, применялась программа, в которой интегрируются уравнения движения КА с учетом работы ДУ. В этой программе в качестве исходных данных заданы начальный вектор состояния КА, а также параметры маневра. В результате интегрирования получен конечный вектор состояния КА после проведенных маневров. Затем начальный и конечный векторы состояния подавались в качестве исходных данных в программу, использующую описанные алгоритмы, в результате работы которой получались расчетные оценочные значения параметров маневра. Эти оценочные значения сравнивались с заданными значениями, которые моделировались в программе прогноза движения, и на основании этого сравнения делался вывод об ошибке оценки параметров маневров. Первоначально КА находился на орбите, элементы которой следующие: a (км) = 6662,813;  $e_x = 0,003335; e_y = 0,000524;$  $i(\text{deg}) = 51,72082; \ \Omega(\text{deg}) = 97,72594; \ U(\text{deg}) = 0,014097; \ \text{дата:}$ 20.09.2012; время: 02:04:13.683.

Результаты расчетов представлены в табл. 1–4. В таблицах введены следующие обозначения:  $\Delta V$  – характеристическая скорость маневра;  $\beta$  – курс;  $\theta$  – тангаж; Begin Time – время включения ДУ; End Time – время выключения ДУ;  $\Delta \varphi$  – угловая продолжительность маневра; w – ускорение КА, создаваемое ДУ. В табл. 1 приведены результаты двух оценок одноимпульсных некомпланарных маневров малой продолжительности, что следует из соотношения тяги и массы КА

(P = 2940 H (300 кгс), m = 7127 кг) и значения импульса скорости  $(\Delta V < 26 \text{ M/c}).$ 

продолжительности						
Параметры маневра	Заданные значения	анные значения Результат оценки				
Тест № 1						
$\Delta V$ , м/с	25	24,99	0,04 %			
$ heta^\circ$	0	0,3	_			
$\beta^{\circ}$	330	329,94	0,02 %			
Begin Time	2:49:31.8	2:49:32.1	0,3 c			
Тест № 2						
$\Delta V$ , м/с	12,5	12,49	0,08 %			
$ heta^\circ$	0	0,04	—			
$\beta^{\circ}$	45	45,04	0,09 %			
Begin Time	2:49:16.7	2:49:17.3	0,6 c			

Результаты оценок одноимпульсных некомпланарных маневров малой

Таблица 2

Таблина 1

Результаты оценок одноимпульсных компланарных маневров большой продолжительности

<b>^</b>						
Параметры маневра	Заданные значения	аданные значения Результат оценки				
Тест № 3						
$\Delta V$ , м/с	25	24,94	0,2 %			
$\Delta \varphi^{\circ}$	89,13	86,12	3,4 %			
$w (10^{-2} \text{ M/c}^2)$	1,858	1,917	3,1 %			
Begin Time	2:51:00,0	2:51:47,0	47 c			
End Time	3:13:33,2	3:13:28,0	5,2 c			
Тест № 4						
$\Delta V$ , м/с	12,5	12,49	0,1 %			
$\Delta \varphi^{\circ}$	44,66	43,65	2,2 %			
$w (10^{-2} \text{ M/c}^2)$	1,858	1,903	2,4 %			
Begin Time	2:51:00.0	2:51:15.5	15,5 c			
End Time	3:02:13.2	3:02:11.9	1,3 c			

Как следует из табл. 1, параметры таких маневров оцениваются с высокой точностью.

В табл. 2 и 3 приведены результаты оценок одиночных компланарных и некомпланарных маневров большой продолжительности. Масса аппарата составляла 7127 кг, тяга двигателей в случае компланарных маневров – 132,3 Н (13,5 кгс), тяга двигателей в случае некомпланарных маневров – 122,5 Н (12,5 кгс). Отметим, что параметры таких маневров также оцениваются с достаточно высокой точностью.

В табл. 4 приведены результаты оценок двухимпульсных некомпланарных маневров малой продолжительности. Для сравнения оценку проводили с помощью традиционного метода полного перебора и предлагаемого в настоящей работе ускоренного метода.

Таблица 3

Результаты оценок одноимпульсных некомпланарных маневров большой продолжительности

Параметры маневра	Заданные значения Результат оценки		Ошибка			
Тест № 5						
$\Delta V$ , м/с	ΔV, м/c 25 24,65					
$\beta^{\circ}$	45 44,2		1,6 %			
$\Delta arphi^{\circ}$	$\Delta \varphi^{\circ}$ 96,47 94		1,9 %			
$w (10^{-2} \mathrm{m/c^2})$	1,720	1,726	0,4 %			
Begin Time	Begin Time 2:49:01,6 2:45:46		3:14,9			
End Time	3:13:12,2	3:09:29,6	3:42,6			
Тест № 6						
$\Delta V$ , м/с	12,5	12,35	1,2 %			
$\beta^{\circ}$	45	44,44	1,5 %			
$\Delta \varphi^{\circ}$	48,24	46,96	2,7 %			
$w (10^{-2} \mathrm{m/c^2})$	1,720	1,747	1,6 %			
Begin Time	2:49:01,6	2:45:41,6	3:20,0			
End Time	3:01:06,3	2:57:21,4	3:44,9			

Интервал поиска для теста № 7: 20.09.2012; 6:04:13.6835 — 20.09.2012; 9:14:00.000.

Интервал поиска для теста № 8: 20.09.2012; 6:04:13.6835 — 20.09.2012; 21:14:00.000.

Шаг перебора углов 1°.

Можно отметить, что использование ускоренного метода позволяет не только сократить время вычислений на несколько порядков, но и повысить точность оценки маневров. При расчетах принималось, что максимальная ошибка по фазе составляла 1 с.

Заключение. Разработаны методики и алгоритмы решения задачи апостериорной оценки параметров одно- и двухимпульсных маневров КА, находящихся на околокруговых орбитах. Рассмотрены маневры как малой, так и большой продолжительности. Отличительной особенностью предложенных методик является использование численноаналитических методов. Для нахождения оптимальных с точки зрения энергетики параметров двухимпульсного маневра, удалось избежать полного перебора углов приложения импульсов. Благодаря данной особенности время, необходимое для решения задачи, сократилось на несколько порядков по отношению к традиционным методикам. Данный факт позволяет использовать разработанные алгоритмы в технологическом цикле поддержания каталога КО с большим числом КА.

Для проверки методик была проведена оценка маневров различных классов. Тестирование подтвердило работоспособность алгоритмов. В перспективе планируется уменьшить ошибку оценки маневров путем использования итерационной процедуры, которая обеспечит выполнение терминальных условий с заданной точностью.

#### Таблица 4

# Результаты оценок двухимпульсных некомпланарных маневров малой продолжительности

Параметры импульса	Эталон	Традицион- ный метод	Ошибки тра- диционного метода	Ускоренный метод	Ошибки ускоренного метода	
Tecr № 7						
Время 1-го импульса	20.09.2012 6:14:00.00	20.09.2012 06:12:31.06	01:28.94	20.09.2012 06:14:08.52	00:08.52	
$\Delta V$ 1-го импульса	10,5 м/с	12,07 м/с	15,0 %	11,5 м/с	7,1 %	
$\beta$ 1-го импульса	45°	47,60°	5,8 %	46,10°	2,4 %	
<i>θ</i> 1-го  импульса	0	-14,38°		0	—	
Время 2-го импульса	20.09.2012 8:22:30.00	20.09.2012 08:23:53.66	01:23.66	20.09.2012 08:22:55.65	00:25.65	
$\Delta V$ 2-го импульса	15,0 м/с	14,26 м/с	4,9%	14,91 м/с	0,6%	
β 2-го импульса	315°	317,41°		315,24°	0,1 %	
<i>θ</i> 2-го импульса	0	0,63°	_	0	_	
Суммарная $\Delta V$	25,5 м/с	26,33 м/с	0,8 %	26,15 м/с	2,5 %	
Время вычислений	—	2,521 c	_	0,003 c	_	
Тест № 8						
Время 1-го импульса	20.09.2012 18:14:00.00	20.09.2012 18:12:27.39	01:22.61	20.09.2012 18:14:08.45	00:08.45	
$\Delta V$ 1-го импульса	10,5 м/с	11,90 м/с	12,3 %	11,25 м/с	7,4 %	
$\beta$ 1-го импульса	45°	46,04°	2,3 %	46,11°	2,5 %	
<i>θ</i> 1-го импульса	0	-15,95°	_	0	_	
Время 2-го импульса	20.09.2012 20:22:30.00	20.09.2012 20:24:05.12	01:35.12	20.09.2012 20:22:55.48	00:25.48	
ΔV 2-го импульса	15,0 м/с	14,49 м/с	10,2 %	14,91 м/с	0,6%	
β 2-го импульса	315°	316,43°	0,5 %	315,24°	0,1 %	
<i>θ</i> 2-го импульса	0	0,92°	_	0	_	
Суммарная $\Delta V$	25,5 м/с	26,39 м/с	3,5 %	26,16 м/с	2,6%	
Время вычислений		57,839 c		0,005 c	_	

Двухимпульсные маневры большой продолжительности не были рассмотрены в данной работе. В настоящее время алгоритмы определения параметров таких маневров находятся в стадии отладки и будут опубликованы позднее.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-01-08206 А.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. *Kamensky S., Tuchin A., Stepanyants V., Alfriend K.T.* Algorithm of Automatic Detection and Analysis of non-Evolutionary Changes in Orbital Motion of Geocentric Objects, AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Paper AAS 09-103.
- 2. Идентификация маневров, выполняемых двигателями малой тяги космического аппарата / Г.К. Боровин, М.В. Захваткин, В.А. Степаньянц, А.Г. Тучин, Д.А. Тучин, В.С. Ярошевский // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2012.
- 3. Баранов А.А. Численно-аналитическое определение параметров маневров многовитковой встречи КА на близких околокруговых некомпланарных орбитах // Космические исследования. 2008. Т. 46. № 5. С. 430–439.
- 4. Баранов А.А., Прадо А.Ф.Б., Разумный В.Ю., Баранов А.А. Оптимальные переходы с малой тягой между близкими околокруговыми компланарными орбитами // Космические исследования. 2011. Т. 49. № 3. С. 278–288.
- 5. *Кузмак Г.Е., Брауде А.З.* Приближенное построение оптимальных перелетов в малой окрестности круговой орбиты // Космические исследования. 1969. Т. 7. № 3. С. 323–338.

### REFERENCES

- Kamensky S., Tuchin A., Stepanyants V., Alfriend K.T. Algorithm of Automatic Detection and Analysis of non-Evolutionary Changes in Orbital Motion of Geocentric Objects. AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Paper AAS 09-103.
- [2] Borovin G.K., Zakhvatkin M.V., Stepan'yants V.A., Tuchin A.G., Tuchin D.A., Yaroshevskiy V.S. Identification of Maneuvers Performed by Spacecraft. *Jelektr. nauchno-tehn. Izd.* "*Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovacii*" [El. Sc.-Techn. Publ. "Eng. J.: Science and Innovation"], 2012, iss. 2. URL: http://engjournal.ru/issues
- [3] Baranov A.A. Numerical Analytic Characterization of Maneuvers for Multiturn Spacecraft Noncoplanar Encounter in Close Near-Circular Orbits. *Kosmicheskie issledovaniya* [Cosmic Research], 2008, vol. 46, no. 5, pp. 430–439 (in Russ.).
- [4] Baranov A.A., Prado A.F.B., Razumnyy V.Yu., Baranov A.A. Optimal Low-Thrust Transitions between Close Near-Circular Coplanar Orbits. *Kosmicheskie issledovaniya* [Cosmic Research], 2011, vol. 49, no. 3, pp. 278–288 (in Russ.).
- [5] Kuzmak G.E., Braude A.Z. Approximate Construction of Optimal Flights in a Small Neighborhood of a Circular Orbit. *Kosmicheskie issledovaniya* [Cosmic Research], 1969, vol. 7, no. 3, pp. 323–338 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 29.12.2014

Баранов Андрей Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН.

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Российская Федерация, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4.

Baranov A.A. – Ph.D. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences.

Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Miusskaya ploschad 4, Moscow, 125047 Russian Federation.

Каратунов Максим Олегович — аспирант кафедры "Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов" МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Karatunov M.O. – Ph.D. student, Department of Dynamics, Ballistics and Flight Vehicles Movement Control, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

#### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Баранов А.А., Каратунов М.О. Оценка маневров, выполненных активным космическим объектом // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2015. № 5. С. 25–37.

#### Please cite this article in English as:

Baranov A.A., Karatunov M.O. A posteriori evaluation of maneuvers performed by active space objects. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2015, no. 5, pp. 25–37.